

Tentamen läsåret 25/26

Elektriska Kretsar och System ESS117

Examinator: Dan Kuylenstierna

Måndag 5 januari 2026 kl 08:30–12:30

Salstentamen

Tentamen omfattar sex beräkningsuppgifter. Fullständiga beräkningar måste redovisas. Korrekt och välmotiverad lösning med svar ger maximalt 3 poäng (p).

Ange uppgiftsnummer och personlig kod överst på varje ark.

Skriv endast på ena sidan av pappret. Blanda aldrig olika uppgifter på samma ark.

Sidnumrera uppgifterna i ordning, dvs sida 1 är första sidan av uppgift 1 och så vidare.

Rättning sker med röd penna, därför är rött ej tillåten färg i lösningar.

Tillåtna hjälpmedel som får medtas till tentamen:

- Physics Handbook
- Extra formelsamling Elektriska kretsar och system ESS117
- Chalmersgodkänd räknare
- Beta Mathematics Handbook

För godkänt krävs 8 p.

Betygsgränser: Minst 8 p ger betyg 3, minst 12 p betyg 4 och minst 15 p betyg 5. Poäng inkluderar eventuell bonus från duggan innevarande läsår.

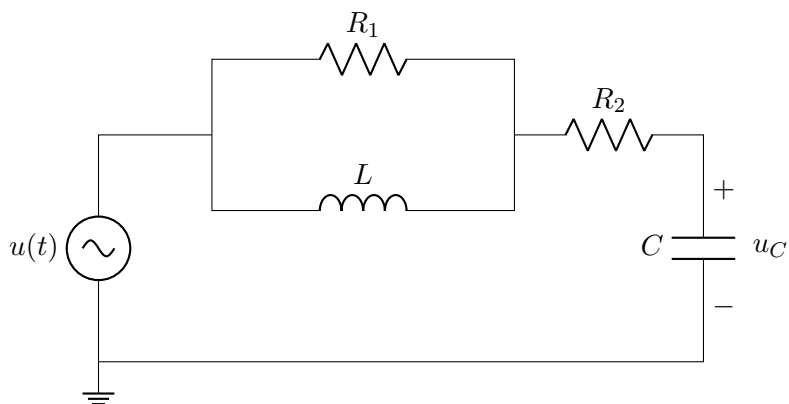
Förfrågningar: Examinator Dan Kuylenstierna, Mikroteknologi och Nanovetenskap, Chalmers tekniska högskola. Mobil 0723–526105, e-post danku@chalmers.se

Tentamen och lösningsförslag anslås dagen efter tentamenstillfälle på Canvas tentamensmodul. Resultat meddelas i Ladok senast tre veckor efter tentamenstillfälle. Vill du se din rättade tenta, kontakta gradadmin.mc2@chalmers.se från din chalmers-student e-post-adress.

Lycka till!

Uppgift 1

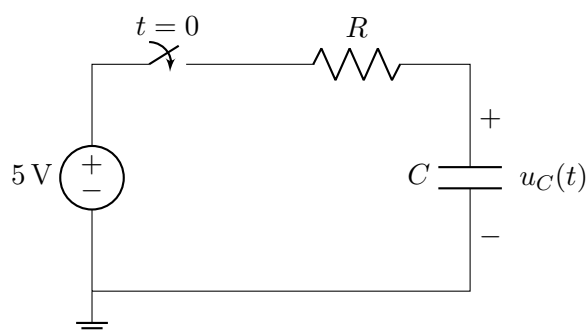
Bestäm kondensatorspänningen $u_C(t)$ i stationärt växelströmstillstånd.



$$u(t) = 10 \cos(10^5 t) \text{ V}, \quad R_1 = 200 \, \Omega, \quad R_2 = 1 \, \Omega, \quad L = 20 \text{ mH}, \quad C = 1 \, \mu\text{F}.$$

Uppgift 2

I RC-kretsen nedan är $R = 1 \text{ k}\Omega$ och $C = 2 \, \mu\text{F}$. Brytaren sluts vid $t = 0$ och kondensatorn är initialt oladdad.



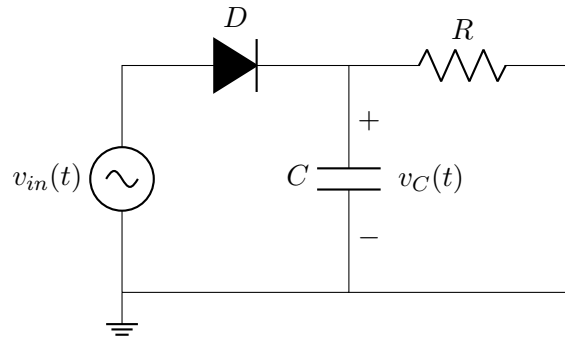
- Bestäm kondensatorspänningen $u_C(t)$ för $t \geq 0$.
- Beräkna tidskonstanten $\tau = RC$ och tolka svaret.

Uppgift 3

En sinusformad spänningskälla

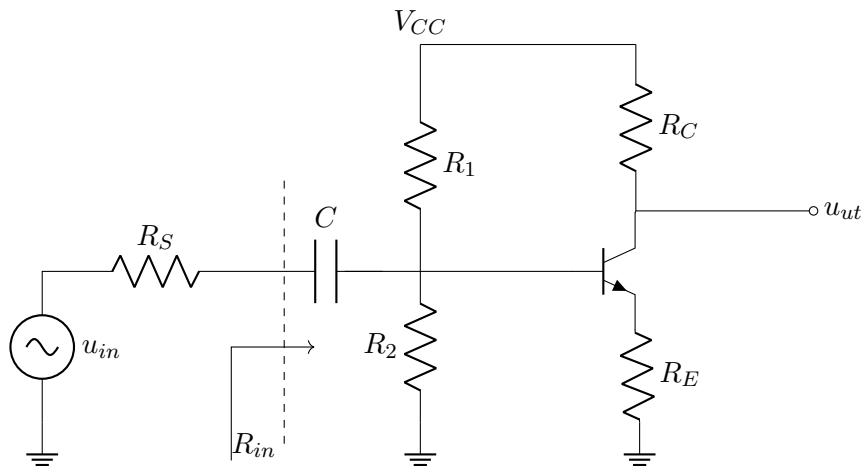
$$v_{in}(t) = 6 \cos(1000t) \text{ V}$$

matar kretsen nedan. Dioden modelleras med ett konstant framspänningsfall på 0,7 V och spär-
rar helt i backriktningen. Kondensatorn är initialt oladdad och har kapacitansen $C = 10 \mu\text{F}$.
Motståndet är $R = 100 \text{ k}\Omega$.



- Bestäm den maximala spänningen som kondensatorn laddas upp till.
- Härled ett uttryck för hur spänningen sjunker under tiden som dioden spärrar.
- Vad är den lägsta spänningen över kondensatorn precis innan den åter börjar laddas upp och hur påverkas detta värde av att kapacitansen minskas?

Uppgift 4 Beräkna inresistansen R_{in} (småsignal) och spänningsförstärkningen $A_V = u_{ut}/u_{in}$ för transistorförstärkaren nedan. $r_\pi = 800 \Omega$ och $\beta = 250$. För aktuella signalfrekvenser kan kapacitansen anses vara stor samt övriga transistorparametrar försumbara.



$$R_1 = 20 \text{ k}\Omega, R_2 = 4 \text{ k}\Omega, R_C = 3 \text{ k}\Omega, R_E = 200 \Omega, R_S = 50 \Omega$$

Uppgift 5

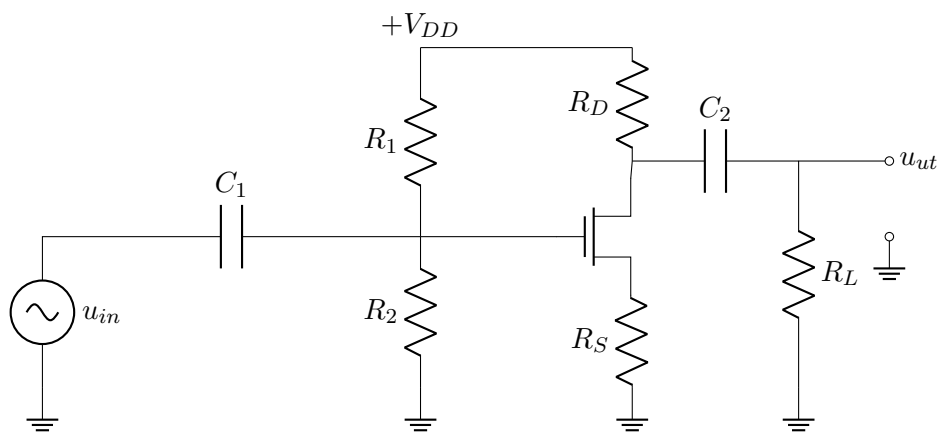
Småsignalförstärkaren nedan är konstruerad med en NMOS-transistor (anrikningstyp) som biaseras med $V_{DD} = 4.0\text{ V}$. Bestäm arbetspunkten för transistorn och rita in denna i ett $U_D - I_D$ diagram.

Transistordata:

$$\mu_n = 900\text{ cm}^2/\text{Vs}, \quad C_{ox} = 1.24\text{ }\mu\text{F}/\text{cm}^2, \quad W = 5\text{ }\mu\text{m}, \quad L = 0.65\text{ }\mu\text{m}, \quad V_T = 0.50\text{ V}.$$

Nätparametrar:

$$R_1 = 5.6\text{ k}\Omega, \quad R_2 = 1.8\text{ k}\Omega, \quad R_D = 1.2\text{ k}\Omega, \quad R_S = 1.5\text{ k}\Omega, \quad R_L = 1.0\text{ k}\Omega, \quad C_1 = 5\text{ nF}, \quad C_2 = 5\text{ nF}.$$

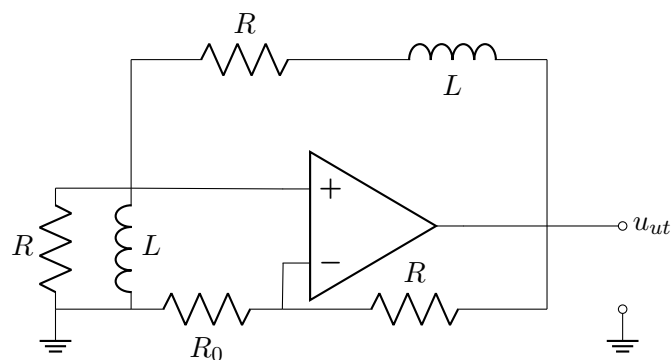


Antag att kondensatorerna C_1 och C_2 kan betraktas som öppna kretsar för DC samt att early-spänningen är mycket hög ($\lambda \approx 0$) och att body-effekt kan försummas.

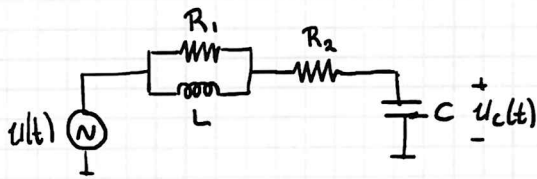
Uppgift 6

Kretsen i figuren nedan innehåller en ideal operationsförstärkare. Resistanserna har värdet $R = 1\text{ k}\Omega$ och induktanserna har värdet $L = 10\text{ mH}$.

- Bestäm värdet på R_0 så att kretsen svänger sinusformigt.
- Bestäm svängningsfrekvensen.



1.



$$u(t) = 10 \cdot \cos(10^5 t) = 10 \angle 0^\circ \Rightarrow \omega = 10^5 \text{ rad/s}$$

$$R_1 = 200 \Omega$$

$$R_2 = 1 \Omega$$

$$L = 20 \text{ mH}$$

$$C = 1 \mu\text{F}$$

$$R // L = \frac{j\omega R L}{R_1 + j\omega R L} := Z = 198,02 + j19,802$$

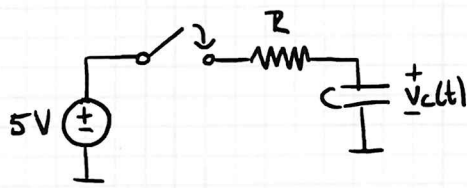
$$\text{Sp. delning: } u_c(t) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{Z + R_2 + \frac{1}{j\omega C}} u(t) = \frac{1}{j\omega C(Z + R_2) + 1} u(t) \approx (-0,0025 - j0,05) u(t)$$

$$\approx 0,05 \angle -92,8^\circ \cdot 10 \angle 0^\circ = 0,5 \angle -92,8^\circ = 0,05 \cdot \cos(10^5 t - 92,8^\circ)$$

$$\approx 0,05 \sin(10^5 t)$$

$$\text{Rimligt? } \frac{1}{j\omega C} \approx -j10 \Rightarrow \frac{\frac{1}{j\omega C}}{Z + R_2 + \frac{1}{j\omega C}} \approx \frac{-j10}{\text{Re}\{Z\}} \underline{ok}$$

2.

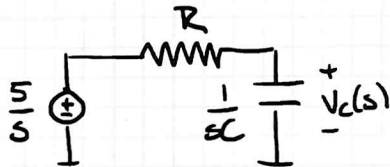


$$R = 1k\Omega$$

$$C = 2\mu F$$

Ingen begynnelseenergi

$\mathcal{L}\{\}$

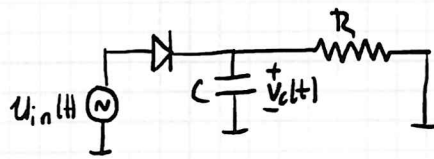


$$V_c(s) = \frac{5}{s} \cdot \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{5}{s} \cdot \frac{1}{sCR + 1} = \frac{5}{CR} \cdot \frac{1}{s(s + \frac{1}{CR})}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{\} \Rightarrow v_c(t) = \frac{5}{CR} \cdot \frac{1}{\frac{1}{CR}} (1 - e^{-t/CR}) = 5(1 - e^{-t/CR})$$

$$\text{Tidskonstant} = R \cdot C \approx 2 \text{ ms}$$

3.



$$v_{in} = 6 \cdot \cos(10^3 t) \text{ V}$$

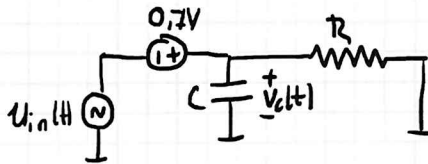
$$R = 100 \text{ k}\Omega$$

$$C = 10 \mu\text{F}$$

Diode:



Då dioden leder ($u_{in} > 0,7 \text{ V}$)

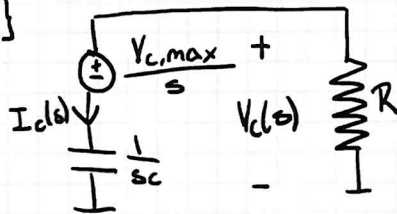


$$u_{in, \max} = 6$$

$$v_{c, \max} = 6 - 0,7 = 5,3 \text{ V}$$

Då $u_{in} < u_{in, \max}$ spärar dioden, ty kondensatorn laddas ur.

$\mathcal{L}\{$



$$I_c R + \frac{v_{c, \max}}{s} + \frac{I_c}{sC} = 0$$

$$I_c \left(\frac{sRC + 1}{sC} \right) = - \frac{v_{c, \max}}{s}$$

$$I_c = - \frac{v_{c, \max} \cdot C}{RC} \cdot \left(\frac{1}{s + \frac{1}{RC}} \right)$$

$$v_c = -I_c \cdot R = v_{c, \max} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{RC}}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{ \} \Rightarrow v_c(t) = v_{c, \max} e^{-t/RC}$$

Lägga spänningen då

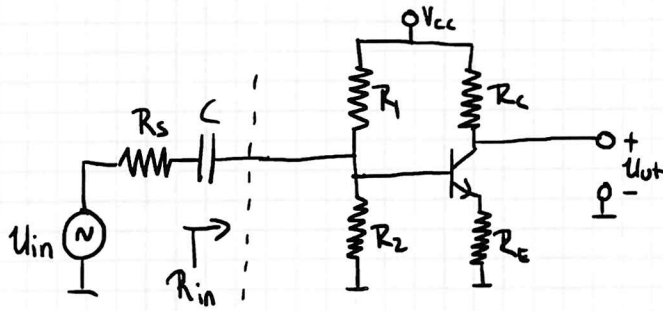
$$v_c(t) = u_{in} - 0,7$$

$$v_{c, \max} e^{-t/RC} = u_{in, \max} \cdot \cos(\omega t) - 0,7$$

$$RC = 1 \text{ s}, \quad 1 \text{ period} = \frac{2\pi}{\omega} \approx 6,3 \text{ ms}$$

$\Rightarrow$ Spänningen sjunker nästan ingenting.

4.



$$R_1 = 20 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 4 \text{ k}\Omega$$

$$R_C = 3 \text{ k}\Omega$$

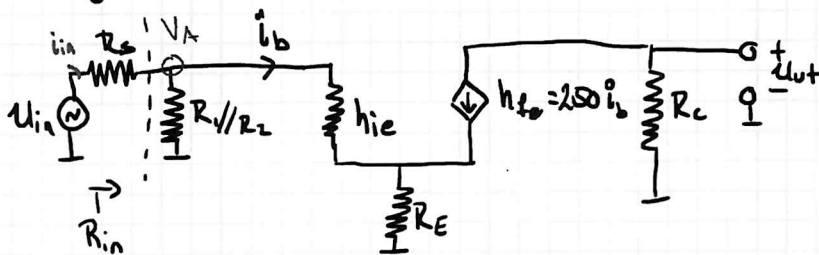
$$R_E = 200 \Omega$$

$$R_S = 50 \Omega$$

$$h_{ie} = 800 \Omega$$

$$h_{fe} = 250$$

Småsignal:



$$V_A = (i_{in} - i_b) \cdot R_1 // R_2 \quad (1)$$

$$U_{in} - V_A = i_{in} \cdot R_S$$

$$V_A = i_b (h_{ie} + 250 R_E) \quad (2)$$

$$R_{in} = \frac{V_A}{i_{in}} \Leftrightarrow V_A = i_{in} R_{in}$$

$$i_b = \frac{i_{in} R_{in}}{h_{ie} + h_{fe} R_E} \quad (*)$$

$$(1): i_b = i_{in} - \frac{V_A}{R_1 // R_2} \quad \text{in } (2) \Rightarrow V_A \left(1 + \frac{h_{ie} + 250 R_E}{R_1 // R_2} \right) = i_{in} (h_{ie} + 250 R_E)$$

$$\Rightarrow R_{in} = R_1 // R_2 \cdot \left(\frac{h_{ie} + 250 R_E}{R_1 // R_2 + h_{ie} + 250 R_E} \right) \approx 3.13 \text{ k}\Omega$$

Rimligt, då det i princip är $R_1 // R_2 // (h_{ie} + h_{fe} R_E)$

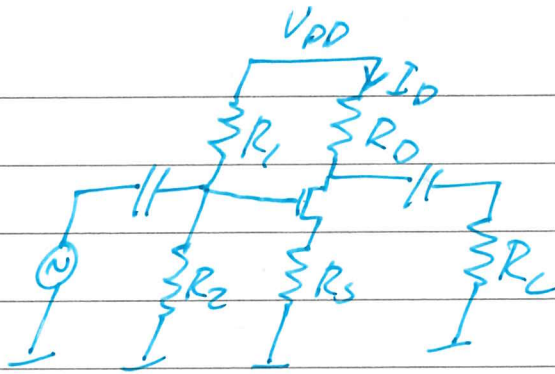
Förstärkning

$$i_{in} = \frac{U_{in}}{R_S + R_{in}}$$

$$(*) \quad i_b = U_{in} \frac{R_{in}}{(R_S + R_{in})(h_{ie} + h_{fe} R_E)}$$

$$U_{out} = -h_{fe} i_b R_C \Rightarrow \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{-h_{fe} R_{in} R_C}{(R_S + R_{in})(h_{ie} + h_{fe} R_E)} \approx -14.5 \text{ ggr}$$

⑤



Bestäm arbetspunkt och rita V_D - I_D diagram

$$V_{GS} = V_{DD} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - R_S I_D \quad (1)$$

$$I_D = \mu_N C_{ox} \cdot \frac{W}{L} (V_{GS} - V_T)^2 \quad (2)$$

$$V_{DS} = V_{DD} - (R_D + R_L) I_D \quad (3)$$

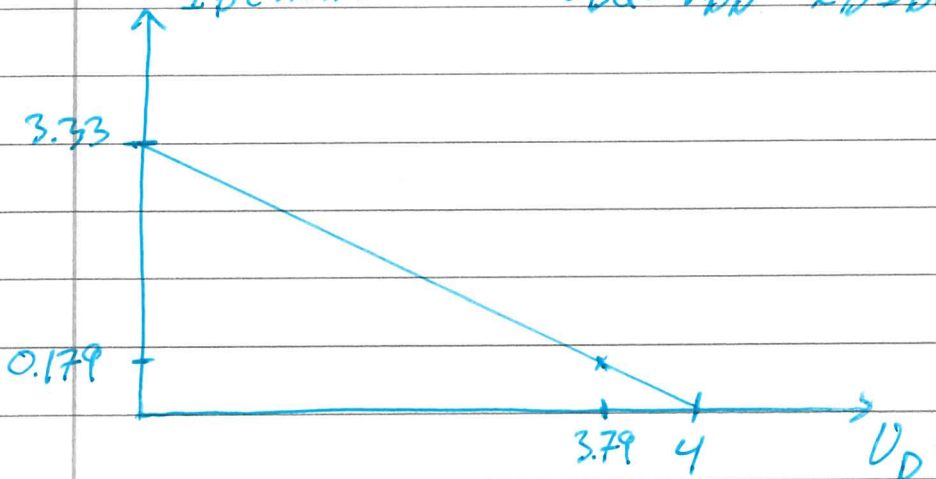
$$(1) + (2) \Rightarrow I_D^2 - \left[\frac{1}{R_S} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{2}{R_S} \left(V_{DD} \frac{R_2}{R_1 + R_2} - V_T \right) \right] I_D + \left(V_{DD} \frac{R_2}{R_1 + R_2} - V_T \right)^2 = 0$$

Numerisk $I_D^2 - 7.33 \cdot 10^{-4} I_D + 9.94 \cdot 10^{-8} = 0$

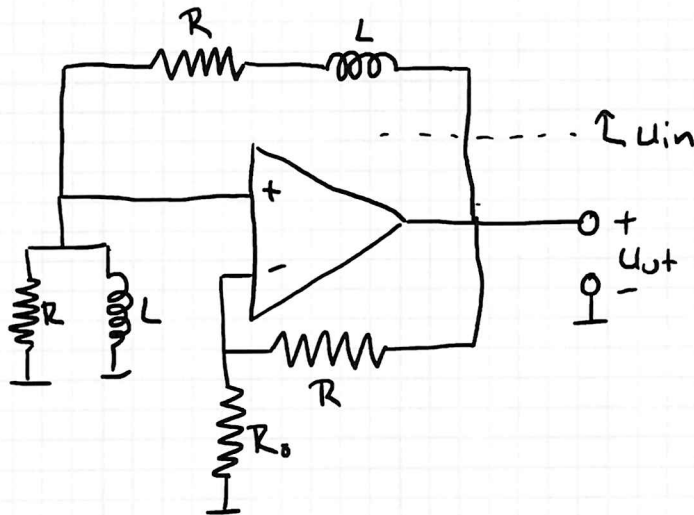
$$\Rightarrow I_D = \begin{cases} 0.554 \text{ mA} \Rightarrow V_{GS} = 0.42 < V_T \\ 0.179 \text{ mA} \Rightarrow V_{GS} = 0.70 \Rightarrow V_{GS} - V_T > 0 \end{cases}$$

Testa mättnad $V_{DS} = 4 - 2.7 \cdot 0.179 = 3.52 (> V_{GS} - V_T)$

Rita diagram: $V_D = V_{DD} - R_D I_D \Rightarrow I_{D \text{ MAX}} = \frac{V_{DD}}{R_D} = 3.33 \text{ mA}$
 $V_{DA} = V_{DD} - R_D I_{DA} = 3.79$



6



$$R = 1k\Omega$$

$$L = 10mH$$

$\frac{U_{out}}{U_{in}}$ vid uppklippt slinga.

Ideal opamp $\Rightarrow i_{op} = 0$
 Neg. återkopplad $\Rightarrow V^+ = V^-$, $V^- = U_{out} \cdot \frac{R_0}{R+R_0} = V^+$

KCL: V^+ :

$$\frac{V^+}{R} + \frac{V^+}{j\omega L} + \frac{(V^+ - U_{in})}{R+j\omega L} = 0$$

$$\Rightarrow V^+ \left(\frac{j\omega L(R+j\omega L) + R(R+j\omega L) + j\omega RL}{j\omega RL(R+j\omega L)} \right) = \frac{U_{in}}{R+j\omega L}$$

$$\Rightarrow U_{out} \frac{R_0}{R_0+R} \left(\frac{-\omega^2 L^2 + R^2 + j3\omega RL}{j\omega RL} \right) = U_{in}$$

$$\Rightarrow \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{R_0+R}{R_0} \left(\frac{j\omega RL}{R^2 - \omega^2 L^2 + j3\omega RL} \right)$$

$$\angle \dots = 0^\circ$$

$$|\dots|_{\omega_0} = 1$$

$$\angle \dots = 0^\circ \quad \text{dmm} \quad R^2 - \omega^2 L^2 = 0 \Rightarrow \omega = \frac{R}{L} \approx 10^5 \text{ rad/s} := \omega_0$$

$$|\dots|_{\omega_0} = \frac{R_0+R}{R_0} \cdot \frac{1}{3} = 1 \Leftrightarrow R_0 = \frac{R}{2} = 500\Omega$$