

Tentamen i FFM515 Mekanik 1

Tid och plats: Fredagen den 21 augusti 2009 klockan 08.30-12.30 i V.

Hjälpmedel: Typgodkänd räknedosa.

Examinator: Måns Henningson.

Jourhavande lärare: Sten Salomonson, 076-8179321.

Poängberäkning: Varje uppgift bedöms med 0, 1, 2 eller 3 poäng enligt följande principer:
För 3 poäng krävs en helt korrekt lösning.

Mindre fel ger 1 poängs avdrag.

Allvarliga fel (t ex dimensionsfel eller andra orimliga resultat) ger 2 poängs avdrag.

Allvarliga principiella fel eller en ofullständig lösning ger 0 poäng på uppgiften.

Betygsgränser: För att bli godkänd krävs minst 6 poäng totalt på uppgifterna 1-4.

För de som är godkända bestäms betyget av den totala poängen på uppgifterna 1-6 så att 6-10 poäng ger betyg 3, 11-14 poäng ger betyg 4 och 15-18 poäng ger betyg 5.

Grundläggande uppgifter

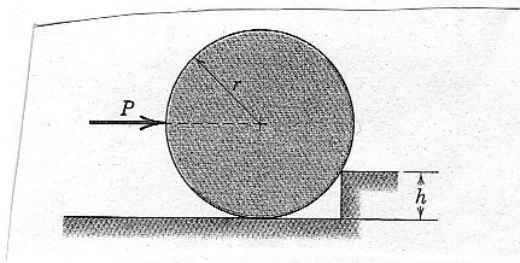
1. Bestäm den horisontella kraft P som behövs för att rulla den homogena cylindern med massan m och radien r över hindret med höjden h .
2. Den homogena stängen med massan m och längden L ligger från början horisontellt i jämvikt på cylindern med radien R . Man påverkar den därefter med en gradvis ökande kraft P vinkelrät mot stängen. Vid en viss vinkel θ börjar stängen att glida. Bestäm den statiska friktionskoefficienten μ_s mellan stängen och cylindern uttryckt i R , L och θ .
3. Det lilla blocket P startar vid tiden $t = 0$ i vila vid A och glider sedan uppför det lutande planet med konstant acceleration a . Bestäm tidsderivatan \dot{r} av avståndet r som funktion av tiden t .
4. Massan M och avstånden a , b och h är givna. Systemet släpps i vila i det avbildade läget. Bestäm massan m så att massan M precis kommer att vidröra underlaget innan den vänder.

Överkursuppgifter

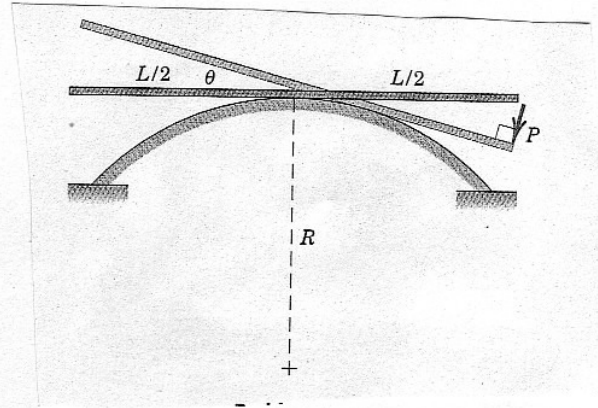
5. Avstånden a , b och d är givna. Skruvtvingen spänns så att tryckkraften i träbiten är F . Bestäm böjmomentet i punkten A som funktion av avståndet x . (F är storleken av den kraft varmed skruvtvingen påverkar träbiten i vardera kontaktpunkten.)
6. Vattenkanonens mynning har radien r , flödet är σ (volymenheter per tidsenhet) och densiteten är ρ . Vinkeln α är given. Brandbilens bromsar är låsta. Bestäm den totala friktionskraften från underlaget på bilen.

Lycka till!

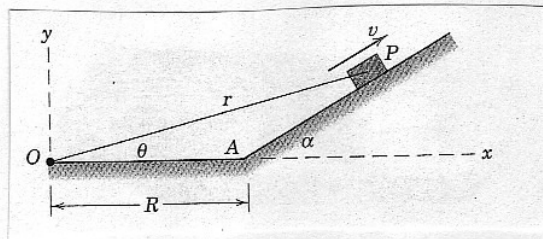
1.



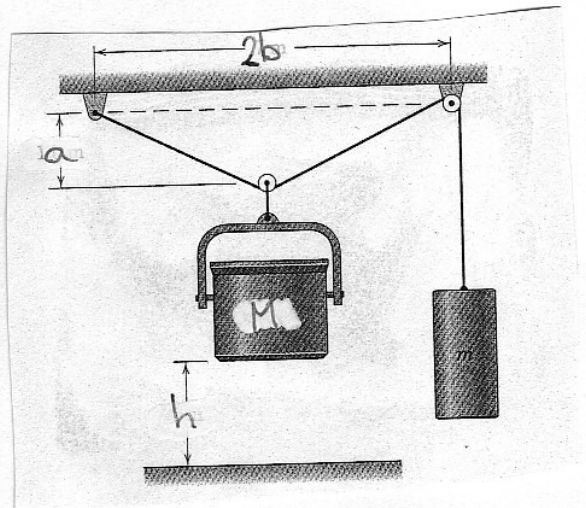
2.



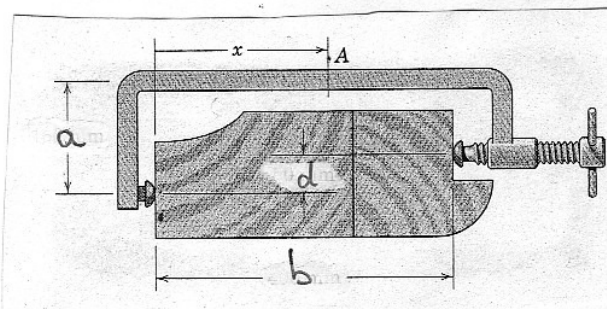
3.



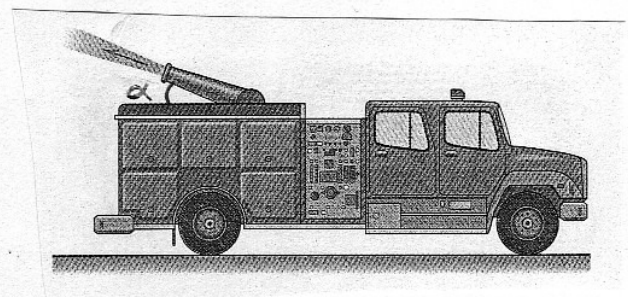
4.



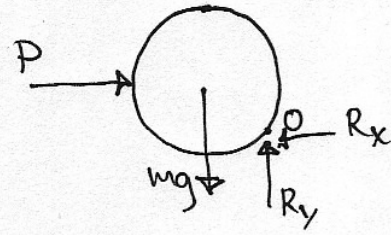
5.



6.



1. Frilägg cylindern då den precis börjar rulla:



Momentjämvikt kring O ger att

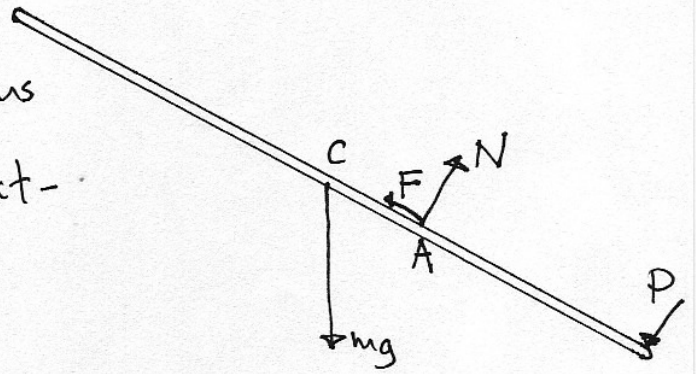
$$P(r-h) - mg\sqrt{r^2 - (r-h)^2} = 0$$

Varur fås att

$$P = mg \frac{\sqrt{2rh - h^2}}{r-h}$$

2. Frilägg stängen:

Avståndet mellan stängens
mittpunkt C och kontakt-
punkten A är $R\theta$.



Jämviktsekvationerna lyder

$$\begin{aligned} \uparrow: & \quad N - P - mg \cos \theta = 0 \\ \leftarrow: & \quad F - mg \sin \theta = 0 \\ \curvearrowright: & \quad NR\theta - P \frac{L}{2} = 0 \end{aligned}$$

Varur fås att

$$\begin{cases} F = mg \sin \theta \\ N = mg \cos \theta / (1 - \frac{2R\theta}{L}) \end{cases}$$

Då glidning precis sker gäller att

$$\mu_s = \frac{F}{N} = (1 - \frac{2R\theta}{L}) \tan \theta$$

3. Vid tiden t har blocket färdats
sträckan

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

längs med planet.

Cosinussatsen ger nu

$$r = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2}at^2\right)^2 + 2R \frac{1}{2}at^2 \cos \alpha}$$

varvid fås att

$$\dot{r} = \frac{\frac{1}{2}a^2 t^3 + Rat \cos \alpha}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{4}a^2 t^4 + Rat^2 \cos \alpha}}$$

4. Vi betraktar systemet bestående av de båda massorna.

Endast tyngdkraften utövar arbete på detta.

Den kinetiska energin är noll både i början och slutet av förloppet.

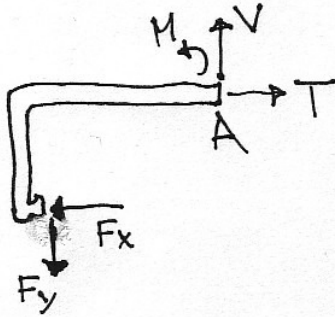
Energiprincipen ger nu att

$$Mgh = mg \left(2\sqrt{(a+h)^2 + b^2} - 2\sqrt{a^2 + b^2} \right)$$

Varur fås att

$$m = M \frac{h}{2\sqrt{(a+h)^2 + b^2} - 2\sqrt{a^2 + b^2}}$$

5. Frilägg vänstra delen av skruvtvingen:



$$\text{Här är } \begin{cases} F_x = F \frac{b}{\sqrt{b^2 + d^2}} \\ F_y = F \frac{d}{\sqrt{b^2 + d^2}} \end{cases}$$

Momentjämvikt kring A ger nu

$$\overset{\curvearrowleft}{A}: M - F_x a + F_y x = 0$$

Varer fås att

$$M = F \frac{ab - dx}{\sqrt{b^2 + d^2}}$$

6. Under ett tidsintervall Δt accelereras en massa $\Delta m = \rho \sigma \Delta t$ från vila till hastigheten $v = \frac{\sigma}{\pi r^2}$.

Den sökta kraften ges av "ändringen av horisontell rörelsemängd per tidsenhet, d vs

$$F = \frac{\Delta m v \cos \alpha}{\Delta t} = \frac{\rho \sigma^2}{\pi r^2} \cos \alpha$$