

Tentamen läsåret 24/25

Elektriska Kretsar och System ESS117 Elektriska Nät och System ESS116

Examinator: Jan V. Grahn

Fredag 22 augusti 2025 kl 14:00-18:00

Salstentamen Johanneberg

Tentamen omfattar sex beräkningsuppgifter. Fullständiga beräkningar måste redovisas. Korrekt och välmotiverad lösning med svar ger maximalt 3 poäng (p).

Ange uppgiftsnummer och personlig kod överst på varje papper,

Skriv endast på ena sidan av papperet. Blanda aldrig olika uppgifter på samma ark.

Rättning sker med röd penna, dvs rött är ej tillåten färg i lösningar.

Tillåtna hjälpmedel som får medtas till tentamen:

- Physics Handbook
- Extra formelsamling Elektriska kretsar och system ESS117
- Chalmersgodkänd räknare
- Beta Mathematics Handbook

För godkänt krävs 8 p.

Betygsgränser: Minst 8 p ger betyg 3, minst 12 p betyg 4 och minst 15 p betyg 5. Poäng inkluderar eventuell bonus från duggan innevarande läsår.

Förfrågningar: Examinator Jan Grahn, Mikroteknologi och Nanovetenskap, Chalmers tekniska högskola. Mobil 0730-34 62 99/e-post jan.grahn@chalmers.se

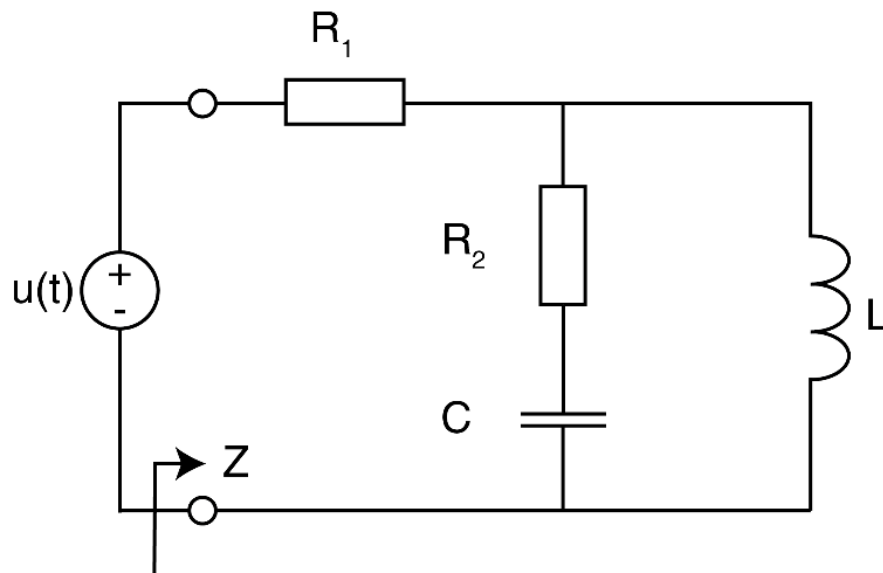
Tentamen och lösningsförslag anslås dagen efter tentamenstillfälle på Canvas tentamensmodul. Resultat meddelas i Ladok senast tre veckor efter tentamenstillfälle. Vill du se din rättade tenta, kontakta gruadmin.mc2@chalmers.se från din chalmers-student epost-adress.

Lycka till!

Uppgift 1.

Växelsströmskretsen nedan drivs av spänningskällan $u(t)$.

- (a) Beräkna spänningskällans impedans Z .
- (b) Beräkna den komplexa effekt som spänningskällan avger.

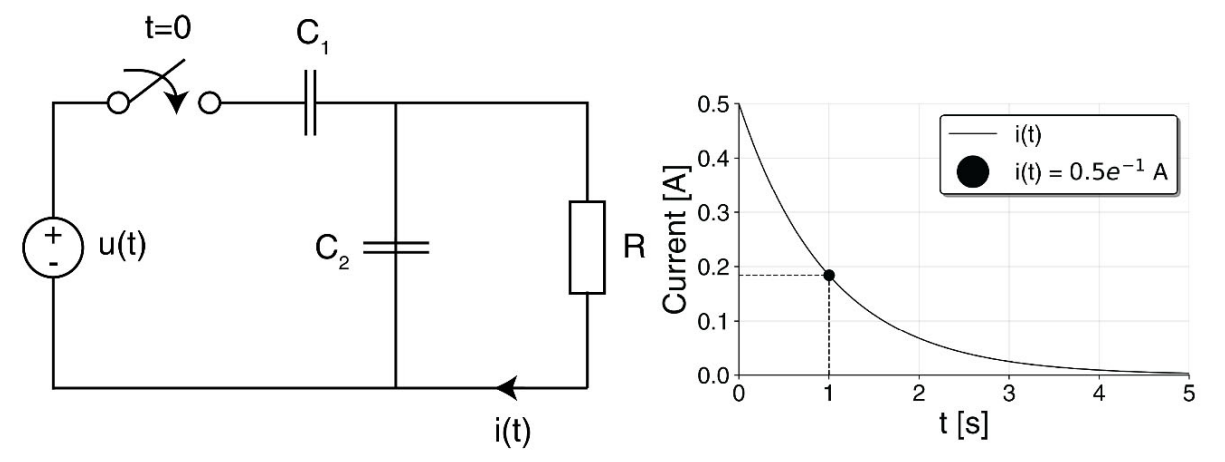


$$u(t) = 10\sqrt{5} \cos(10^6 t) \text{ V}, R_1 = 20\Omega, R_2 = 10\Omega, L = 10 \mu\text{H}, C = 0.1 \mu\text{F}$$

Uppgift 2.

Kretsen nedan sluts vid $t = 0$. Därefter mäts strömmen $i(t)$, se graf.

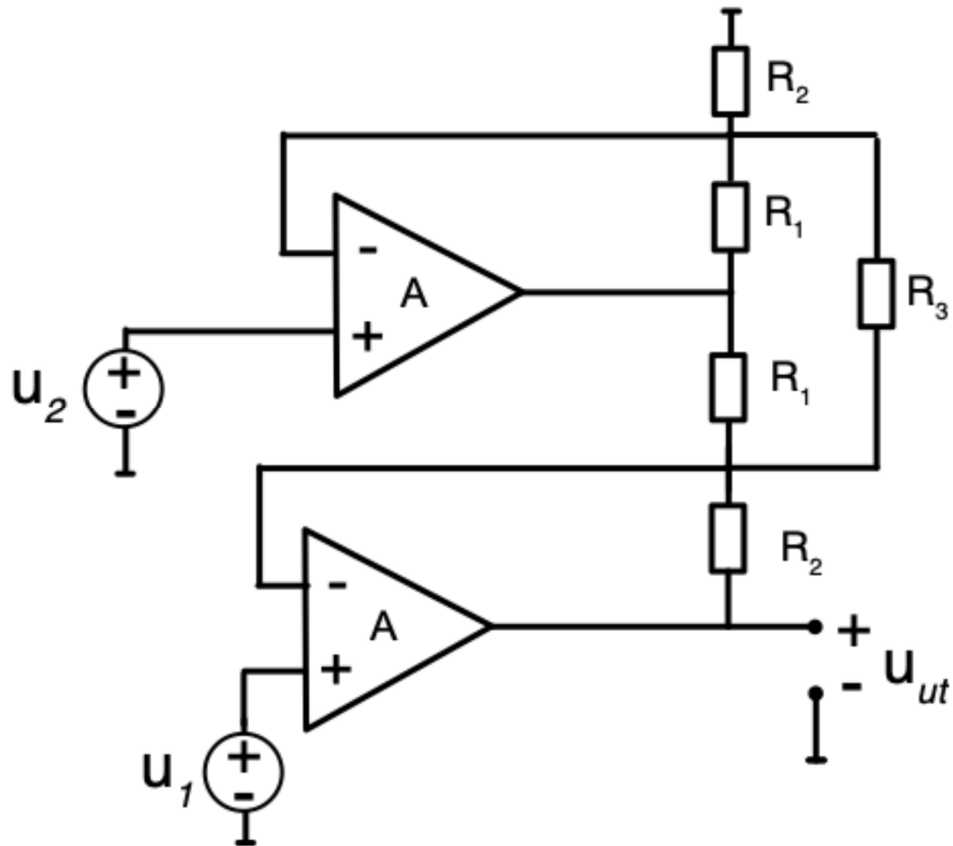
Beräkna $u(t)$ för $t > 0$.



$$R = 25 \, \Omega, C_1 = 0.03 \, \text{F}, C_2 = 0.01 \, \text{F}$$

Uppgift 3.

Härled ett uttryck för utspänningen U_{ut} som beror av inspänningarna U_1 och U_2 , samt av resistanserna R_1 , R_2 och R_3 . Op-amparna är att betrakta som ideala.

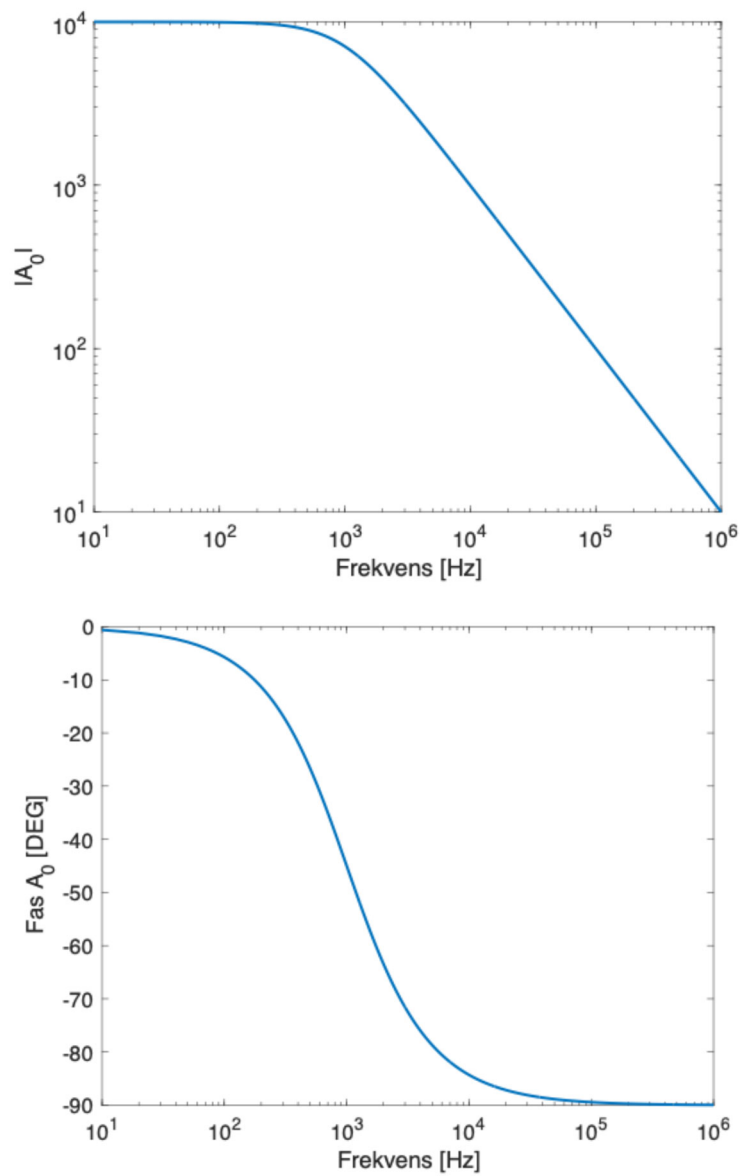


Uppgift 4.

En stabil förstärkare har överföringsfunktionen $A_0(f)$ vars absolutbelopp och fas beskrivs enligt diagrammen nedan.

Förstärkaren återkopplas rent resistivt så att den övre brytfrekvensen blir 200 kHz.

Beräkna återkopplingsfaktorn β samt den återkopplade förstärkarens maximala förstärkning.



Uppgift 5.

I figuren nedan visas ett aktivt förspänt förstärkarsteg med avkopplad emitter.

Givet att kollektorströmmens arbetspunkt för transistorn är 3.7 mA.

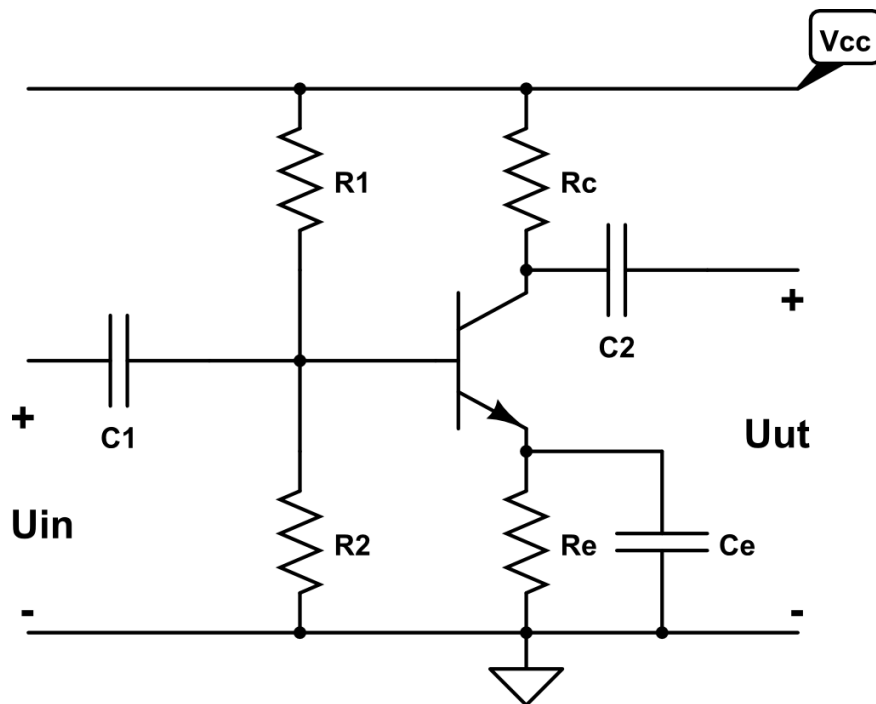
Räkna ut spänningsförstärkningen för kretsen med småsignalanalys.

Bipolär npn-transistor av kisel vid rumstemperatur med

$h_{FE} = h_{fe} = 200$ samt $r_0 = 27 \text{ k}\Omega$. Basresistansen försumbar.

Motståndsvärden: $R_1 = 82 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 27 \text{ k}\Omega$, $R_e = 1 \text{ k}\Omega$, $R_c = 3.3 \text{ k}\Omega$

Betrakta alla kapacitanser som stora.



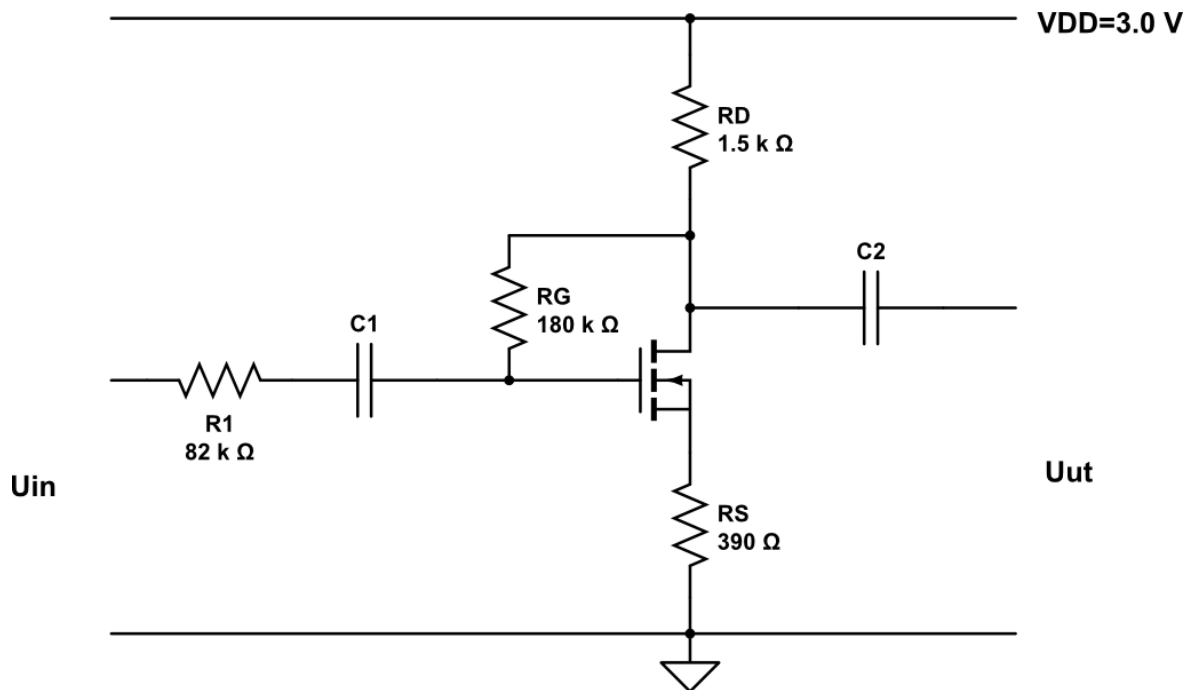
Uppgift 6.

- (a) Vad kallas transistorn i kopplingen nedan?
- (b) Visa att transistorn arbetar som förstärkare i kretsen.
- (c) Beräkna transistorns arbetspunkt, dvs U_{GSQ} , U_{DSQ} och I_{DQ} .

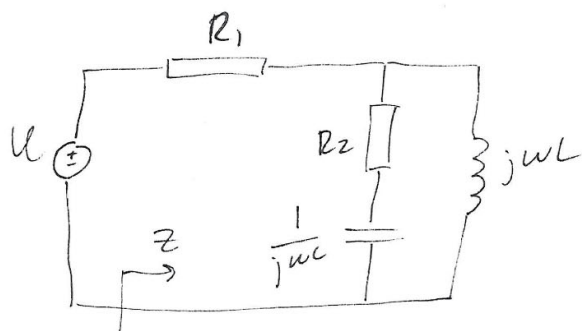
Givet för transistorn:

- Tröskelspänning = 0.87 V
- Transkonduktansparameter $k = 3.1 \text{ mA/V}^2$
- Mycket hög Earlyspänning

För förstärkarkopplingen gäller att samtliga kapacitanser är stora.



1.



$j\omega$ -transform

$$U = 10\sqrt{5} \text{ V}$$

$$\omega = 10^6 \text{ rad/s}$$

$$R_1 = 20 \Omega$$

$$R_2 = 10 \Omega$$

$$j\omega L = j10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = j10$$

$$\frac{1}{j\omega c} = -j \frac{1}{10^6 \cdot 0.1 \cdot 10^{-6}} = -j10$$

$$Z = R_1 + \frac{(R_2 + \frac{1}{j\omega c})(j\omega L)}{R_2 + \frac{1}{j\omega c} + j\omega L} = 20 + \frac{(10 - j10)(j10)}{10 - j10 + j10}$$

$$Z = 20 + \frac{100 + j100}{10} = \underline{30 + j10 \Omega}$$

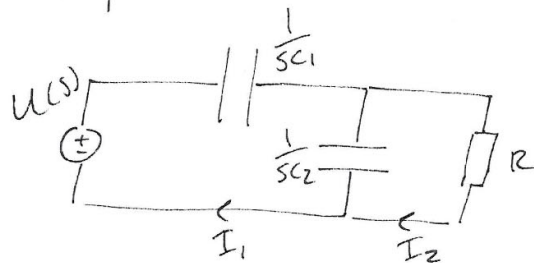
$$S = \frac{1}{2} U I^* = \frac{1}{2} U \left(\frac{U}{Z} \right)^* = \frac{1}{2} U^2 \left(\frac{1}{Z} \right)^* \frac{Z}{Z} = \frac{1}{2} \frac{U^2}{Z^*} Z$$

$$\left[U^2 = 500 \quad Z^2 = 1000 \right]$$

$$S = \frac{500}{2000} (30 + j10) = \underline{7.5 + j2.5 \text{ VA}}$$

2.

Laplace krets & $i(t)$!



$$i_2(t) = 0.5 e^{-t} \text{ A}$$

$$\Rightarrow I_2(s) = 0.5 \frac{1}{s+1} \text{ A}$$

$$R = 25 \Omega$$

$$C_1 = 0.03 \text{ F}$$

$$C_2 = 0.01 \text{ F}$$

$$\text{KVL (1): } I_1 \frac{1}{sC_1} + (I_1 - I_2) \frac{1}{sC_2} = U(s)$$

$$\text{KVL (2): } I_2 R + (I_2 - I_1) \frac{1}{sC_2} = 0$$

$$(2) \Rightarrow I_1 = I_2 sC_2 \left(R + \frac{1}{sC_2} \right) \star$$

$$(1) \Rightarrow U(s) = I_1 \left(\frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_2} \right) - I_2 \frac{1}{sC_2}$$

$$\stackrel{\star}{=} I_2 \left(sC_2 \left(R + \frac{1}{sC_2} \right) \left(\frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_2} \right) - \frac{1}{sC_2} \right)$$

$$= I_2 \left(\frac{1}{sC_1} + R \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right) \right)$$

$$U(s) = 0.5 \frac{1}{s+1} \left(\frac{1}{sC_1} + R \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right) \right) =$$

$$= 0.5 \left[\frac{1}{C_1} \frac{1}{(s+1)s} \overset{\text{PBU}}{\leftarrow} + R \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right) \frac{1}{s+1} \right]$$

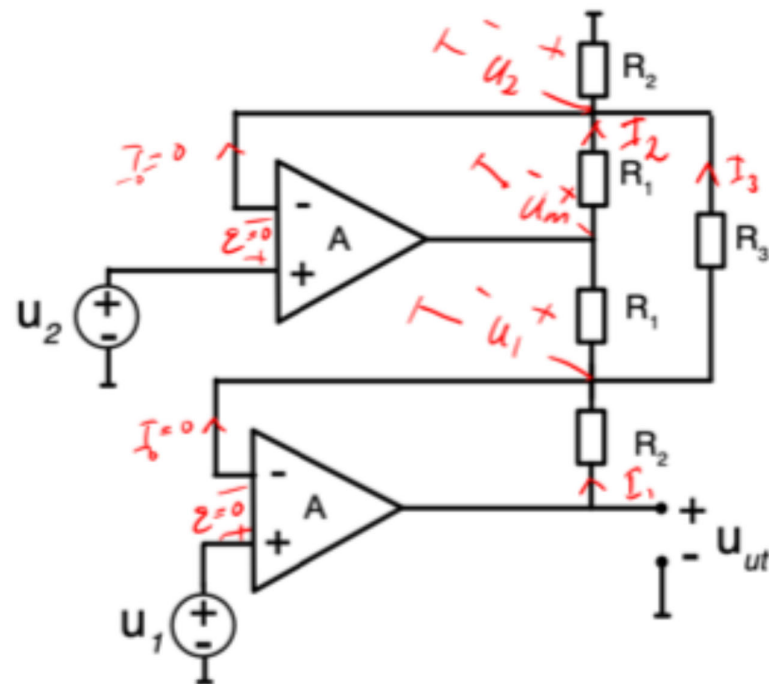
$$= 0.5 \left[\frac{1}{C_1} \frac{1}{s} - \frac{1}{C_1} \frac{1}{s+1} + R \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right) \frac{1}{s+1} \right]$$

$$u(t) = 0.5 \left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_1} e^{-t} + R \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right) e^{-t} \right)$$

$$\left[\begin{array}{l} R \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right) = \frac{100}{3} \\ \frac{1}{C_1} = \frac{100}{3} \end{array} \right] \Rightarrow u(t) = \frac{0.5 \cdot 100}{3} = \underline{\underline{\frac{50}{3} \text{ V}}}$$

3.

3.



$$\begin{array}{lcl}
 R_1 I_2 = u_m - u_2 & \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} & \begin{array}{l} I \\ II \\ III \\ IV \\ V \end{array} \\
 R_1 (I_1 - I_3) = u_1 - u_m & & \\
 R_2 (I_2 + I_3) = u_2 & & \\
 R_2 I_1 = u_{ut} - u_1 & & \\
 R_3 I_3 = u_1 - u_2 & &
 \end{array}$$

$$\underline{I} + \underline{II} \Rightarrow$$

$$R_1 (\underline{I}_1 + \underline{I}_2 - \underline{I}_3) = u_1 - u_2 \quad \underline{VI}$$

Setzen in $\underline{III} - \underline{V}$ in $\underline{VI}$

$$R_1 \left(\frac{u_{\text{out}} - u_1}{R_2} + \frac{u_2}{R_2} - 2 \frac{(u_1 - u_2)}{R_3} \right) = u_1 - u_2$$

$$u_{\text{out}} - u_1 + u_2 - \frac{2R_2}{R_3} (u_1 - u_2) = \frac{R_2}{R_1} (u_1 - u_2)$$

$$u_{\text{out}} = u_1 - u_2 + (u_1 - u_2) \cdot \frac{2R_2}{R_3} + \frac{R_2}{R_1} (u_1 - u_2)$$

$$\Rightarrow u_{\text{out}} = \left(1 + \frac{2R_2}{R_3} + \frac{R_2}{R_1} \right) u_1 - u_2$$

4.

4. $A_o(f) = \frac{10^4}{1 + j \frac{f}{10^3}}$ ene. diagram

Resistiv återkopplade, dvs/Breckett

$A_{tot} = \frac{A_o}{1 + \beta A_o}$, ? brytfrekvens ω_c
 $f_c = 2 \cdot 10^5 \text{ Hz}$

med andra ord sätt β så att

$$\left| \frac{A_{tot}(f=2 \cdot 10^5)}{A_{tot}(f=0)} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$A_o(f=0) = 10^4$, $A_o(f=2 \cdot 10^5) = \frac{10^4}{1 + j 2 \cdot 10^2} \approx -j \cdot 50$

$\Rightarrow A_{tot}(f=0) = \frac{10^4}{1 + \beta \cdot 10^4} = \left[\begin{array}{l} \text{antar } \beta \cdot 10^4 \gg 1 \\ \text{vilket bekräftas} \\ \text{sedan} \end{array} \right] \approx \frac{1}{\beta}$

$A_{tot}(f=2 \cdot 10^5) = \frac{-j \cdot 50}{1 - j \cdot 50 \cdot \beta}$

$$\left| \frac{A_{tot}(2 \cdot 10^5)}{A_{tot}(f=0)} \right| = \left| \frac{\frac{-j \cdot 50}{1 - j \cdot 50 \cdot \beta}}{\frac{1}{\beta}} \right| = \left| \frac{\beta \cdot 50}{\sqrt{1 + (50\beta)^2}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\Rightarrow \frac{(\beta \cdot 50)^2}{1 + (\beta \cdot 50)^2} = \frac{1}{2} = \left[\begin{array}{l} \text{sätt } x = \beta \cdot 50 \end{array} \right]$

$= \frac{x}{1+x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 1 \text{ dvs}$

$50 \cdot \beta = 1 \Rightarrow \beta = \frac{1}{50}$

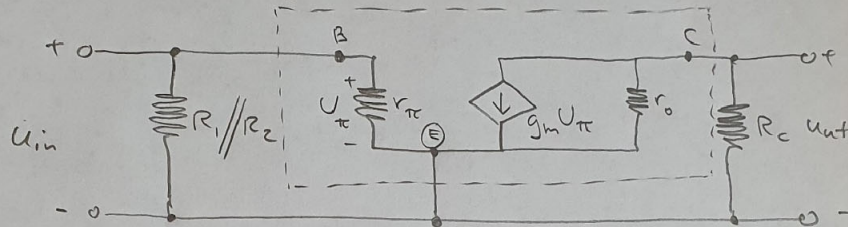
och eftersom $A_{tot}(f=0) \approx \frac{1}{\beta} \Rightarrow \text{max förstärkning}$
 är 50 ggr

5.

5.

Sm-signal krets med avkopplad emitter.

För BJT: $r_b = 0$ och förenklat hybrid- π :



Ur kretsen får:

$$\begin{cases} u_{in} = U_{\pi} \\ u_{ut} = -g_m U_{\pi} (r_o // R_c) \end{cases}$$

det sätts spänningsförstärkning:

$$\frac{u_{ut}}{u_{in}} = -g_m (r_o // R_c). \text{ Använd givna } I_{ce}, r_o, R_c:$$

$$g_m = (FS) = \frac{I_{ce}}{V_T} \bigg|_{T=300 \text{ K}} = \frac{3.7 \text{ mA}}{25.9 \text{ mV}} \approx 143 \frac{\text{mA}}{\text{V}}$$

$$r_o // R_c = 2.94 \text{ k}\Omega$$

$$\underline{\underline{\text{Svar: } \frac{u_{ut}}{u_{in}} \approx -420}}$$

6.

(6.)

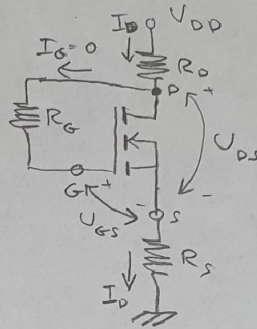
(a) NMOSFET av anrikningstyp ("normally-off", E-mode)

(b) Storsignalnät:

$I_G = 0$ i NMOSFET $\Rightarrow$

$$\Rightarrow U_{DS} = U_{GS}$$

Då måste $U_{DS} > U_{GS} - U_T$,
dvs transistoren arbetar i
i mättade området där
förstärkning sker.



(c) Sök Q för NMOSFET!

$$\text{Ur nätet: } V_{DD} - R_D I_D - U_{DS} - R_S I_D = 0$$

$$\text{Hög Earlysp. } V_A \Leftrightarrow \lambda \approx 0 \Rightarrow I_D \approx \frac{k}{2} (U_{GS} - U_T)^2$$

k, U_T, V_{DD}, R_D, R_S givna.

Insätt numeriska värden och lös för $U_{GS} = U_{DS} \Rightarrow$

$$V_{DD} - (R_D + R_S) \frac{k}{2} (U_{GS} - U_T)^2 - U_{GS} = 0$$

$$U_{GS}^2 - 1.40 U_{GS} - 0.27 = 0$$

$$U_{GS} = 0.70 \pm \sqrt{0.70^2 + 0.27} = \begin{cases} 1.57 \text{ V} > U_T \\ -0.17 \text{ V} \end{cases}$$

$$\text{SVAR: } \Rightarrow \begin{cases} U_{GSQ} = 1.57 \text{ V} \\ U_{DSQ} = 1.57 \text{ V} \\ I_{DQ} = \frac{3.1}{2} (1.57 - 0.87)^2 \approx 0.76 \text{ mA} \end{cases}$$

□