Tentamen läsåret 23/24

Elektriska Kretsar och System ESS117

Elektriska Nät och System ESS116

Examinator: Jan V. Grahn

Fredag 23 augusti 2024 kl 14:00-18:00

Salstentamen

Tentamen omfattar sex beräkningsuppgifter. Fullständiga beräkningar måste redovisas. Korrekt och välmotiverad lösning med svar ger maximalt 3 poäng (p).

Ange uppgiftsnummer och personlig kod överst på varje papper,

Skriv endast på ena sidan av papperet. Blanda aldrig olika uppgifter på samma ark.

Rättning sker med röd penna, dvs rött är ej tillåten färg i lösningar.

Tillåtna hjälpmedel som får medtas till tentamen:

- Physics Handbook
- Extra formelsamling Elektriska kretsar och system ESS117 ht23
  (alternativt Elektriska nät och system ESS116 ht22)
- Chalmersgodkänd räknare
- Beta Mathematics Handbook

För godkänt krävs 8 p.
Betygsgränser: Minst 8 p ger betyg 3, minst 12 p betyg 4 och minst 15 p betyg 5. Poäng inkluderar eventuell bonus från duggan innevarande läsår.

Förfrågningar: Examinator Jan Grahn, Mikroteknologi och Nanovetenskap, Chalmers tekniska högskola. Mobil 0730-34 62 99/e-post jan.grahn@chalmers.se

Tentamen och lösningsförslag anslås dagen efter tentamenstillfälle på Canvas tentamensmodul. Resultat meddelas i Ladok senast tre veckor efter tentamenstillfälle. Vill du se din rättade tenta, kontakta gruadmin.mc2@chalmers.se från din chalmersstudent epost-adress.

Lycka till!

Uppgift 1.

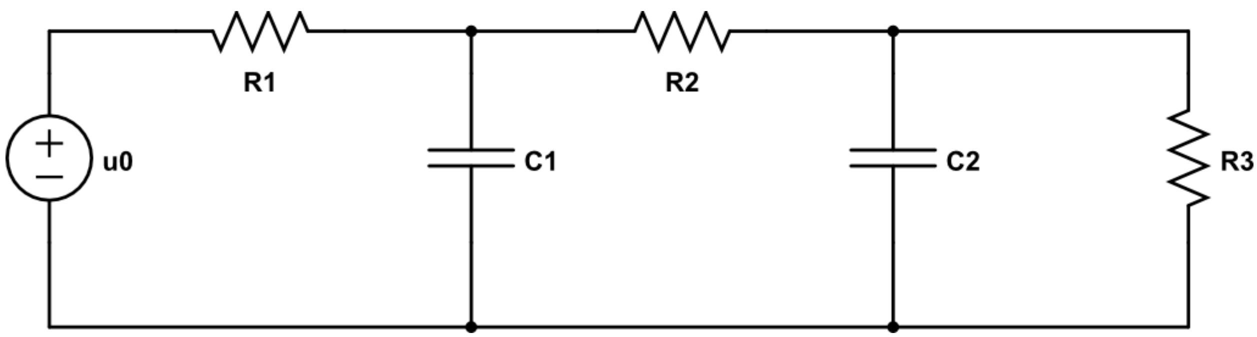
Givet i kretsen nedan:

$u_0 = 2\cos(2t)$

R1= 2 Ω, R2= 2/3 Ω, R3= 2/5 Ω

C1= 1/2 F, C2=1 F

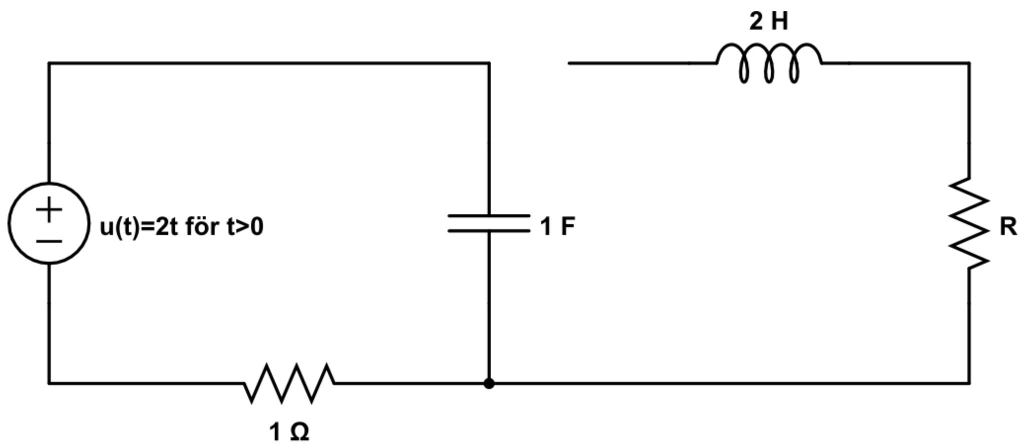
Beräkna spänningen över R3 med nodanalys!



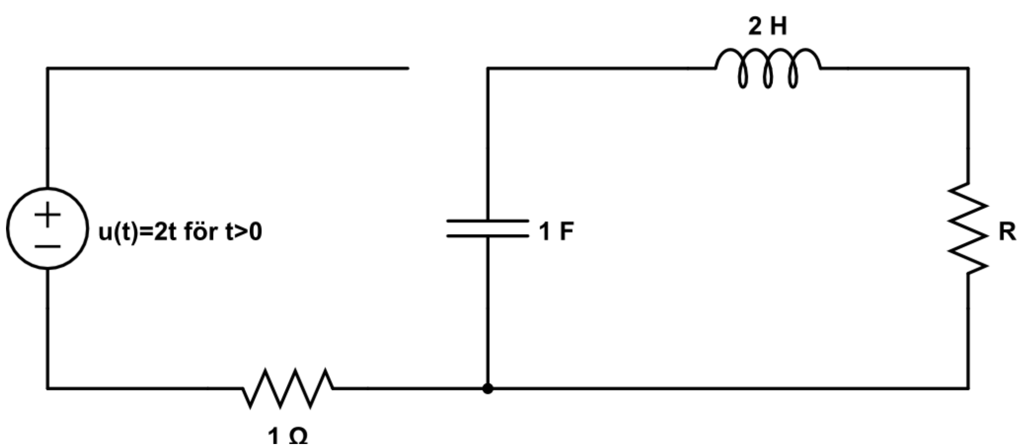
Uppgift 2.

Nätet nedan saknar begynnelseenergi. Givet att R = 1 Ω.

Spänningskällan laddar först kondensatorn under 1 s:



Därefter kopplas spänningskällan bort och energin fördelas i högra nätet:



Sök spänningen över R efter att högra nätet varit inkopplat 1 s.

Som hjälpmedel finns en transformtabell på nästa sida.

Laplacetransformtabell

Signal or Function	f(t)	F(s)
Impulse	$\delta(t)$	1
Step	$u(t) = 1, t \geq 0$	$\frac{1}{s}$
Ramp	$r(t) = t, t \geq 0$	$\frac{1}{s^2}$
Exponential	$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s+\alpha}$
Sine	$\sin(\beta t)$	$\frac{\beta}{s^2+\beta^2}$
Cosine	$\cos(\beta t)$	$\frac{s}{s^2+\beta^2}$
Damped Sine	$e^{-\alpha t}\sin(\beta t)$	$\frac{\beta}{(s+\alpha)^2 + \beta^2}$
Damped Cosine	$e^{-\alpha t}\cos(\beta t)$	$\frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2+\beta^2}$
	$\frac{1}{\alpha^2}(1 - e^{-\alpha t} - \alpha t e^{-\alpha t})$	$\frac{1}{s(s+\alpha)^2}$
	$\frac{1}{\alpha^2}(\alpha t - 1 + e^{-\alpha t})$	$\frac{1}{s^2(s+\alpha)}$

Uppgift 3.

Småsignalförstärkaren nedan är konstruerad med en NMOS transistor av anrikningstyp. Arbetspunkten är $I_D = 0.18$ mA och $U_{GS} = 0.70$ V.

Rita ett småsignalschema och beräkna småsignalförstärkningen.

Transistordata:

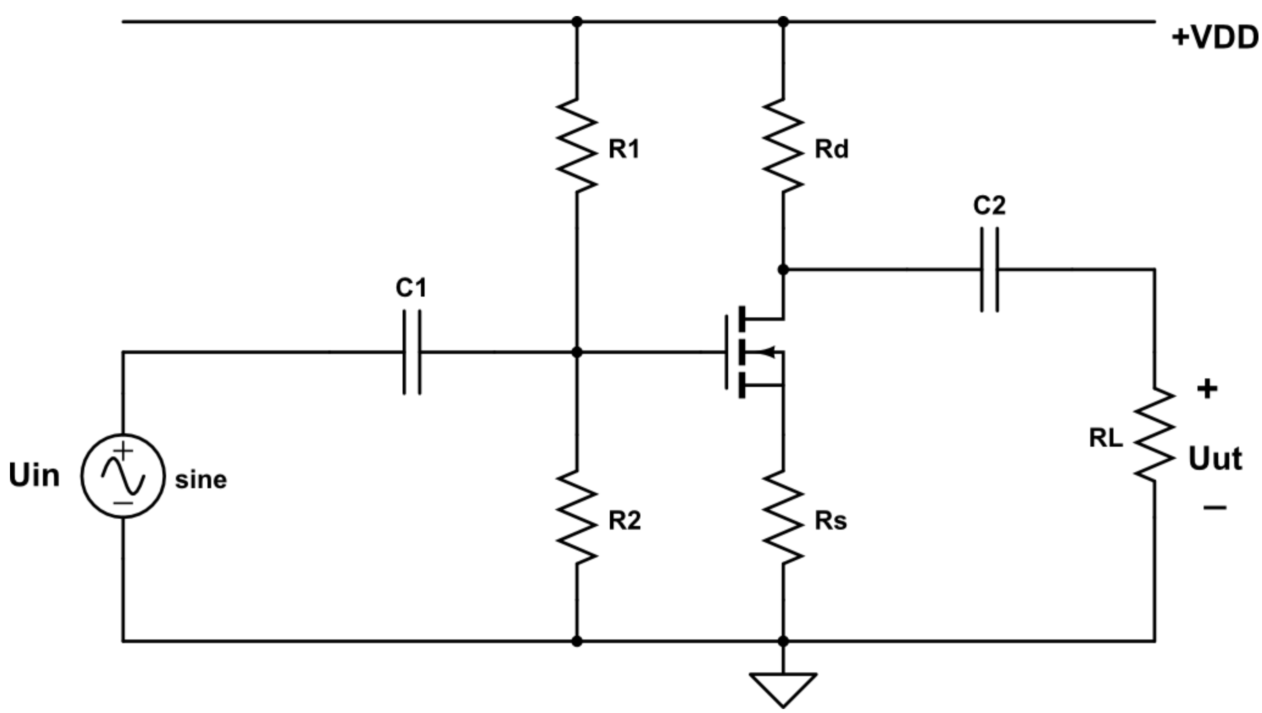
μ_n= 900 cm^2/Vs, C_{ox}= 1.24 µF/cm^2

W= 5 µm , L= 0.65 µm, Tröskelspänning = 0.50 V, Earlyspänning mycket hög

Nätet:

R_1 = 5.6 kΩ, R_2 = 1.8 kΩ, R_d = 1.2 kΩ , R_s = 1.5 kΩ , R_L = 1 kΩ,

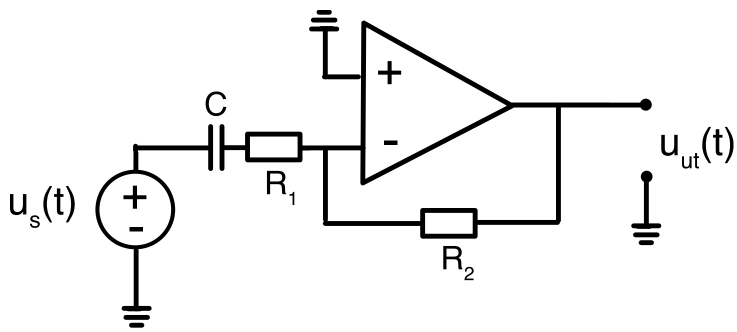
C_1 = 5 nF, C_2 = 5 nF, V_{dd} = 4.0 V

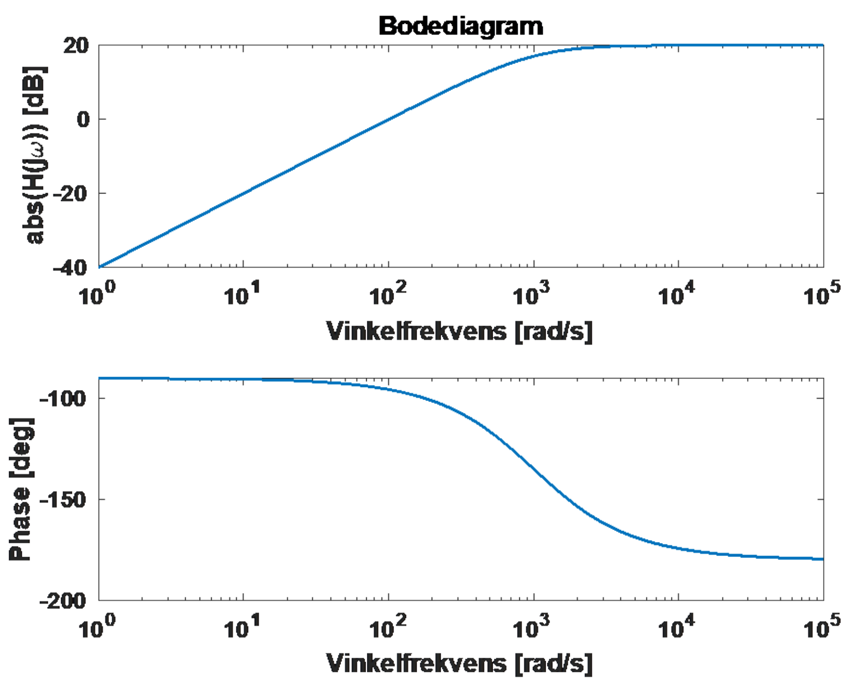


Uppgift 4.

Beräkna överföringsfunktionen för kretsen nedan $H(j\omega)=U_{ut}/U_s$.

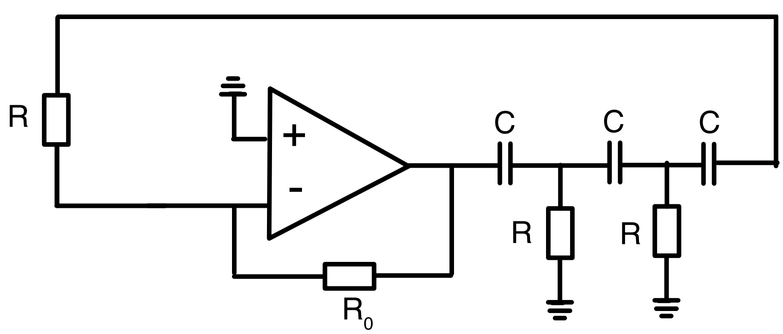
Använd Bodedigrammet nedan som representerar frekvenssvaret $H(j\omega)$ för att bestämma R_1 och R_2 då $C=1\mu F$. Antag att operationsförstärkaren är ideal.





Uppgift 5.

Beräkna R_0 och R så att kretsen i figuren nedan svänger sinusformigt med svängningsfrekvensen 250 Hz där C=2 μF. Antag att operationsförstärkaren är ideal.

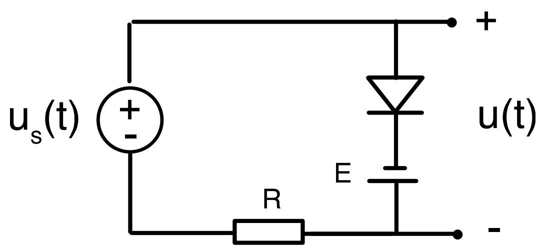


Uppgift 6.

Beräkna och rita en graf för spänningen u(t) för nätet nedan.

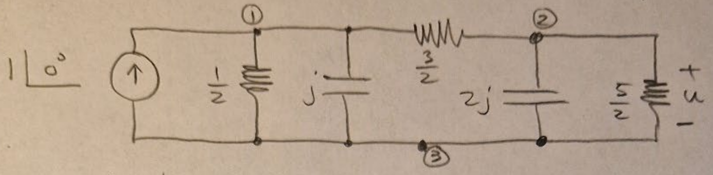
$u_s(t)=4\cdot\sin(2\pi\cdot 10^2\cdot t)$ V, R= 320 Ω, E=1 V.

Dioden antas vara ideal.

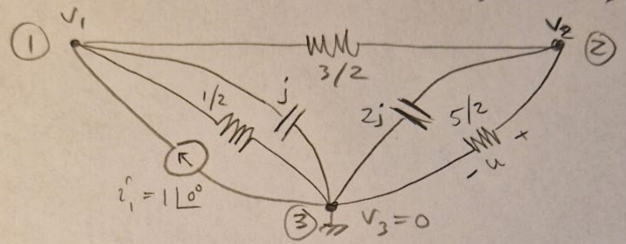


① Nodanalys görs m. oberoende strömkälla och admittanser. Thev. → Norton: $u_0 \rightarrow u_0/R1$

Nät med $\omega = 2$: Vi söker u!



Nodnät med 3 noder V_1, V_2, V_3. Sätt $V_3 = 0$:



Matrisekv. vid nodanalys: $\mathbb{Y} \cdot \mathbb{V} = \mathbb{i} \Rightarrow$

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{2} + \frac{1}{2} + j & -\frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} + \frac{5}{2} + 2j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 = 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 2+j & -\frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} & 4+2j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\angle 0° \\ 0 \end{bmatrix}$$

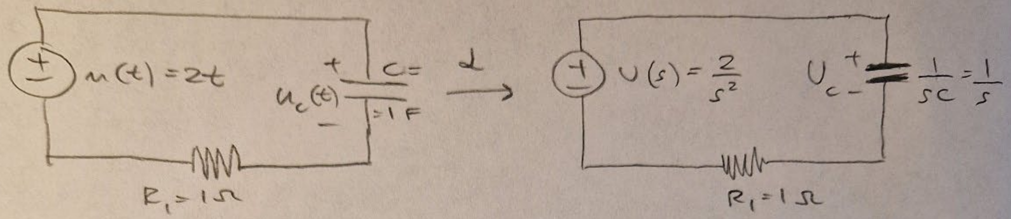
Sökes: $u = V_2$.
Anv. Cramers metod:

$$u = V_2 = \frac{\det \begin{bmatrix} 2+j & 1\angle 0° \\ -3/2 & 0 \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} 2+j & -3/2 \\ -3/2 & 4+2j \end{bmatrix}} = \frac{\frac{3}{2}\angle 0°}{6 + 8j - \frac{9}{4}} =$$

$$= \frac{6\angle 0°}{15 + 32j} = \frac{6\angle 0°}{35,3\angle 64,9°} \approx \boxed{0,17\angle -64,9° \text{ V}}$$

□

(2) Sök först spänning u_c för C efter att sp.källan laddat nätet under 1 s; Detta fås via Laplacetransformerat nät:



U_c fås via spänningsdelning:

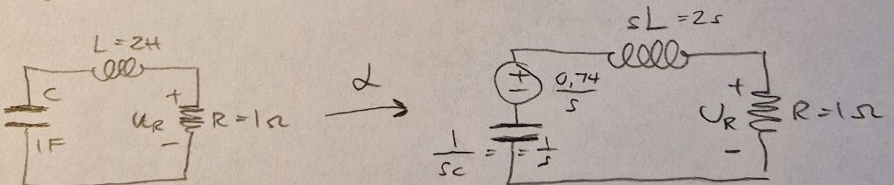
$$U_c = \frac{\frac{1}{sC}}{R_1 + \frac{1}{sC}}\, U(s) \underset{\text{num.}}{\overset{\uparrow}{=}} \frac{\frac{1}{s}}{1+\frac{1}{s}}\,\frac{2}{s^2} = \frac{2}{s^2(s+1)}$$

Gör $\mathcal{L}^{-1}$ mha tabell ($\alpha = 1$):

$$u_c(t) = 2\cdot\frac{1}{1^2}\left(1\cdot t - 1 + e^{-1\cdot t}\right) = 2\left(t - 1 + e^{-t}\right).$$

För $t = 1$ s $\Rightarrow$ $u_c(t=1) = 2\cdot e^{-1} = 0{,}74$ V.

$u_c(t=1)$ motsv. beg.energi för kretsen;



Sök $u_R(t=1\,s)$! Sp.delning i transform. nätet:

$$U_R = \frac{R}{\frac{1}{sC} + sL + R}\cdot\frac{0{,}74}{s} \underset{\text{num.}}{\overset{\uparrow}{=}} \frac{0{,}74}{2}\,\frac{1}{s^2 + \frac{1}{2}s + \frac{1}{2}} \overset{\text{Kvadrat-komplett.}}{=}$$

$$= 0{,}37\,\frac{1}{\left(s+\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{16}}$$. Anv. $\mathcal{L}^{-1}$ tabell: $\frac{\beta}{(s+\alpha)^2+\beta^2}$ $\left(\alpha = \frac{1}{4},\ \beta = \sqrt{\frac{7}{16}}\right)$

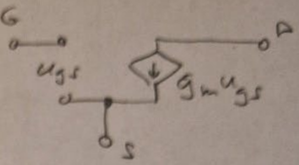
$\Rightarrow u_R(t) = \frac{1{,}48}{\sqrt{7}}\, e^{-t/4} \sin\left[\frac{\sqrt{7}\,t}{4}\right]$ dvs $u_R(t=1) = \underline{\underline{0{,}27\ \text{V}}}$

D

③ GS steg med sourceresistor. Sök u_{ut}/u_{in} !

Givet att Earlysp. U_A hög $\Rightarrow$ r_o hög.

Modell för NMOS:



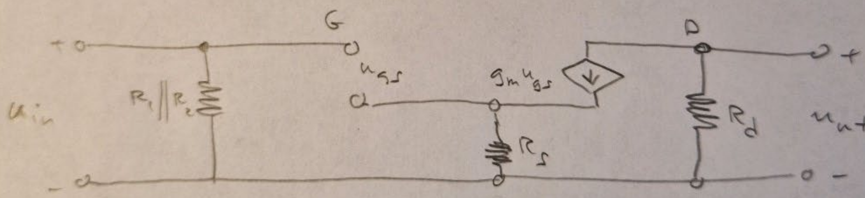
g_m fås mr $g_m = k' \frac{W}{L}(U_{GSa} - U_T)$

där $k' = \mu_n C_{ox} = 900 \cdot 1.24\ \mu F/Vs$

U_{GSa} = arbetspkt = 0.70 V

W, L och $U_T = 0{,}50$ V givna $\Rightarrow$ $g_m = 1716 \frac{\mu F}{\frac{1}{s}} \approx 1.71 \frac{mA}{V}$

SSM:



KVL och KCL ger:

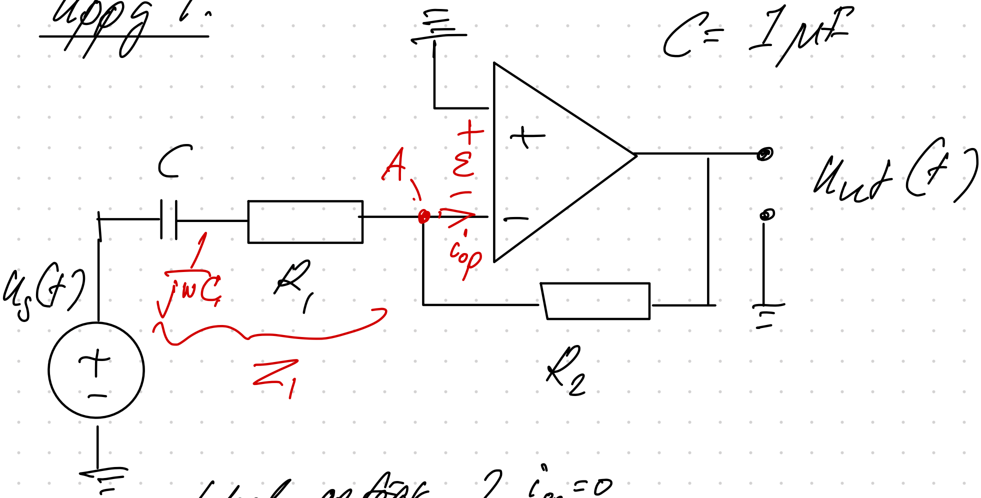
$$\begin{cases} u_{in} = u_{gs} + g_m u_{gs} R_s \\ \dfrac{u_{ut} - 0}{R_d} + g_m u_{gs} = 0 \end{cases}$$

Lös ut $\frac{u_{ut}}{u_{in}} = \frac{-g_m R_d}{1 + g_m R_s} = \frac{-1.71 \cdot 1.2}{1 + 1.71 \cdot 1.5} \approx \underline{\underline{-0{,}58}}$

□

Uppg 4.

$C = 1\,\mu F$



Ideal op.förs. / Neg. återkoppl $\Big\}$ $i_{op} = 0$, $\varepsilon = 0$

KCL i A: $\dfrac{U_s}{Z_1} + \dfrac{U_{ut}}{R_2} = 0$ där $Z_1 = \dfrac{1}{j\omega C} + R_1$

$$H(j\omega) = \frac{U_{ut}}{U_s} = -\frac{R_2}{Z_1} = -\frac{j\omega R_2 C}{1 + sR_1C}$$

sätter man $\omega_2 = \dfrac{1}{R_2C}$, $\omega_1 = \dfrac{1}{R_1C}$

$$\Rightarrow H(j\omega) = -\frac{j\frac{\omega}{\omega_2}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}}$$

$|H(j\omega)| = \dfrac{\frac{\omega}{\omega_2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2}}$ där $H(j\omega)\big|_{\omega\to\infty} = \dfrac{\omega}{\omega_2}\cdot\dfrac{\omega_1}{\omega} = \dfrac{\omega_1}{\omega_2} = \dfrac{R_2}{R_1}$

dvs $\frac{R_2}{R_1}$ (= 20dB enl. Bodediag.) $\Rightarrow 20\log\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right) = 20$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 10$$

φSS för fasen fås

$$\arg\{H(j\omega)\} = -90^\circ - \arctan\left\{\frac{\omega}{\omega_1}\right\} = -135^\circ \text{ vid } \omega = \omega_1$$

dvs $\omega_1 = 1000$ rad/s enl. Bodediagram

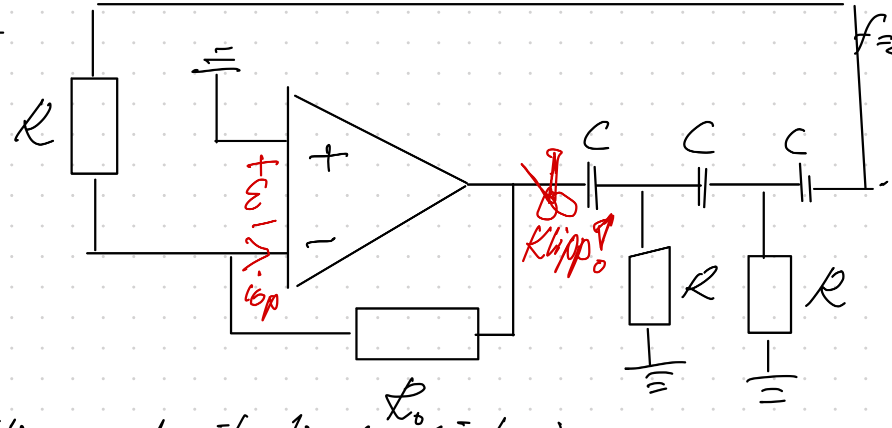
$$\omega_1 = \frac{1}{R_1 C} \Rightarrow R_1 = \frac{1}{\omega_1 C} = 1000\,\Omega$$

Svar: $R_1 = 1\,k\Omega$, $R_2 = 10\,k\Omega$

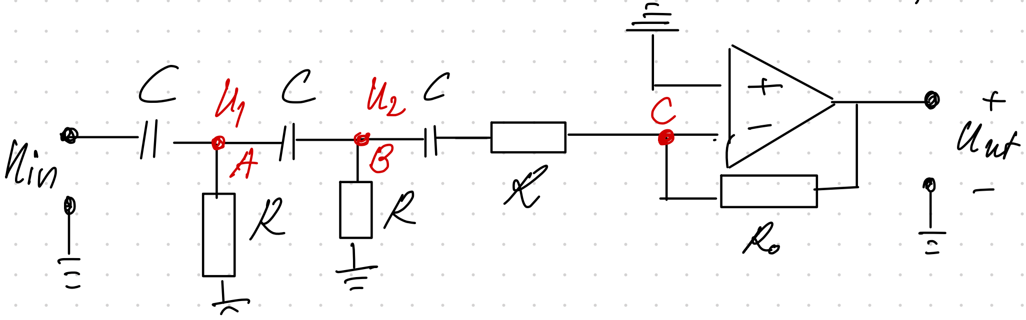
Uppg 5

$C = 2\,\mu F$

$f = 250\,Hz$



Klipp upp och sök slingförstärkningen $\frac{U_{ut}}{U_{in}}$



Ideal op.förstr, Neg. återkoppl $\Big\}$ $i_{op} = 0$, $\varepsilon = 0$

KCL
$$\begin{cases} A: (U_{in} - U_1)j\omega C + (U_2 - U_1)j\omega C_1' - \frac{U_1}{R} = 0 & (I) \\ B: (U_1 - U_2)j\omega C_1' - \frac{U_2}{R + \frac{1}{j\omega C_1'}} - \frac{U_2}{R} = 0 & (II) \\ C: \frac{U_{ut}}{R_0} + \frac{U_2}{R + \frac{1}{j\omega C_1'}} = 0 & (III) \end{cases}$$

$$(I)\quad U_{in} j\omega C - U_1 j\omega C + U_2 j\omega C - U_1 j\omega C - \frac{U_1}{R} = 0$$

$\Rightarrow$

$$u_{in} j\omega C_1' - u_1\left(2j\omega C_1' + \frac{1}{R}\right) + u_2 j\omega C_1' = 0$$

$$\Rightarrow u_{in} j\omega C_1' + u_2 j\omega C_1' = u_1\left(2j\omega C_1' + \frac{1}{R}\right)$$

(II) $$u_1 j\omega C_1' - u_2 j\omega C_1' - \frac{U_2}{R+\frac{1}{j\omega C_1}} - \frac{u_2}{R} = 0$$

$$\Longrightarrow u_1 j\omega C = u_2\left(j\omega C_1' + \frac{1}{R+\frac{1}{j\omega C_1}} + \frac{1}{R}\right)$$

$$\Longrightarrow u_1 = u_2\left(1 + \frac{1}{Rj\omega C+1} + \frac{1}{Rj\omega C_1'}\right)$$

(I) $$u_{in} = u_1 \left(2+\frac{1}{j\omega CR}\right) - u_2$$

ins av II i I ger

$$u_{in} = u_2\left(\left(1+\frac{1}{Rj\omega C_1'+1} + \frac{1}{Rj\omega C_1'}\right)\left(2+\frac{1}{j\omega CR}\right) - 1\right)$$

$$= u_2\left(\left(\frac{(Rj\omega C_1'+1)R_1j\omega C_1' + Rj\omega C_1' + Rj\omega C_1'+1}{(Rj\omega C_1'+1)Rj\omega C_1'}\right)\left(2+\frac{1}{j\omega CR}\right)-1\right)$$

$$= u_2\left(\frac{(-\omega^2C^2R^2+3j\omega CR+1)}{(Rj\omega C_1'+1)Rj\omega C_1} \cdot \frac{(2j\omega CR+1)}{j\omega CR} - 1\right)$$

$$= u_2\left(\frac{-2j\omega^3C^3R^3 - 7\omega^2C^2R^2 + 5j\omega CR + 1 + R^2\omega^2C^2 + j\omega^3C^3R^3}{-R^2\omega^2C^2(j\omega CR+1)}\right)$$

$$= U_2 \left(\frac{-2j\omega^3C^3R^2 - 7\omega^2C^2R^2 + 5j\omega CR + 1 + R^2\omega^2C^2 + j\omega}{-R^2\omega^2C^2(j\omega CR+1)} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_{in}} = \frac{-R^2\omega^2C^2(j\omega CR+1)}{-j\omega^3C^3R^3 - 6\omega^2C^2R^2 + 5j\omega CR + 1}$$

$$III \Rightarrow U_2 = -U_{ut} \cdot \frac{R + \frac{1}{j\omega C}}{R_0} = -U_{ut} \cdot \frac{(j\omega CR+1)}{j\omega CR_0}$$

$$\Rightarrow \frac{U_{ut}}{U_{in}} \cancel{\frac{(j\omega CR+1)}{j\omega CR_0}} = \frac{jR^2R_0\omega^3C^3\cancel{(j\omega CR+1)}}{-j\omega^3C^3R^3 - 6\omega^2C^2R^2 + 5j\omega CR + 1}$$

$$\Rightarrow \frac{U_{ut}}{U_{in}} = \frac{jR^2R_0\omega^3C^3}{-j\omega^3C^3R^3 - 6\omega^2C^2R^2 + 5j\omega CR + 1}$$

Villkoret för sinusformig svängning

är $\frac{U_{ut}}{U_{in}} = 1$

dvs

$$\Rightarrow -j\omega^3C^3R^3 - 6\omega^2C^2R^2 + 5j\omega CR + 1 = jR^2R_0\omega^3C^3$$

Två ekv real & imaginärdel

Re: $-6\omega^2C^2R^2 + 1 = 0$

Im: $-\omega^3C^3R^3 + 5\omega CR = R^2R_0\omega^3C^3$

för realdelen fås $R = \frac{1}{\sqrt{6\omega^2C^2}} = 130\,\Omega$

$$-w^3c^3R^3 + 5wcR = R^2R_0w^3c^3$$

aldeles

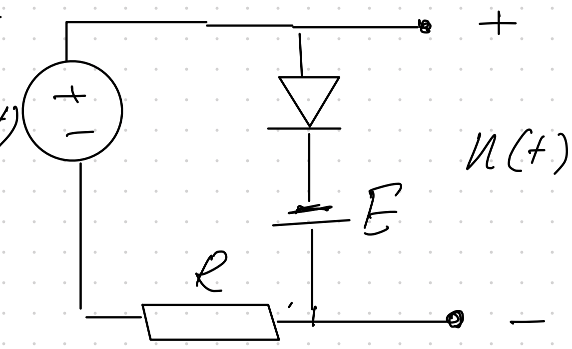
$$R_0 = \frac{5wcR - w^3c^3R^3}{R^2w^3C^3} = \frac{5 - w^2c^2R^2}{Rw^2c^2}$$

$$= \frac{5}{Rw^2c^2} - R = \left[\text{from } * \text{ we have } R^2 = \frac{1}{6w^2c^2}\right.$$

$$\Rightarrow \left. 6R = \frac{1}{Rw^2c^2} \right] = \frac{5}{\frac{1}{6R}} = 30R$$

dvs $R_0 = 30R - R = 29R = 3.8k\Omega$

upg 6



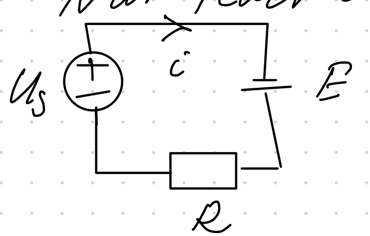
$R = 320\,\Omega$, $u_s(t) = 4 \cdot \sin(2\pi \cdot 10^2 t)\ V$
$E = 1V$

Två alternativ för kretsen

i) diod leder ⇒ inget spännings- -fall över dioden $\}$ ⇒ $u(t) = -E$

ii) diod spärrar ⇒ $u(t) = u_s(t)$ ty $i = 0$ & $i \cdot R = 0$

När leder dioden dvs när är $i > 0$



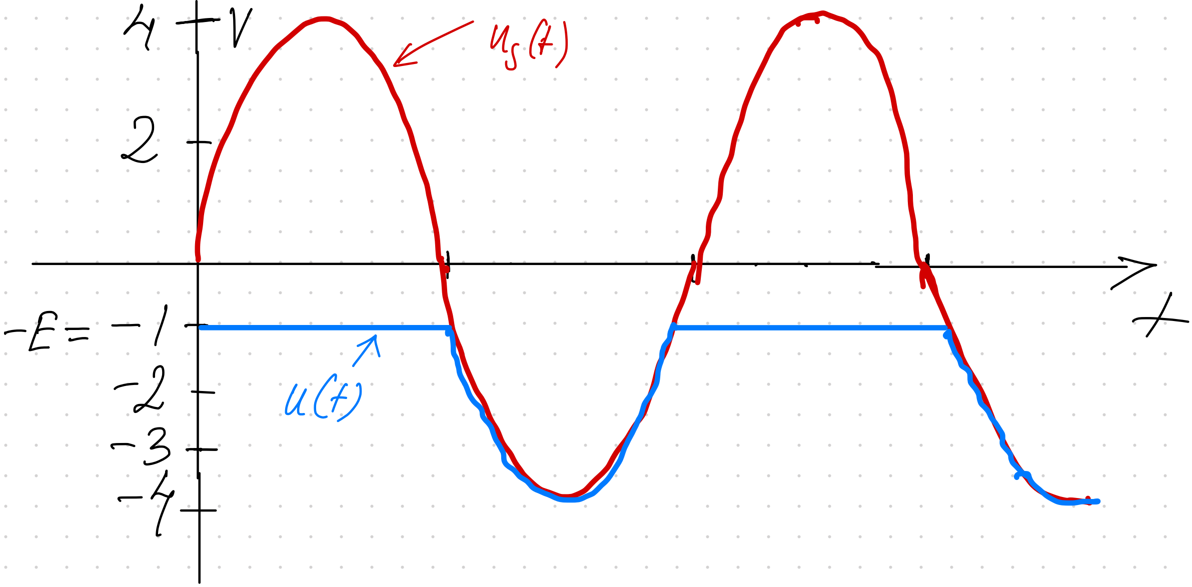
KVL: $u_s + E - i \cdot R = 0$

$$i = \frac{E + u_s}{R} > 0$$

för $u_s > -E$

⇒ i) diod leder, $u_s > -E = -1\,V$, $i > 0$ ⇒ $u(t) = -E$
ii) diod spärrar, $u_s < -E = -1\,V$, $i = 0$ ⇒ $u(t) = u_s(t)$

detta ger följande graf.



4
V
2
$u_s(t)$
$-E = -1$
-2
-3
-4
$u(t)$
t