

Tentamen läsåret 25/26
Elektriska Kretsar och System ESS117

Examinator: Dan Kuylenstierna

Tisdag 28 oktober 2025 kl 08:30-12:30

Salstentamen

Tentamen omfattar sex beräkningsuppgifter. Fullständiga beräkningar måste redovisas. Korrekt och välmotiverad lösning med svar ger maximalt 3 poäng (p).

Ange uppgiftsnummer och personlig kod överst på varje ark,

Skriv endast på ena sidan av papperet. Blanda aldrig olika uppgifter på samma ark.

Sidnumrera uppgifterna i ordning, dvs sida 1 är första sidan av uppgift 1 och så vidare.

Rättning sker med röd penna, därför är rött ej tillåten färg i lösningar.

Tillåtna hjälpmedel som får medtas till tentamen:

- Physics Handbook
- Extra formelsamling Elektriska kretsar och system ESS117
- Chalmersgodkänd räknare
- Beta Mathematics Handbook

För godkänt krävs 8 p.

Betygsgränser: Minst 8 p ger betyg 3, minst 12 p betyg 4 och minst 15 p betyg 5. Poäng inkluderar eventuell bonus från duggan innevarande läsår.

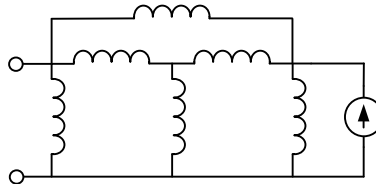
Förfrågningar: Examinator Dan Kuylenstierna, Mikroteknologi och Nanovetenskap, Chalmers tekniska högskola. Mobil 0723-526105/e-post danku@chalmers.se

Tentamen och lösningsförslag anslås dagen efter tentamenstillfälle på Canvas tentamensmodul. Resultat meddelas i Ladok senast tre veckor efter tentamenstillfälle. Vill du se din rättade tenta, kontakta gruadmin.mc2@chalmers.se från din chalmers-student epost-adress.

Lycka till!

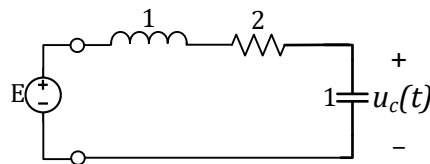
Uppgift 1.

I nätet nedan levererar strömkällan en ström $I_S = 1 \angle 0^\circ$ med vinkelfrekvensen $\omega = 1$ rad/s och alla spolar har induktansen 1H. Visa att nätet sett från den öppna porten kan representeras av en spänningskälla $V_S = 0.25 \angle 90^\circ$ i serie med en spole på 0.5 H.



Uppgift 2.

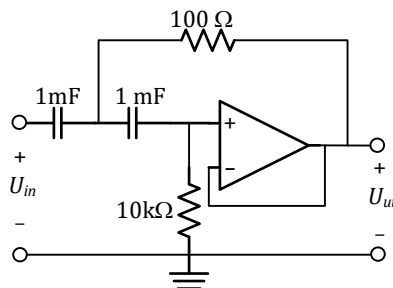
I kretsen nedan saknas begynnelseenergi i spole och kondensator.



-Beräkna spänningen $u_c(t)$ i fallet att $E = \theta(t)$ (enhetssteg).

Uppgift 3.

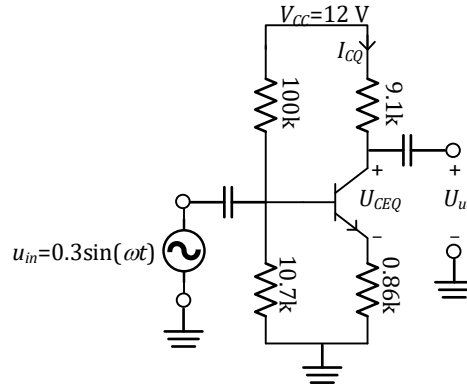
Kopplingen nedan är ett aktivt filter känt som *Sallen-Key* topologi.



- Härled överföringsfunktionen $H(s) = U_{ut}/U_{in}$.
- Ange filtrets ordning och typ av filterrespons (LP, HP, BP eller BS)?
- Beräkna ω_0 , och Q .

Uppgift 4.

Det icke-avkopplade GE steget nedan är baserat på en transistor med hög strömförstärkning, $\beta=200$, och är designat för en vilopunktsström av $I_{CQ}=0.5\text{mA}$.

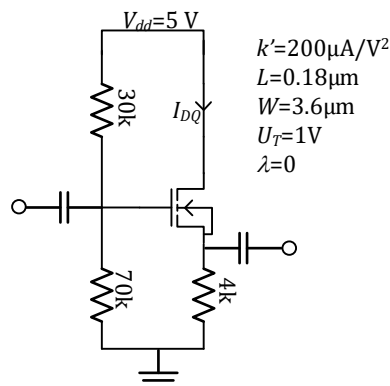


- Beräkna småsignalförstärkningen A_V , ingångsresistans R_{in} och utgångsresistans R_{ut} .
- Illustrera i I_C-U_{CE} diagrammet hur spänningen $U_{ut}(t)$ varierar längs belastningslinjen (också känd som arbetslinje).

$-r_o$ kan försummas i småsignalmodellen.

Uppgift 5.

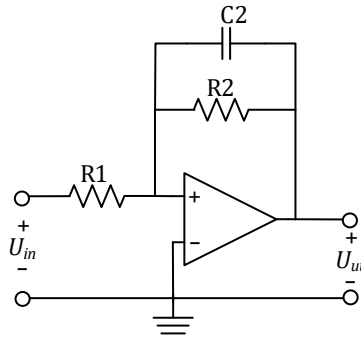
Förstärkarsteget nedan är en sk gemensam-drain koppling, också känd som source-follower.



- Beräkna vilopunkten I_{DQ} , U_{DSQ} .
- Markera vilopunkt och likströms-belastningslinje i ett I_D-U_{DS} diagram.

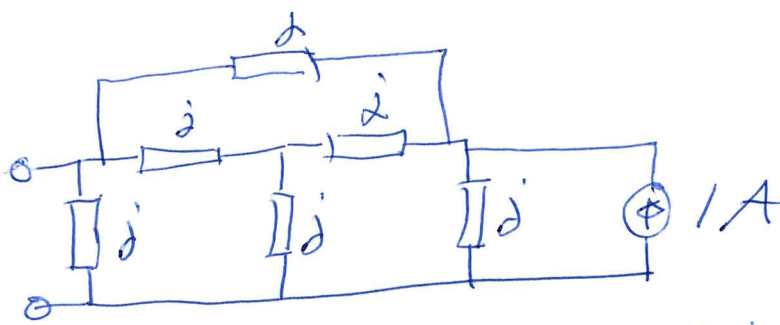
Uppgift 6.

Kopplingen nedan är ett första ordningens lågpasfilter.

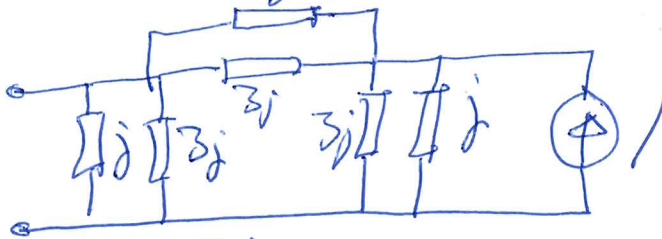


- Härled $H(s) = U_{ut}/U_{in}$ och plotta frekvenssvarets magnitud och fas i ett Bode diagram. Illustrera asymptoter då frekvens går mot noll respektive oändligheten. Markera filtrets brytfrekvens.
- En så kallad ringoscillator kan realiseras genom att koppla flera steg av kopplingen efter varandra med utgång från ett steg kopplat till ingång på efterföljande steg och slutligen utgången från sista steget tillbaks till ingången från det första steget. Utgå från $R1 = 1 \text{ kohm}$ och bestäm antal steg N samt komponentvärdena $R2$ och $C2$ så att entydig oscillation uppnås vid 100 MHz .

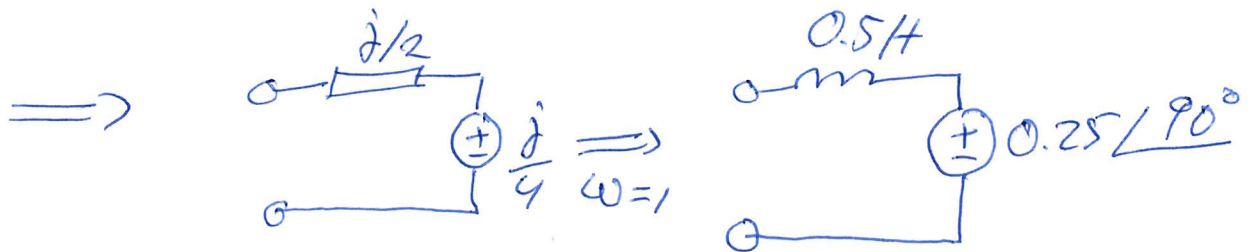
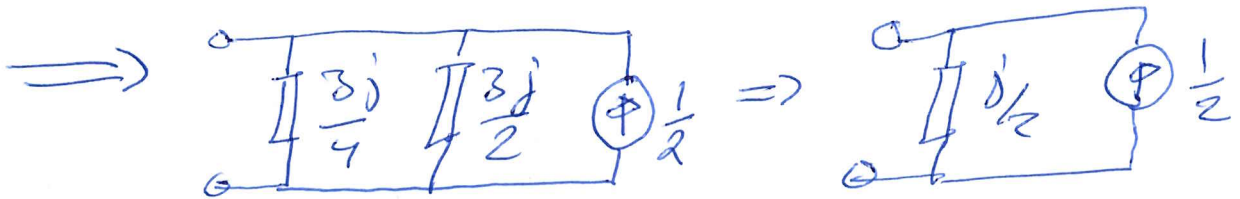
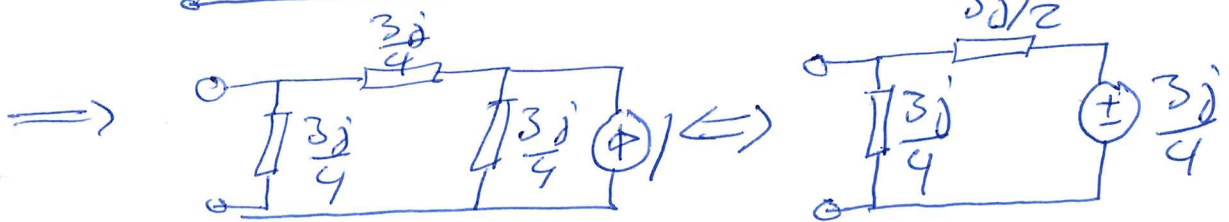
①



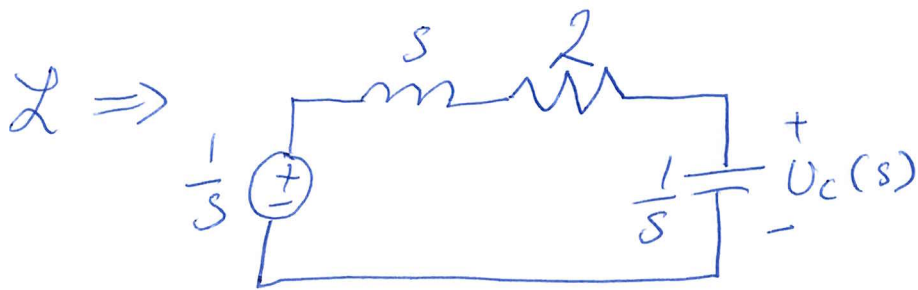
*- $\Delta \Rightarrow j \left\{ Z_{12} = j + j + \frac{j \cdot j}{j} = 3j \right\}$



$\Rightarrow j // 3j = \frac{3}{4}j$



②



Spannungsdehnung:

$$U_c(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{\frac{1}{s}}{s + 2 + \frac{1}{s}} = \frac{1}{s(s^2 + 2s + 1)} =$$

$$= \frac{1}{s(s+1)^2}$$

Partialbruchsuppdehnung:

$$\frac{1}{s(s+1)^2} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} + \frac{C}{(s+1)^2}$$

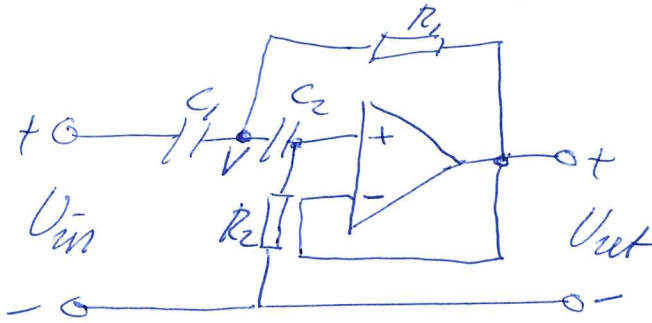
$$\Rightarrow As^2 + 2As + A + Bs^2 + Bs + C = 1$$

$$\Rightarrow A = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} A + B = 0 \Rightarrow B = -1 \\ 2A + B + C = 0 \Rightarrow C = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow U_c(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} - \frac{1}{(s+1)^2}$$

$$\mathcal{L}^{-1} \xrightarrow{\text{Ph. 11B}} u_c(t) = 1 - e^{-t}(1+t)$$

③ a) Härled $H(s) = U_{out}/U_{in}$



Infor beteckning V
for analys

$$(V - U_{in})sC_1 + (V - U_{out})sC_2 + (V - U_{out})/R_1 = 0 \quad (1)$$

$$(U_{out} - V) \cdot sC_2 + U_{out}/R_2 = 0 \quad (2)$$

$$(2) \Rightarrow V = U_{out}(sC_2 + 1/R_2)/sC_2 = U_{out}(1 + 1/sR_2C_2) \quad (3)$$

$$(3) + (1) \Rightarrow (sC_1 + sC_2 + 1/R_1)(1 + 1/sR_2C_2)U_{out} - (1/R_1 + sC_2)U_{out} = sC_1U_{in}$$

$$\Rightarrow U_{out} \left[sC_1 + \frac{C_1 + C_2}{R_2C_2} + \frac{1}{sR_1R_2C_2} \right] = sC_1U_{in}$$

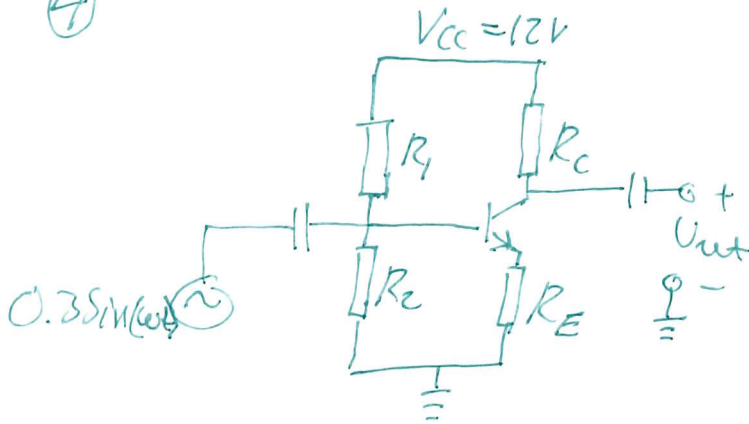
$$\Rightarrow \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{sC_1}{sC_1 + \frac{C_1 + C_2}{R_2C_2} + \frac{1}{sR_1R_2C_2}} = \frac{s^2}{s^2 + \frac{C_1 + C_2}{R_2C_1C_2} + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}$$

b) Ordning 2 (ordning t mmarpolynom
HP ty dubbelnolla i f ljare

$$c) \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}} = \frac{1}{\sqrt{10^2 \cdot 10^4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}}} = \underline{\underline{1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}}$$

$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{C_1 + C_2}{R_2C_1C_2} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{10^4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}} = \frac{2}{10} \Rightarrow \underline{\underline{Q = 5}}$$

4)



$$\beta = 200$$

$$I_{CQ} = 0.5 \text{ mA}$$

$$R_1 = 100 \text{ k}\Omega$$

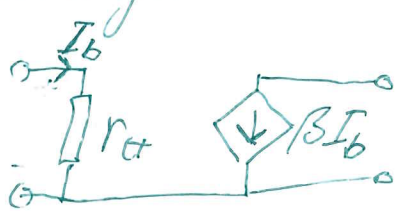
$$R_2 = 10.7 \text{ k}\Omega$$

$$R_C = 9.1 \text{ k}\Omega$$

$$R_E = 0.86 \text{ k}\Omega$$

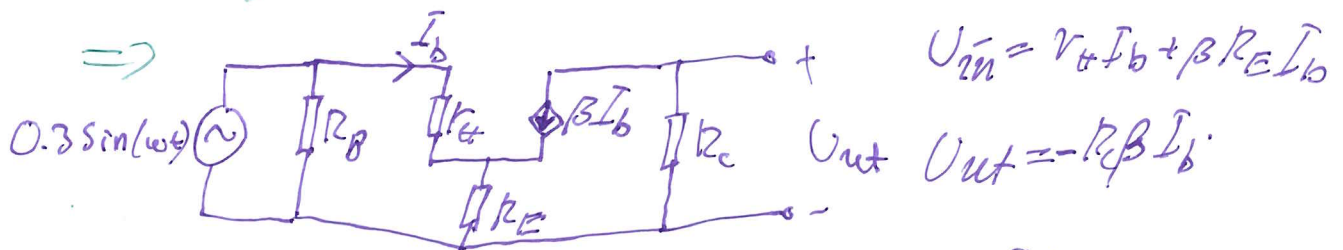
a) Beräkna A_v , R_{in} , R_{out}

Småsignalmodell ($r_o = 0$)



$$\left. \begin{aligned} g_m &= \frac{\beta}{r_\pi} \\ g_m &= \frac{I_{CQ}}{V_T} \end{aligned} \right\} \Rightarrow r_\pi = \frac{\beta V_T}{I_{CQ}} = \frac{200 \cdot 25}{0.5} = 10 \text{ k}\Omega$$

Småsignalmodell i schema



$$A_v = \frac{V_{out}}{V_{in}} = - \frac{\beta R_C}{r_\pi + \beta R_E} = - \frac{200 \cdot 9.1}{10 \cdot 10^3 + 200 \cdot 0.86} = -10$$

$$R_{in} = R_B // (V_{in}/I_b) = R_B // (r_\pi + \beta R_E) =$$

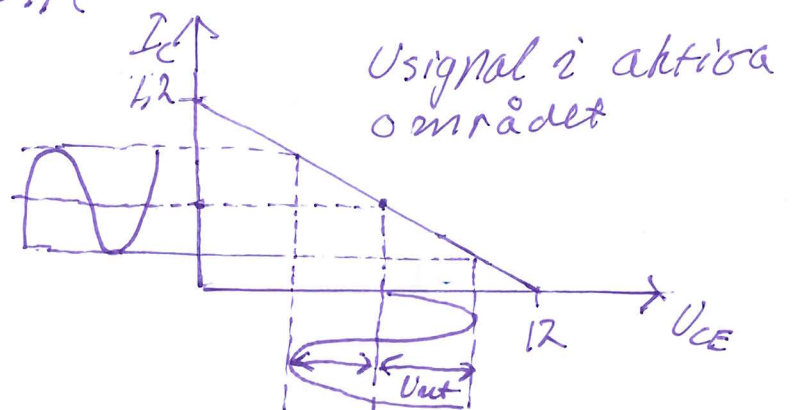
$$= \frac{10.7 \cdot 100}{10.7 + 100} // (10 + 200 \cdot 0.86) = 9.67 // 182 = 9.2 \text{ k}\Omega$$

$$b) \frac{V_{CC}}{R_E + R_C} = 1.2 \text{ V}$$

$$V_{CEQ} = V_{CC} - I_{CQ}(R_E + R_C)$$

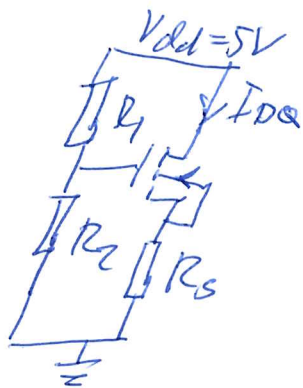
$$= 12 - 0.5(9.1 + 0.86) = 7 \text{ V}$$

$$V_{out} = 3 \sin(\omega t)$$



⑤

Berechna vilopunkt



$$k' = 200 \mu A/V^2$$

$$L = 0.18 \mu m$$

$$W = 3.6 \mu m$$

$$U_T = 1V$$

$$\lambda = 0$$

$$I_{DQ} = \frac{k'}{2} \frac{W}{L} (U_{GS} - U_T)^2 = 4(U_{GS} - 1)^2 \text{ mA} \quad (1)$$

$$U_{GS} = V_{DD} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} - R_s \cdot I_{DQ} = 3.5 - 4 \cdot I_{DQ} \quad (2)$$

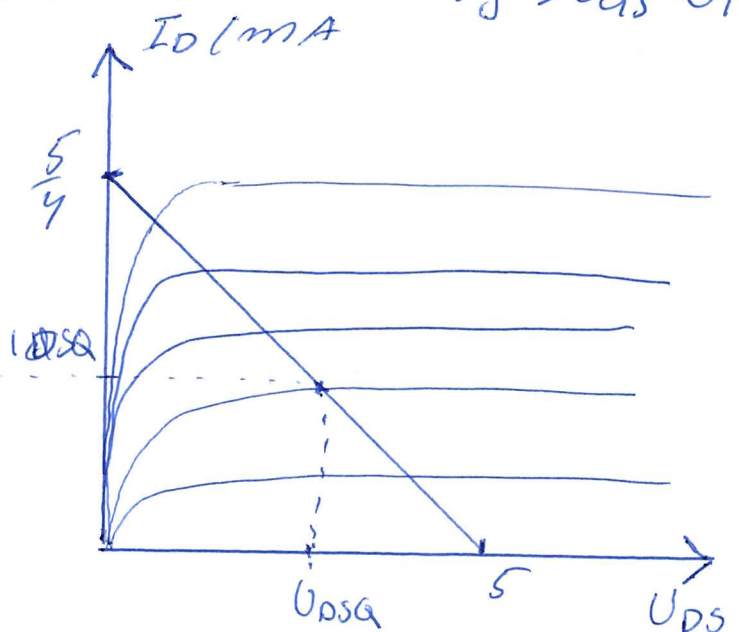
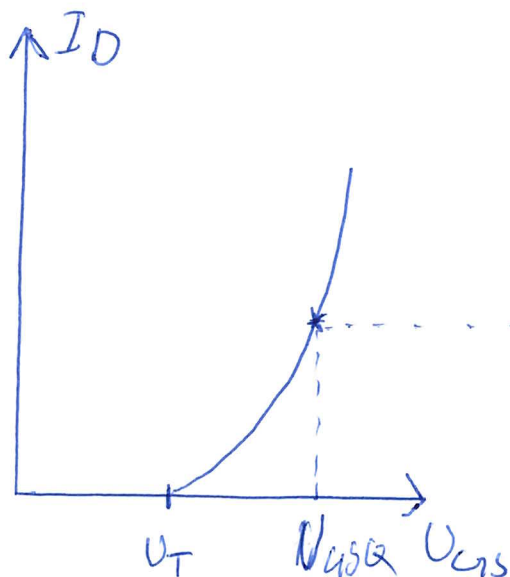
$$(1) + (2) \Rightarrow I_{DQ} = 4(2.5 - 4I_{DQ})^2 \Rightarrow I_{DQ}^2 + \frac{25}{64}I_{DQ} - \frac{81}{64} = 0$$

$$\Rightarrow I_{DQ\#} = \frac{81}{128} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{50 \cdot 128}{81^2}} \right) = \begin{cases} I_{DQ1} = 0.731 \text{ mA} \\ I_{DQ2} = 0.534 \text{ mA} \end{cases}$$

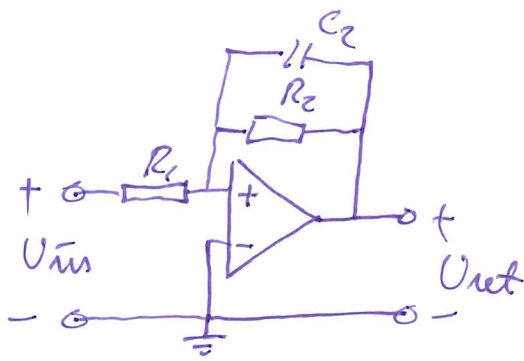
$$\text{Check: } U_{GS1} = 3.5 - 4 \cdot 0.731 = 0.572 < U_T$$

$$U_{GS2} = 3.5 - 4 \cdot 0.534 = 1.3653$$

$$U_{DSQ} = 5 - 4 \cdot 0.534 = 2.87 \quad (\text{nähtnad } U_{GS} - U_T)$$



6



$$-\frac{U_{in}}{R_1} - U_{out}(sC_2 + 1/R_2) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{U_{out}}{U_{in}} = - \frac{1}{R_1(sC_2 + 1/R_2)} =$$

$$= - \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + sR_2C_2}$$

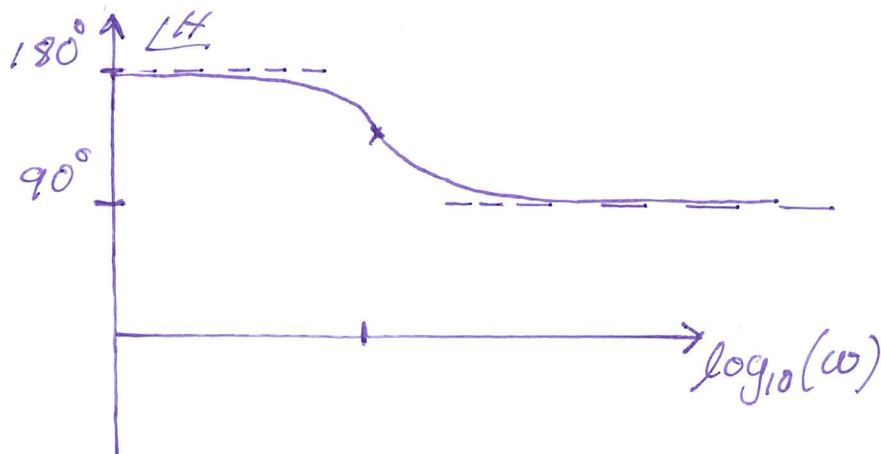
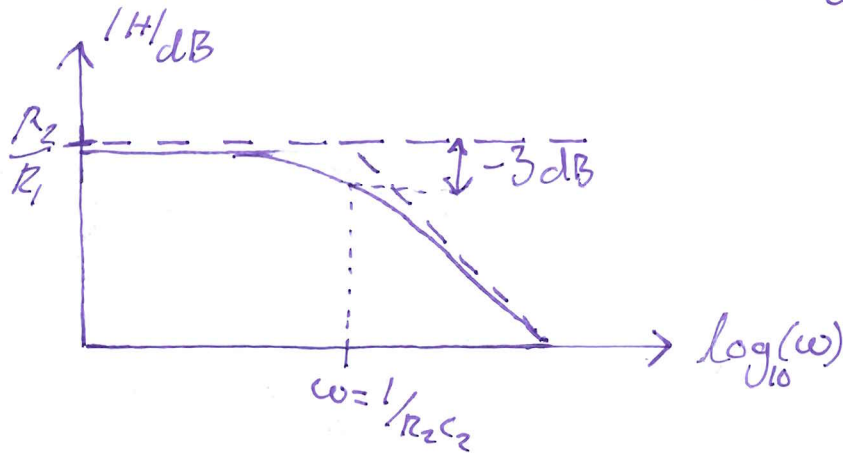
a)

Frequenzgang

$$H(j\omega) = - \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega R_2C_2}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R_2^2 C_2^2}} \begin{cases} \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} \frac{R_2}{R_1} \\ \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} \frac{1}{\omega R_1 C_2} \end{cases}$$

$$\angle H(j\omega) = 180^\circ - \arctan(\omega R_2 C_2) \begin{cases} \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 180^\circ \\ \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} 90^\circ \end{cases}$$



⑥

b) Barkhausens villkor: $|H(j\omega)| > 1$
 $\angle H(j\omega) = k \cdot 360^\circ$

$k = 0, 1, 2, \dots$ välj $k=1$ för entydig oscillation

$$\Rightarrow N \cdot (180 - \arctan(\omega R_2 C_2)) = 360^\circ$$

$$\Rightarrow N = \frac{360^\circ}{180 - \arctan(\omega R_2 C_2)} \begin{cases} \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 2 \\ \xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} 4 \end{cases}$$

$\therefore N=3 \Rightarrow$ fasvillkor uppfyllt för
 $0 < \omega < \infty$

Sätt $N=3$ och lös för ω

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{\tan(60^\circ)}{R_2 C_2} = \frac{\sqrt{3}}{R_2 C_2}$$

$$|H(j\omega_0)| = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_0^2 R_2 C_2}} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+3}} = \frac{R_2}{2R_1}$$

$$|H(j\omega)| = 1 \Rightarrow R_2 = 2R_1 = 2 \text{ k}\Omega$$

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{3}}{R_2 C_2} \Rightarrow C_2 = \frac{\sqrt{3}}{R_2 \omega_0} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 10^3 \cdot 2\pi \cdot 100 \cdot 10^6} = \underline{\underline{1,38 \text{ pF}}}$$