Tentamen läsåret 24/25

Elektriska Kretsar och System ESS117

Examinator: Jan V. Grahn

Tisdag 29 oktober 2024 kl 08:30-12:30

Salstentamen

Tentamen omfattar sex beräkningsuppgifter. Fullständiga beräkningar måste redovisas. Korrekt och välmotiverad lösning med svar ger maximalt 3 poäng (p).

Ange uppgiftsnummer och personlig kod överst på varje papper,

Skriv endast på ena sidan av papperet. Blanda aldrig olika uppgifter på samma ark.

Rättning sker med röd penna, dvs rött är ej tillåten färg i lösningar.

Tillåtna hjälpmedel som får medtas till tentamen:

- Physics Handbook
- Extra formelsamling Elektriska kretsar och system ESS117
- Chalmersgodkänd räknare
- Beta Mathematics Handbook

För godkänt krävs 8 p.
Betygsgränser: Minst 8 p ger betyg 3, minst 12 p betyg 4 och minst 15 p betyg 5. Poäng inkluderar eventuell bonus från duggan innevarande läsår.

Förfrågningar: Examinator Jan Grahn, Mikroteknologi och Nanovetenskap, Chalmers tekniska högskola. Mobil 0730-34 62 99/e-post jan.grahn@chalmers.se

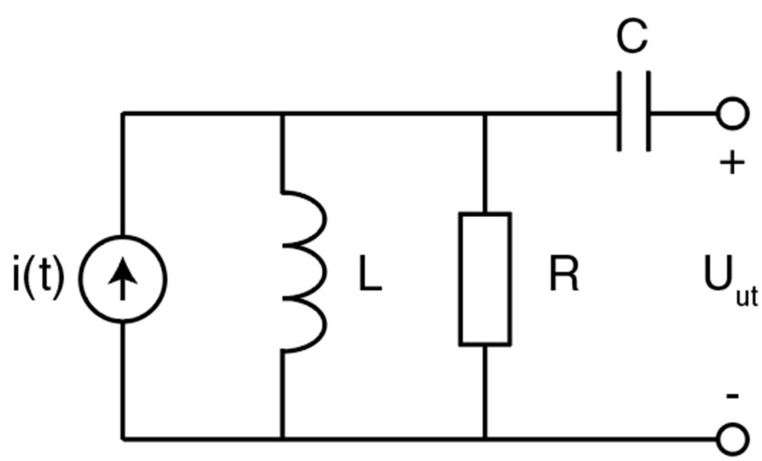
Tentamen och lösningsförslag anslås dagen efter tentamenstillfälle på Canvas tentamensmodul. Resultat meddelas i Ladok senast tre veckor efter tentamenstillfälle. Vill du se din rättade tenta, kontakta gruadmin.mc2@chalmers.se från din chalmers-student epost-adress.

Lycka till!

Uppgift 1.

Bestäm Nortons ekvivalenta tvåpol för växelströmskretsen.

$$i(t) = 10.0\cos(100t + 60°)\ A\,, R = 500\ \Omega, L = 5\ H, C = 20\ \mu F$$



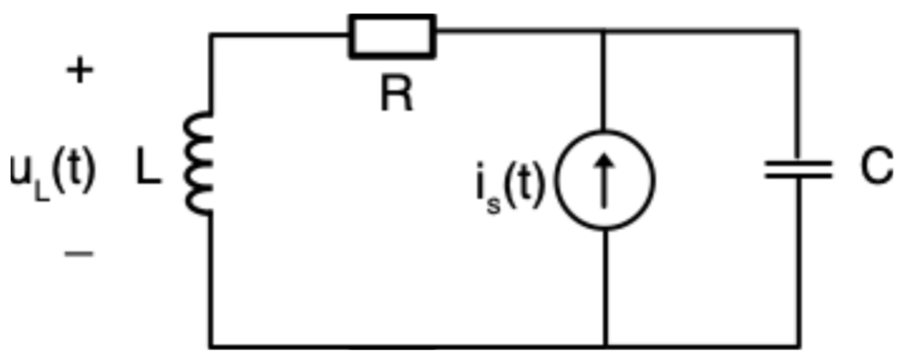
Uppgift 2.

I kretsen nedan avger källan strömmen $i_s(t)$. Kretsen saknar begynnelseenergi vid t=0.

Beräkna spänningen över induktansen $u_L(t)$.

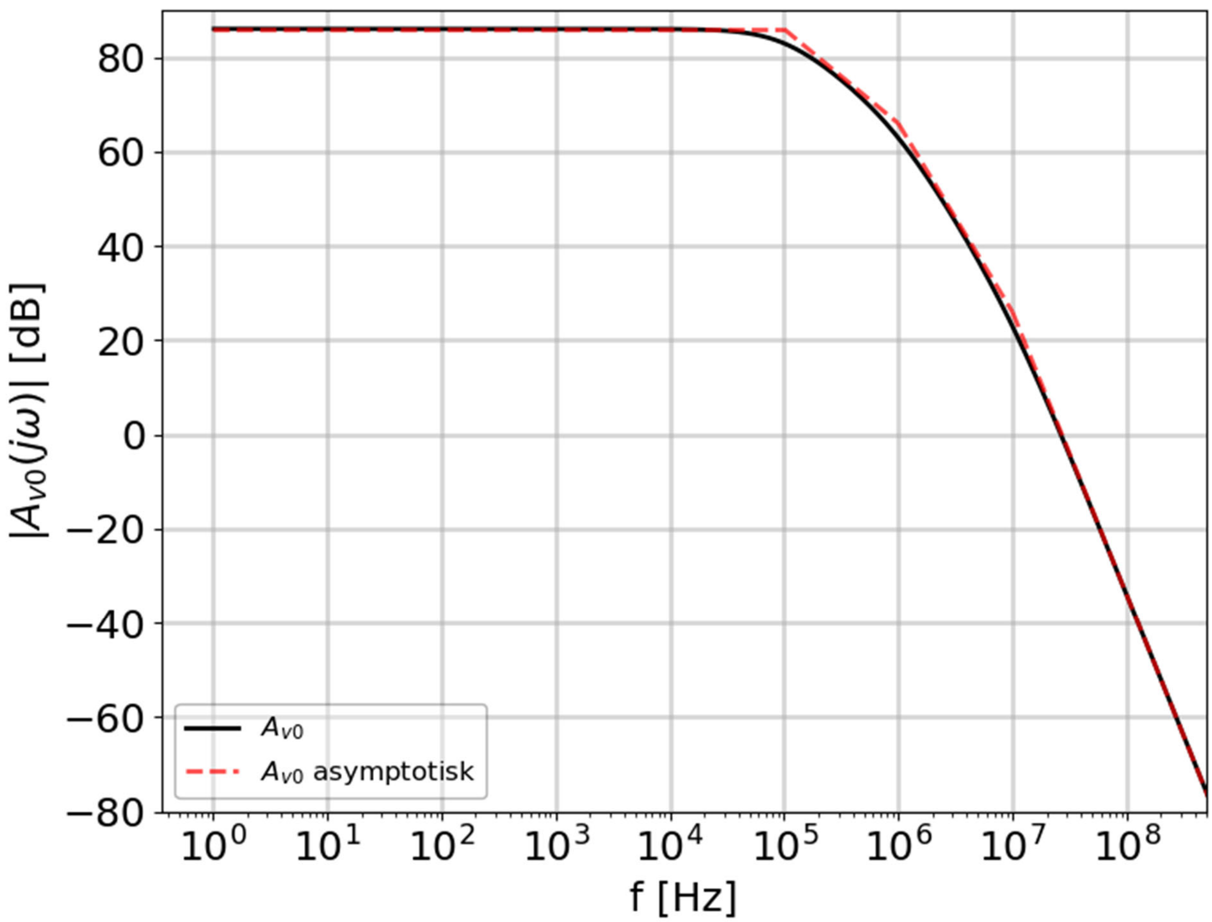
R=10 Ω, L=5 H, C=200 mF

$$i_s(t) = \begin{cases} 2\,A, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$



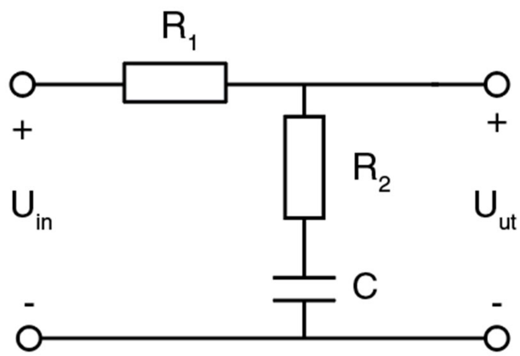
Uppgift 3.

Du har köpt hem en förstärkare som du tänker använda för att förstärka en signal vid 1 MHz. Det medföljer ett datablad med överföringskarakteristik för förstärkningen A_{v0}:



(a) Skriv upp ett uttryck för förstärkningens överföringsfunktion och plotta dess faskarakteristik.

(b) Du bestämmer dig för att motkoppla din förstärkare med ett fasretarderande filter:



Ta fram filtrets överföringsfunktion och beräkna dess poler, nollställen och förstärkning vid DC.

Dimensionera R_1 och R_2 för att få en pol vid 10 Hz och ett nollställe vid 1000 Hz. Antag att $C = 5\ \mu F$.

Rita den motkopplade förstärkaren med filtret ovan.

(c) Skissa Bodeplotten för motkopplingen från 1 Hz till 100 MHz.
Kommer filtret i uppgift b) att räcka som motkoppling för att få stabil förstärkning?

Uppgift 4.

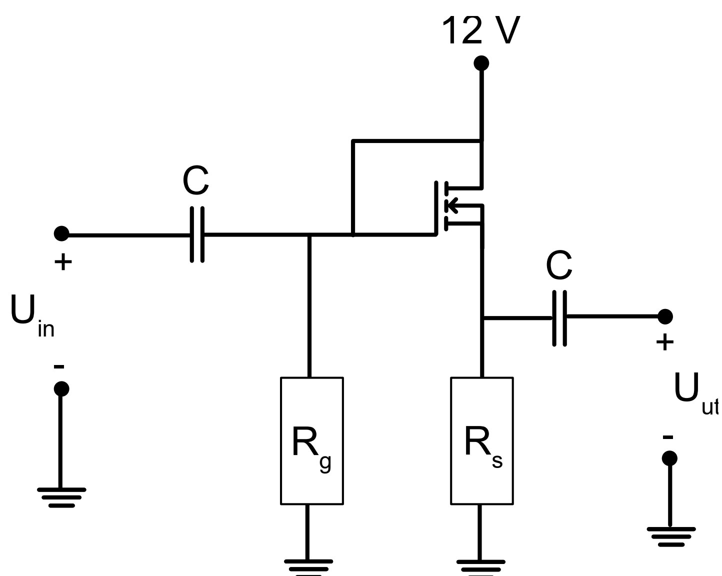
Beräkna strömmen I_{DQ} samt spänningarna U_{GSQ} och U_{DSQ} i arbetspunkten för MOSFETen i kretsen nedan.

I vilket område arbetar transistorn?

Vad blir transkonduktansen i arbetspunkten?

Earlyspänningens inverkan hos MOSFETen kan försummas, dvs $U_{DS}/U_A << 1$.

R_g=50 kΩ, R_s=500 Ω, U_T=0.7 V, k'=150 µA/V^2, W=30 µm, L=3 µm



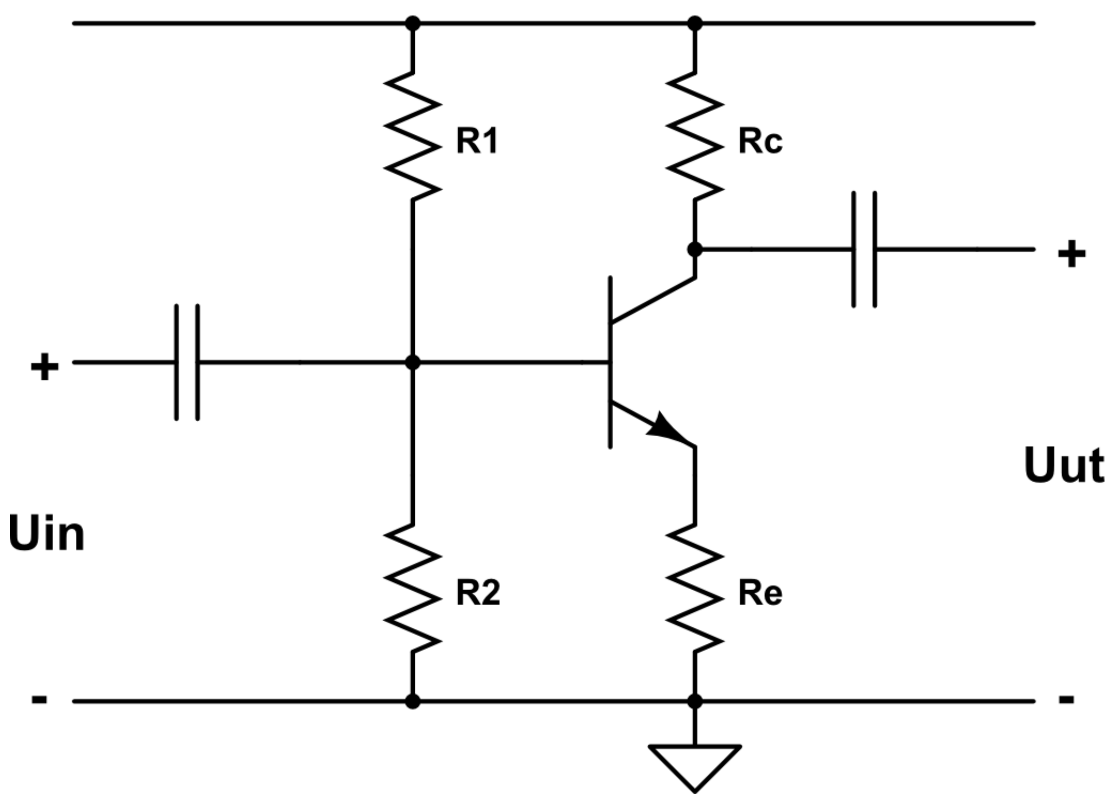
Uppgift 5.

Förstärkarsteget nedan är av sk gemensam-emitter typ utan avkoppling.

Re är dimensionerad >> $1/g_m$ där g_m är bipolära transistorns transkonduktans.

Rita ett småsignalnät och härled förstärkningen uttryckt i resistanserna.

Transistorns basresistans och utresistans kan försummas respektive antas mycket stor.



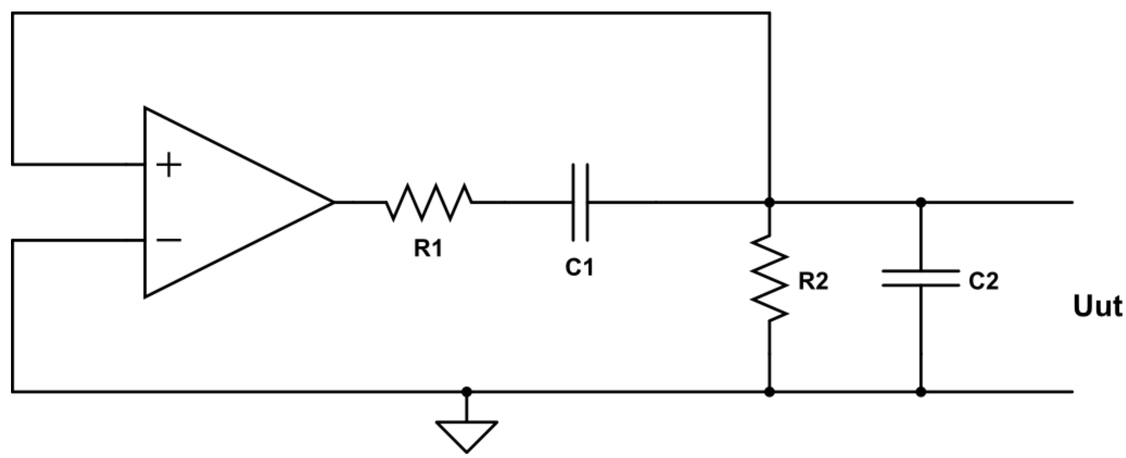
Uppgift 6.

I oscillatorn i nätet nedan har operationsförstärkaren förstärkningen A_{vo}.

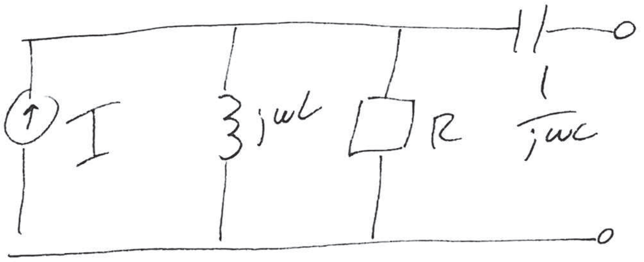
Givet att R1=100 kΩ , C1= 10 nF, R2= 10 kΩ , C2 = 100 nF.

Beräkna oscillationsfrekvensen.

Beräkna förstärkningen A_{vo}.



Uppgift 1   jω & rita kretsen igen



$I = 10e^{j\frac{\pi}{3}}$ A, $\omega = 100$ rad/s
$R = 500\,\Omega$, $C = 20\,\mu F$
$L = 5H$

Nollställ oberoend strömkälla!

$$Z_0 = \frac{1}{j\omega C} + R//j\omega L = \frac{1}{j\omega C} + \frac{j\omega RL}{R + j\omega L}$$

$$= \frac{\omega^2 RL^2}{R^2 + (\omega L)^2} + j\left(\frac{\omega R^2 L}{R^2 + (\omega L)^2} - \frac{1}{\omega C}\right) = 250 - j250 = 250\sqrt{2}e^{-j\frac{\pi}{4}}\,\Omega$$

Tomgångspänning

$$U_{oc} = I\,R//j\omega L \Rightarrow R//j\omega L = \frac{j\omega RL}{R + j\omega L} =$$

$$= \frac{\omega^2 RL^2}{R^2 + (\omega L)^2} + j\left(\frac{\omega R^2 L}{R^2 + (\omega L)^2}\right) = 250 + j250 = 250\sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}\,\Omega$$

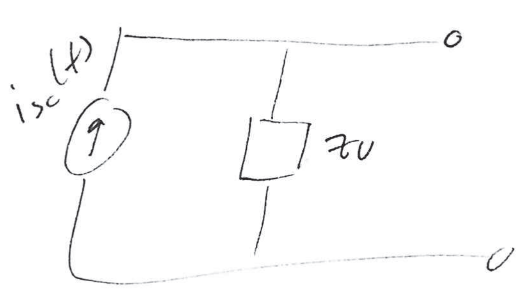
$$U_{oc} = I\,250\sqrt{2}e^{j\pi/4} = 10e^{j\pi/3}\,250\sqrt{2}e^{j\pi/4} = 2500\sqrt{2}e^{j\frac{7\pi}{12}}\,V$$

kortslutningsströmmen

$$I_{sc} = \frac{U_{oc}}{Z_0} = \frac{2500\sqrt{2}e^{j\frac{7\pi}{12}}}{250\sqrt{2}e^{-j\pi/4}} = 10e^{j\frac{5\pi}{6}} = 10\angle 150°\,A$$

$$i_{sc}(t) = 10\cos(100t + 150°)\,A$$

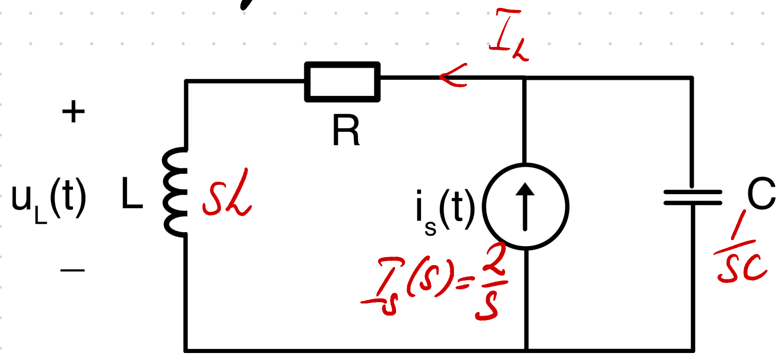
Norton!



$i_{sc}(t) = 10\cos(100t + 150°)$ A

$Z_0 = 250 - j250\,\Omega$

2. Transientanalys (Laplace)



$$i_s(t) = \begin{cases} 2A, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \qquad R = 10\,\Omega,\ L = 5H,\ C = 200\,mF$$

Strömdelning ger

$$I_L = \frac{I_s \cdot \frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC} + R + Ls} = \frac{\frac{2}{s}}{1 + RCs + CLs^2}$$

då kan spänningen över induktansen uttryckas

$$U_L = Ls \cdot I_L = \frac{2 \cdot L}{1 + RCs + CLs^2} = \begin{bmatrix} \text{med insatta} \\ R, C, L \end{bmatrix} = \frac{10}{1 + 2s + s^2}$$

eftersom nämnaren har en dubbelrot kan vi skriva

$$= \frac{10}{(s+1)^2} = \begin{bmatrix} \text{Då inversa Laplace ur tabell ger } \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}\right\} = t^n e^{at} \ldots \\ \text{med } n=1 \text{ \& } a=-1 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{10}{(s+1)^2}\right\} = 10 \cdot t \cdot e^{-t}$$

dvs $u_L(t) = 10 \cdot t\, e^{-t}\ V$

Uppgift 3   a) A_{vo} har DC-förstärkningen 86 dB

$$A_{vo,dc} = 10^{86/20} = 20000$$

Vi ser att vi har tre poler! $f_1 = 10^5\,Hz$, $f_2 = 10^6\,Hz$ & $f_3 = 10^7\,Hz$

$$A_{vo} = 20000\left(\frac{1}{1+j\frac{f}{10^5}}\right)\left(\frac{1}{1+j\frac{f}{10^6}}\right)\left(\frac{1}{1+j\frac{f}{10^7}}\right)$$

Vid varje brytfrekvens så kommer det adderas $-\frac{\pi}{2}$ fas!

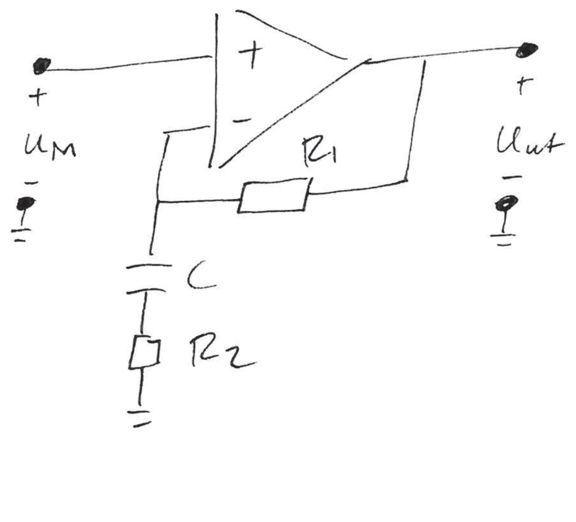
$$\arg\left(\frac{1}{1+j\frac{f}{f_B}}\right) = \begin{cases} 0, & \text{om } f \ll f_B \\ -\frac{\pi}{4}, & \text{om } f = f_B \\ -\frac{\pi}{2}, & \text{om } f \gg f_B \end{cases}$$

b) β hittas enklast med spänningsdelning

$$\beta = \frac{R_2 + \frac{1}{j\omega C}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1 + j\omega R_2 C}{1 + j\omega (R_1 + R_2) C}$$

Dvs $f_{\beta,pol} = \frac{1}{2\pi (R_1 + R_2) C}$, $f_{\beta,noll} = \frac{1}{2\pi R_2 C}$ & $\lim_{\omega \to 0} \beta = 1$

med $C = 5\mu F \Rightarrow R_1 = 3151\,\Omega$ & $R_2 = 31\,\Omega$



c) Sista uppgiften är att skissa βA_{vo}!

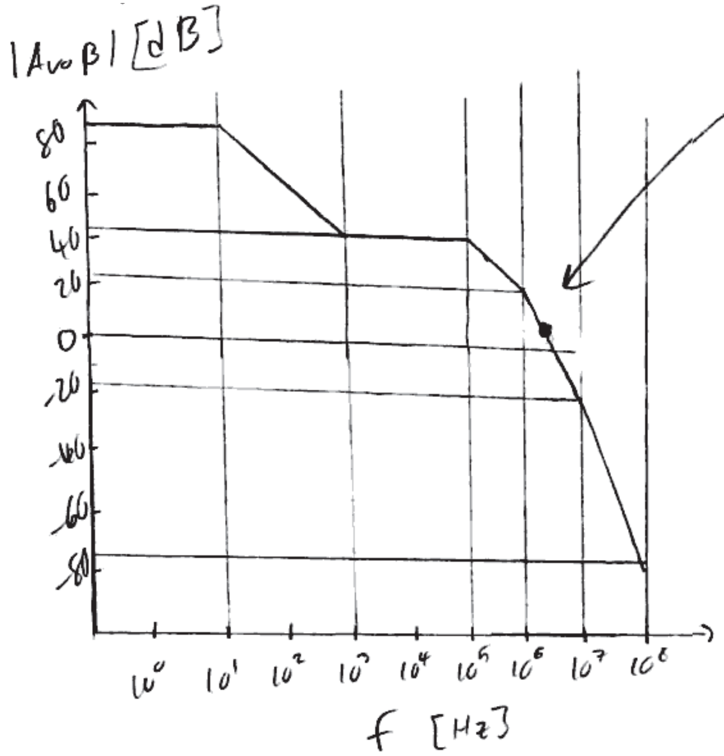
$$\beta A_{vo} = 20000 \left(\frac{1}{1+j\frac{f}{10^5}}\right)\left(\frac{1}{1+j\frac{f}{10^6}}\right)\left(\frac{1}{1+j\frac{f}{10^7}}\right)\left(\frac{1+j\frac{f}{10^3}}{1+j\frac{f}{10^1}}\right)$$

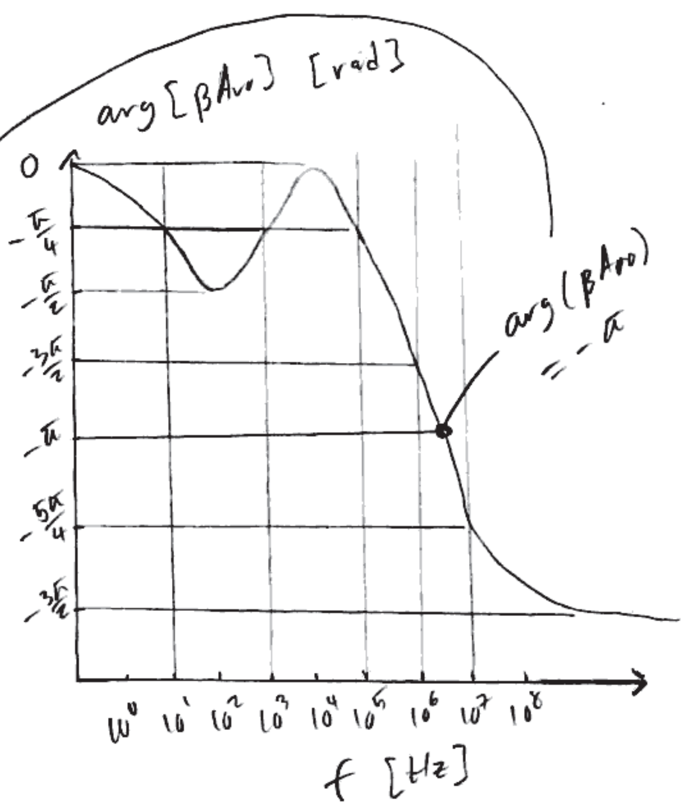
5 brytfrekvenser: 4 poler: 10^1, 10^5, 10^6, 10^7 Hz

1 nollställe: 10^3

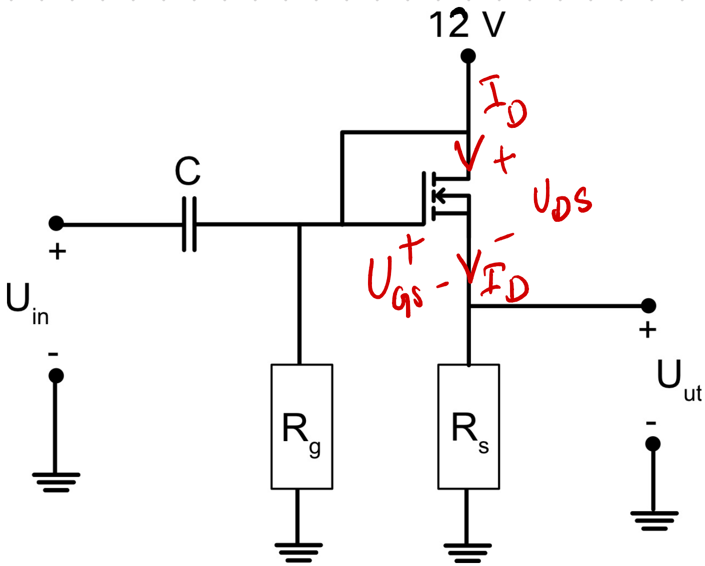
DC: 20000 → 86dB

Plottar man detta ordentligt så hamnar man precis på gränsen för att vara stabila!





4. MOSFET arbetspunkt



Går vi från 12V spänningskällan och summerar spänningarna (KVL) till jord får vi att

$$U_{DS} + R_s I_D = 12 \quad (I)$$

Vi ser också att $U_{GS} = U_{DS}$ och därmed arbetar transistorn i mättnadsområdet eftersom $U_{DS} > U_{GS} - U_T$, sambandet mellan I_D & U_{GS} ges av

$$I_D = k'\frac{W}{2L}(U_{GS} - U_T)^2(1+\lambda U_{DS}) \approx \left[\frac{U_{DS}}{U_A} \ll 1\right] \approx k'\frac{W}{2L}(U_{GS}-U_T)^2 \quad (II)$$

Stoppar vi in uttrycket för I_D (II) i (I) och där $U_{GS}=U_{DS}$ så får vi en andragradsekvation i U_{GS}

$$U_{GS} + \underbrace{R_s \cdot \frac{k'W}{2L}}_{A}(U_{GS} - U_T)^2 = 12$$

$$\Rightarrow U_{GS} + A U_{GS}^2 + A \cdot U_T^2 - 2A U_T \cdot U_{GS} = 12$$

$$\Rightarrow A V_{GS}^2 + (1-2AV_T)\cdot V_{GS} + AV_T^2 - 12 = 0$$

dela med A

$$\Rightarrow V_{GS}^2 + \frac{(1-2AV_T)}{A}\cdot V_{GS} + \frac{AV_T^2-12}{A} = 0$$

$$V_{GS} = \left(\frac{2AV_T-1}{2A}\right) \pm \frac{\sqrt{\left(\frac{2AV_T-1}{A^2}\right)^2 - 4\cdot\left(\frac{AV_T^2-12}{A}\right)}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{GS} = \begin{cases} 5 \\ -6.3 \end{cases}$$

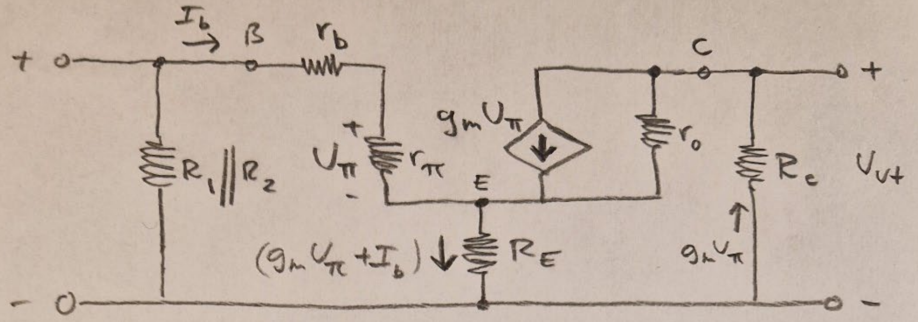
och eftersom V_D måste vara större än V_T så är $V_{GSQ} = 5V$ den enda möjliga lösningen, samt $V_{DSQ} = V_{GSQ} = 5V$

Strömmen $I_{DQ} = k'\frac{W}{2L}(V_{GSQ}-V_T)^2 = 14\,mA$

samt transkonduktansen $g_m = \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} = k'\frac{W}{L}(V_{GSQ}-V_T) = 6.5\,mA/V$

5.

Hybrid-π SSM för npn BJT i GE-steg:



Enl. uppgift är $r_b = 0$ och $r_o = \infty$ $\Rightarrow$

$$\text{KVL:} \begin{cases} -U_{in} + U_\pi + (g_m U_\pi + I_b) R_E = 0 & (1) \\ U_{ut} + g_m U_\pi R_c = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow U_{in} \underset{\uparrow}{=} U_\pi + U_\pi\left(g_m + \frac{1}{r_\pi}\right) R_E \underset{\uparrow}{=} U_\pi + U_\pi g_m \underbrace{\left(1 + \frac{1}{\beta_{ac}}\right)}_{\approx 1 \text{ ty } \beta_{ac} \approx 10^2} R_E$$

$I_b = U_\pi / r_\pi$ $\qquad$ $r_\pi = \dfrac{\beta_{ac}}{g_m}$

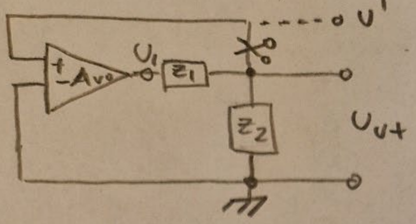
dvs $U_{in} = U_\pi (1 + g_m R_E)$

$$\text{Sökta } A_v \underset{\underset{(2)}{\uparrow}}{=} \frac{U_{ut}}{U_{in}} = \frac{-g_m R_c}{1 + g_m R_E} = \frac{-R_c}{\frac{1}{g_m} + R_E}$$

Dimensionera $R_E \gg \dfrac{1}{g_m}$ $\Rightarrow$ $A_v \approx -\dfrac{R_c}{R_E}$

□

(6)



$$\begin{cases} Z_1 = R_1 + \dfrac{1}{j\omega C_1} \\ Z_2 = R_2 /\!/ \dfrac{1}{j\omega C_2} = \end{cases}$$

$$= \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}$$

Icke-inverterad oscillator : $\beta A_{vo} = +1$

Motsvarar $\dfrac{U_{vt}}{U'} = +1$ i "uppklippt" slinga

Definiera U_1 efter förstärkaren =>

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= A_{vo} U' \\ U_{vt} &= \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} U_1 \end{aligned}\right\} \quad \text{Osc. villkor } U_{vt}/U' = +1 \Rightarrow \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} A_{vo} = 1 \quad (*)$$

Sök ω_0 då $\dfrac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$ är reell !

$$\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{j\omega R_2 C_1}{(j\omega R_1 C_1 + 1)(1 + j\omega R_2 C_2) + j\omega R_2 C_1} =$$

$$= \frac{j\omega R_2 C_1}{(1 - \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2) + j\omega (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1)} \quad \binom{*}{*}$$

Reellt då $1 = \omega_0^2 R_1 C_1 R_2 C_2$ varför

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-6}}} = \underline{1000 \ \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \quad (f_0 = 159 \text{ Hz})$$

$$(*) \Rightarrow A_{vo}(\omega_0) = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1} = \binom{*}{*} = \frac{R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1}{R_2 C_1} =$$

$$= 1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} = 1 + 10 + 10 = \underline{\underline{21}}$$

□