Tentamen ESS117 och ESS116 ht23

Elektriska Kretsar/Nät och System F2

Examinator: Jan V. Grahn

Onsdag 25 oktober 2023 kl 08:30-12:30

Salstentamen

Tentamen omfattar sex beräkningsuppgifter. Fullständiga beräkningar måste redovisas. Korrekt och välmotiverad lösning med svar ger maximalt 3 poäng (p).

Ange uppgiftsnummer och personlig kod överst på varje papper, Skriv endast på ena sidan av papperet. Blanda aldrig olika uppgifter på samma sida.

Tillåtna hjälpmedel:

- Physics Handbook
- Extra formelsamling Elektriska kretsar och system ESS117 ht23 (alternativt Elektriska nät och system ESS116 ht22)
- Chalmersgodkänd räknare
- Beta Mathematics Handbook

För godkänt krävs 8 p.
Betygsgränser: Minst 8 p ger betyg 3, minst 12 p betyg 4 och minst 15 p betyg 5.
Poäng inkluderar eventuell bonus från duggan ht 2023.

Resultat meddelas i Ladok senast tre veckor efter tentamenstillfälle.

Förfrågningar: Examinator Jan Grahn, Mikroteknologi och Nanovetenskap, Chalmers tekniska högskola. Mobil 0730-34 62 99/e-post jan.grahn@chalmers.se.

Lycka till!

Uppgift 1.

Beräkna spänningen $u_0(t)$ över kondensatorn. Antag att stationärtillstånd råder.

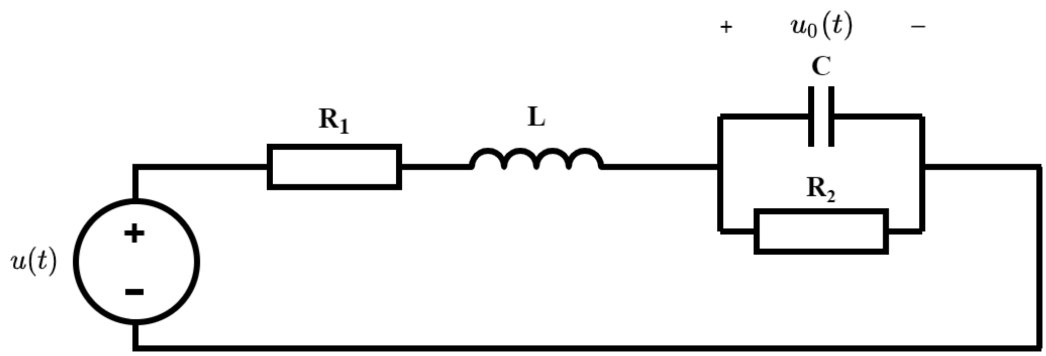
$u(t) = 10\cos(5 \cdot 10^6 t)$ V

$R_1 = 20\ \Omega$

$R_2 = 50\ \Omega$

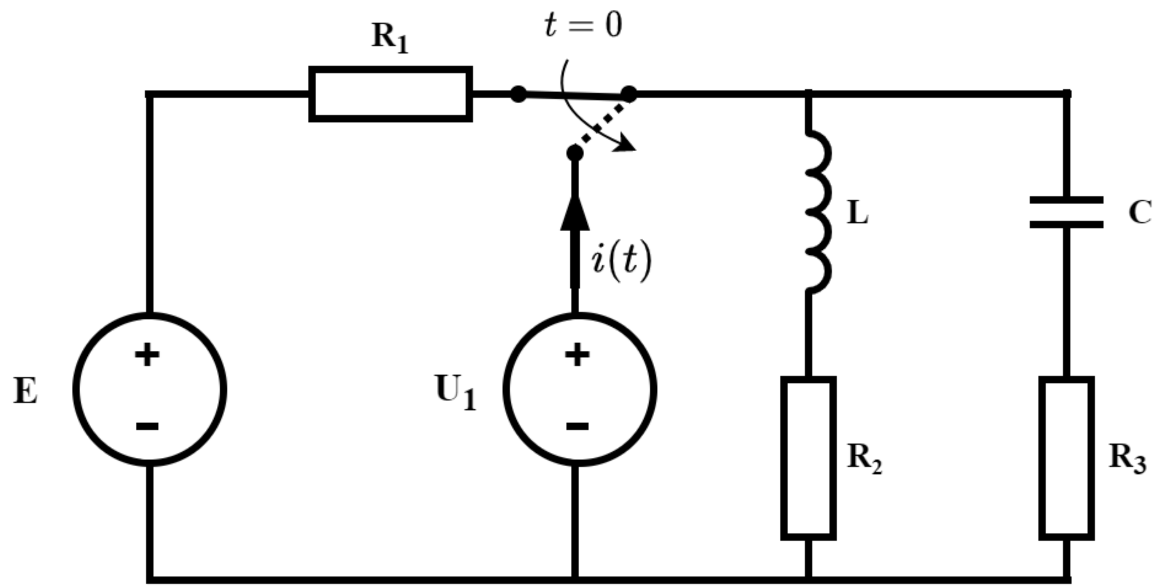
$L = 50$ nH

$C = 2\ \mu F$



Uppgift 2.

Ställ upp ett uttryck för strömmen $i(t)$ för t > 0 när strömbrytaren bytt läge. Antag att strömbrytaren varit i första läget en lång tid innan t = 0. Antag även att DC källorna ej varierar med tiden.

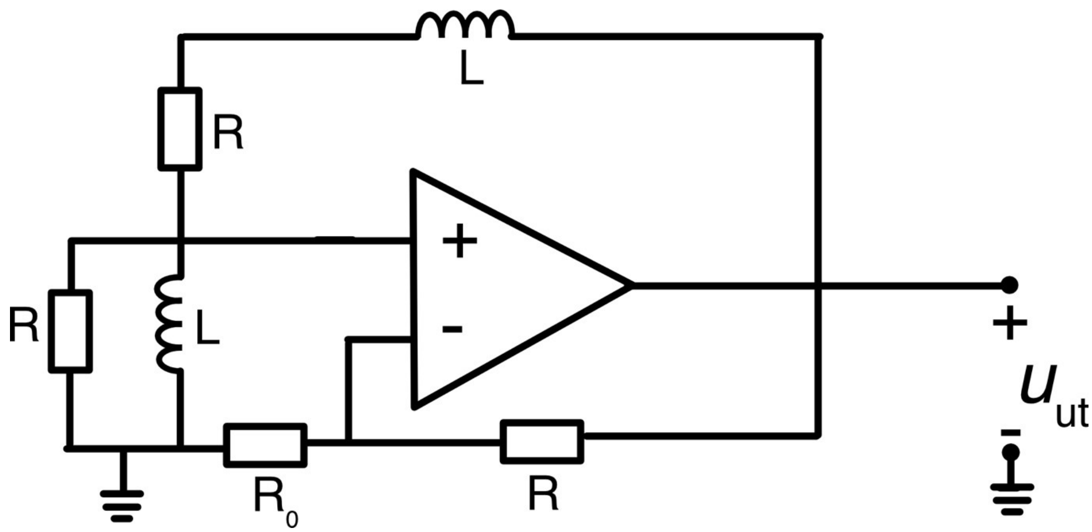


Uppgift 3.

Beräkna R_0 så att kretsen nedan svänger sinusformigt. Vad blir svängningsfrekvensen?

R=10 kOhm, L=5 mH.

Antag ideal operationsförstärkare.



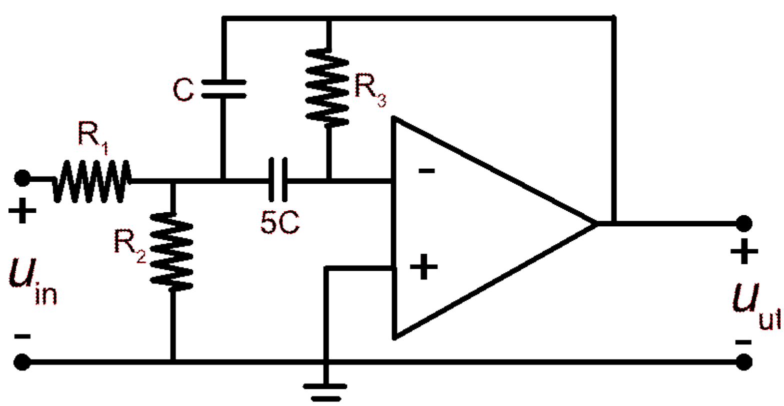
Uppgift 4.

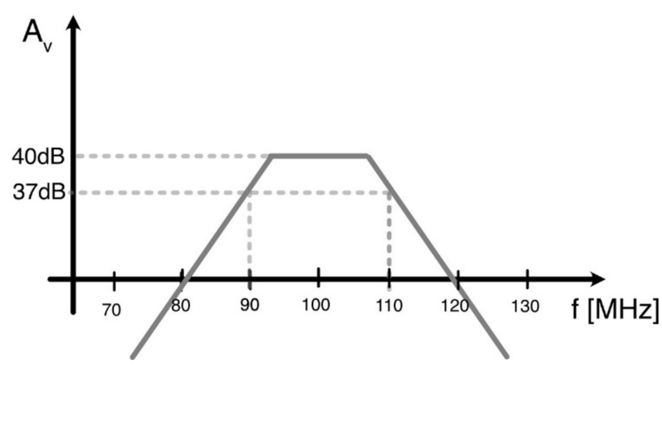
Ett aktivt filter är ihopsatt enligt kretsschemat nedan. Hur ska man välja resistanserna R_1, R_2 och R_3 för att filtrets frekvensegenskaper ska stämma överens med det asymptotiska Bodediagrammet i grafen nedan?

Förutsättningar:

C=1 pF

Operationsförstärkaren är ideal.

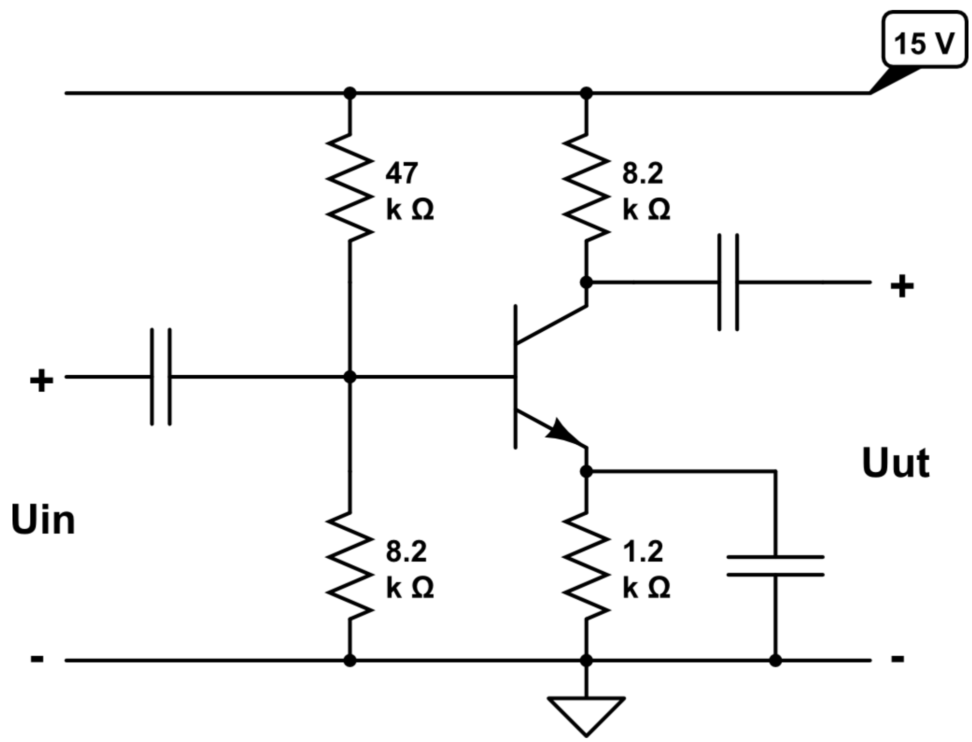




Uppgift 5.

Kretsen visar ett gemensamt emitter-steg för förstärkning av en (liten) spänningsvariation. Transistorn är av kisel och har en DC förstärkning som kan variera 100-200. Kapacitanser kan betraktas som stora.

Gör en storsignalanalys och räkna ut arbetspunkten för transistorn.

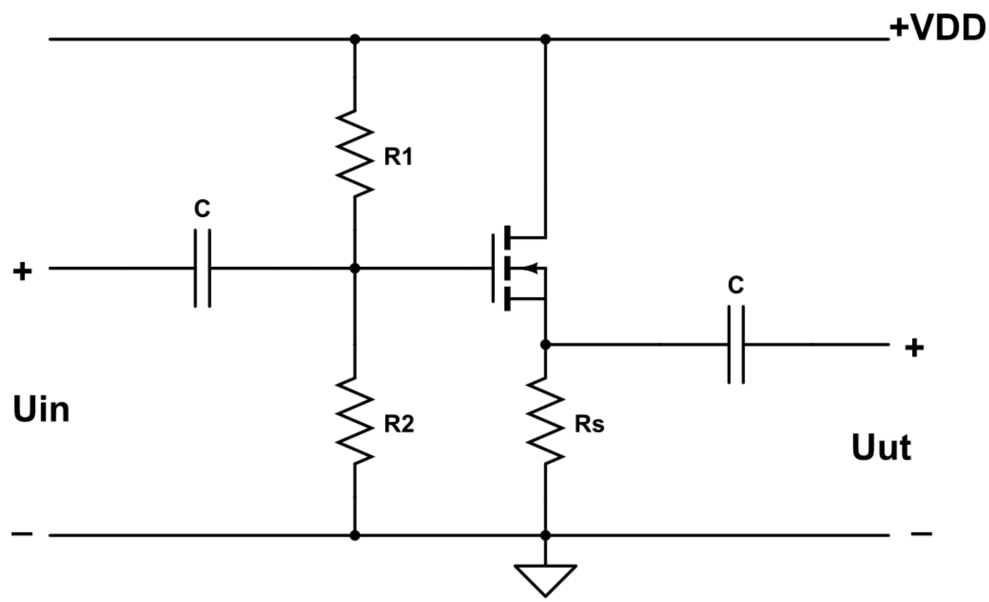


Uppgift 6.

Förstärkarkopplingen nedan är en så kallad spänningsföljare med gemensam drain för ingång och utgång. Transistorn har transkonduktansen g_m i arbetspunkten. Kapacitanser är stora.

Härled en ekvation för småsignalförstärkningen. Gör en tolkning av resultatet vad gäller storlek på förstärkningen samt fasvridningen.

Härled och kommentera uttryck för in- och utresistans.



Uppgift 1

Stationärtillstånd, sinusiodal inspänning → använd jω-metoden. $\omega = 5 \cdot 10^6$ rad/s.

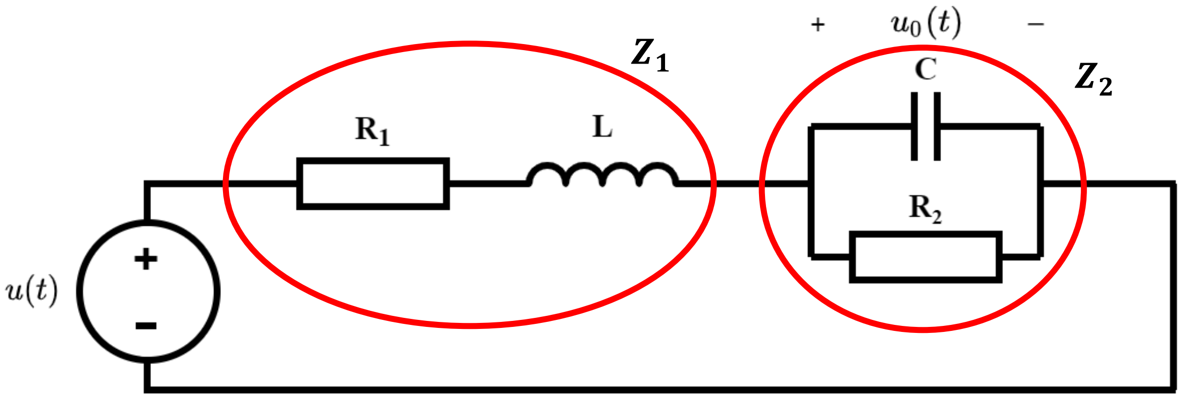
$U = 10\angle 0°$

$Z_{R1} = R_1$

$Z_{R2} = R_2$

$Z_L = j\omega L$

$Z_C = \dfrac{1}{j\omega C}$



Spänningen över kondensatorn är samma som spänningen över R_2 samt parallellkopplingen. Vi kan spänningsdela över Z_1 och Z_2 för att uttrycka U_0.

$Z_1 = Z_{R1} + Z_L = R_1 + j\omega L$

$Z_2 = Z_{R2} || Z_C = \dfrac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \dfrac{R_2}{1 + j\omega C R_2}$

$$U_0 = U \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = U \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega C R_2}}{R_1 + j\omega L + \frac{R_2}{1 + j\omega C R_2}} = U \frac{R_2}{R_2 + (R_1 + j\omega L)(1 + j\omega C R_2)}$$

Stoppa in värden

$$U_0 = 5\angle 0° \frac{50}{50 + (20 + j5 \cdot 10^6 \cdot 50 \cdot 10^{-9})(1 + j5 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 50)} = 0.05\angle -90° \text{V}$$

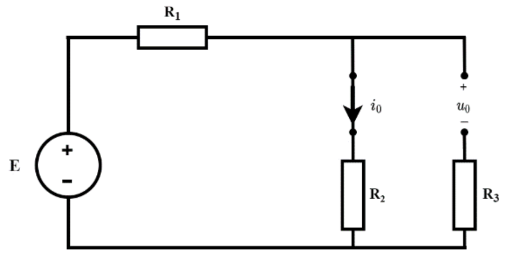
dvs sökta $u_0(t) = 0.05\cos(5 \cdot 10^6\, t - 90°)$ V

Uppgift 2

Först räknar vi ut begynnelseenergin i kondensatorn och induktorn. E kan antas vara konstant, då kommer kondensatorn bete sig som ett avbrott och induktorn som en kortslutning. KVL ger i_0 och spänningsdelning ger u_0.

$$i_0 = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

$$u_0 = E\frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



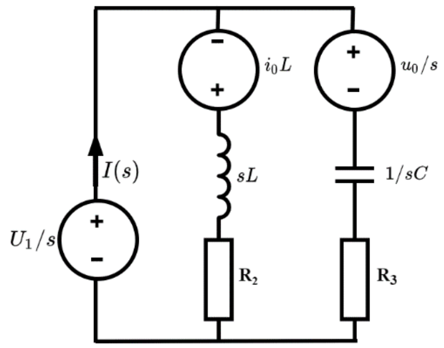
Nu kan vi laplacetransformera kretsen för t >0, inklusive begynnelseenergi i induktorn och kondensatorn. Den sökta strömmen $I(s)$ kan med KCL uttryckas som summan av strömmarna i respektive gren.

$$I(s) = I_L(s) + I_C(s)$$

Vi modifierar sedan uttrycken så att vi kan känna igen kända Laplacetransformer.

$$I_L(s) = \frac{\frac{U_1}{s} + i_0 L}{sL + R_2} = \frac{U_1}{s(sL + R_2)} + \frac{i_0 L}{sL + R_2} = \frac{1}{L}\cdot\frac{U_1}{s(s + \frac{R_2}{L})} + \frac{i_0}{s + \frac{R_2}{L}}$$

$$I_C(s) = \frac{\frac{U_1}{s} - \frac{u_0}{s}}{\frac{1}{sC} + R_3} = \frac{U_1 - u_0}{\frac{1}{C} + sR_3} = \frac{1}{R_3}\cdot\frac{U_1 - u_0}{s + \frac{1}{CR_3}}$$



Vi ser att vi kan använda laplacetransformerna nedan för att transformera tillbaka. Eftersom Laplaceoperatorn är linjär kan vi transformera varje term för sig.

$$\mathcal{L}\{1/a\,(1 - e^{-at})\} = \frac{1}{s(s + a)}$$

$$\mathcal{L}\{e^{-at}\} = \frac{1}{s + a}$$

Vilket ger

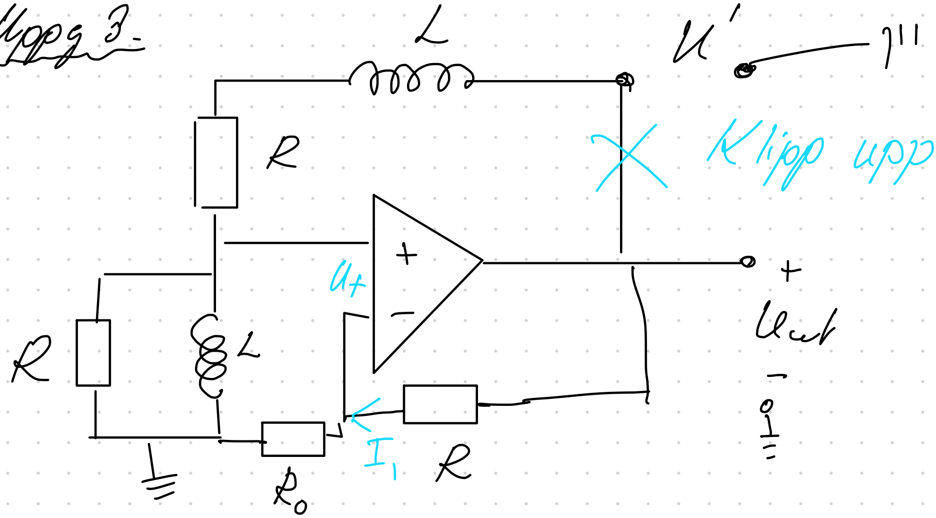
$$i(t) = \frac{U_1}{R_2}\left(1 - e^{-\frac{R_2}{L}t}\right) + i_0 e^{-\frac{R_2}{L}t} + \frac{U_1 - u_0}{R_3} e^{-\frac{t}{R_3 C}} \text{ A}$$

Dimensionerna stämmer och vi kan kolla gränsvärden

$i(t = 0) = i_0 + \frac{U_1 - u_0}{R_3}$, rimligt, summerar strömmarna i varje gren.

$i(t \to \infty) = \frac{U_1}{R_2}$, rimligt då kondensatorn kommer agera som ett avbrott och det endast går ström genom R_2.

Uppg 3.



Villkor för slingförstärkning $\frac{U_{ut}}{U'} = 1$ samt $\arg\left\{\frac{U_{ut}}{U_1}\right\} = 0$

$$U_+ = U' \cdot \frac{sL//R}{sL//R + sL + R} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} U_+ &= R_0 \cdot I_1 \\ \frac{U_{ut} - U_+}{R} &= I_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{U_+}{R_0} = \frac{U_{ut} - U_+}{R}$$

$$\Rightarrow U_+ \cdot \frac{R}{R_0} = U_{ut} - U_+$$

$$U_{ut} = U_+ \cdot \left(\frac{R_0 + R}{R_0} \right)$$

$$U_+ = U_{ut} \left(\frac{R_0}{R_0 + R} \right) \quad (2)$$

(1) = (2) ger då

$$U_{ut} \frac{R_0}{R_0 + R} = \frac{U' \, sL//R}{sL//R + sL + R}$$

$$\Rightarrow \frac{U_{ut}}{U'} = \frac{R_0 + R}{R_0} \cdot \frac{sL//R}{sL//R + sL + R}$$

$$\frac{U_{ut}}{U'} = \frac{R_0+R}{R_0} \cdot \frac{sL // R}{sL//R + sL + R} \quad (3)$$

$$\overbrace{\frac{\frac{sLR}{sL+R} \times (sL+R)}{\frac{sLR}{sL+R} + sL+R \times (sL+R)} = \frac{sLR}{sLR + (sL+R)^2}}$$

$$= \frac{sLR}{sLR + s^2L^2 + R^2 + 2sLR} = \frac{sLR}{R^2 + s^2L^2 + 3sLR}$$

dvs (3) $\frac{U_{ut}}{U'} = \frac{R_0+R}{R_0} \cdot \frac{sLR}{R^2+s^2L^2+3sLR} = \left[\begin{matrix} \text{sätt} \\ s = j\omega \end{matrix}\right]$

$$\frac{U_{ut}}{U'} = \frac{R_0+R}{R_0} \cdot \frac{j\omega LR}{R^2 - \omega^2L^2 + 3j\omega LR}$$

$\arg\{3\} = 0$ då $R^2 - \omega^2 L^2 = 0$

$\Rightarrow$ svängningsfrekvensen är $\omega_0 = \frac{R}{L} = 2 \cdot 10^6$ rad/s

$\Rightarrow 318$ kHz

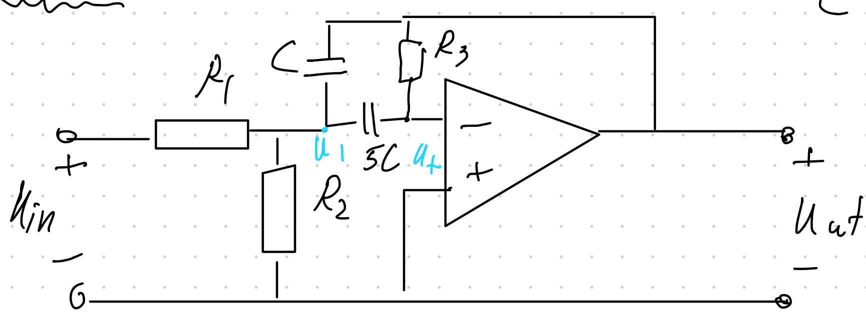
där villkoret för svängning

$$\frac{U_{ut}}{U'}(\omega = \omega_0) = \frac{R_0+R}{R_0} \cdot \frac{1}{3} \geq 1$$

$$\Rightarrow R_0 \leq \frac{R}{2} = 5\,k\Omega$$

Uppg. 4.

$C = 1\,pF$



$u_+ = 0 \Rightarrow$

KCL
$$\begin{cases} \dfrac{u_{in} - u_1}{R_1} + \dfrac{u_{ut} - u_1}{\frac{1}{sC}} - \dfrac{u_1}{R_2} - \dfrac{u_1}{\frac{1}{s5C}} = 0 \\ \dfrac{u_{ut}}{R_3} + \dfrac{u_1}{\frac{1}{s5C}} = 0 \end{cases} \Rightarrow u_1 = -\frac{u_{ut}}{s5CR_3}$$

$$\frac{u_{in}}{R_1} = u_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + sC_1 + 5sC\right) - u_{ut} \cdot sC$$

$$\Rightarrow \frac{u_{in}}{R_1} = -\frac{u_{ut}}{s5CR_3}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + s6C\right) - u_{ut} \cdot sC$$

$$\frac{u_{ut}}{u_{in}} = \frac{-s5CR_3}{R_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + s6C\right) + s^2C^2 5R_3R_1}$$

$$\frac{U_{ut}}{U_{in}} = \frac{-s5CR_3}{1 + \frac{R_1}{R_2} + s6CR_1 + s^2C^2 5R_3R_1}$$

$$\Rightarrow \frac{U_{ut}}{U_{in}} = -\frac{\frac{s}{R_1C}}{s^2 + \frac{6}{5CR_3}\cdot s + \frac{R_1+R_2}{R_1 R_2 R_3 5C^2}} = -\underbrace{\frac{As}{s^2 + Bs + w_0^2}}_{\text{Bandpass}}$$

$$B = \left|\text{Bandbredd}\right| = 2\pi \cdot 20\,\text{MHz} = \frac{6}{5CR_3}$$

$$\Rightarrow R_3 = \frac{6}{5\cdot 1\cdot 10^{-12}\cdot 2\pi\cdot 20\cdot 10^{6}} = 9.5\,\text{k}\Omega$$

$$\frac{A}{B} = \left|\begin{matrix}\text{max}\\ \text{förstärkning}\end{matrix}\right| = \frac{\frac{1}{R_1C}}{\frac{6}{5CR_3}} = \frac{5R_3}{6R_1} = 100$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{5R_3}{600} = 80\,\Omega$$

$$w_0^2 = \frac{R_1+R_2}{R_1\cdot R_2\cdot R_3\cdot 5C^2} = \underbrace{\left(2\pi\cdot 100\cdot 10^{6}\right)^2}_{w_0^2}$$

$$\Rightarrow w_0^2 R_1 R_3 5C^2 \cdot R_2 = R_1 + R_2$$

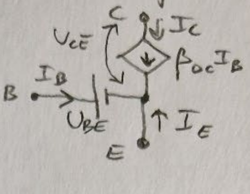
$$R_2 = \frac{R_1}{w_0^2 R_1 R_3 5C^2 - 1} = 159\,\Omega$$

5. GE steg, npn-BJT.

Storsignal ⇒ DC-nät, dvs C avbrott.

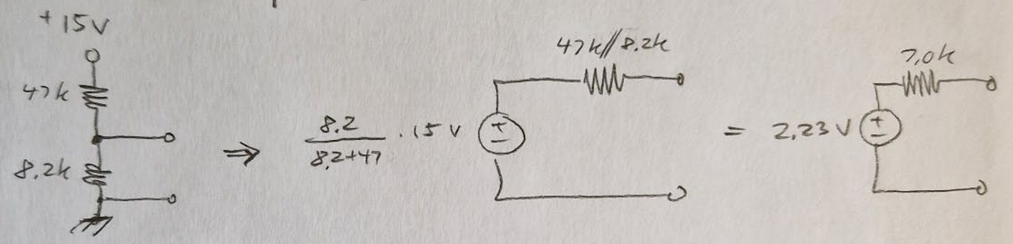
Sök arbetspkt Q för BJT: I_{CQ}, U_{CEQ}

BJTn är aktivt förspänd. Modell från FS:

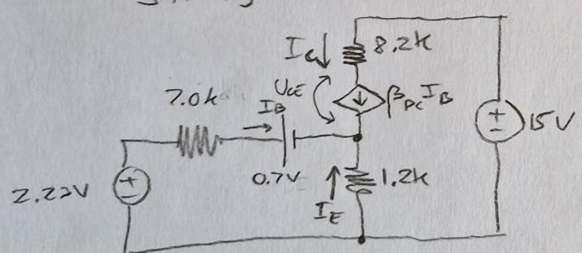


$U_{BE} \approx E_0 \approx 0,7$ V

Ingång är spänningsdelad. Förenkla mha Thevenin:



Storsignalnät:



Räkna med kΩ, mA, V.

KCL för BJT:

$I_B + I_C + I_E = 0$

$I_C = \beta_{DC} I_B$

β_{DC}: 100 – 200

KVL vänster slinga: $-2.23 + 7.0 I_{BQ} + 0,7 + 1,2(\underbrace{I_{BQ} + \beta_{DC} I_{BQ}}_{\approx \beta_{DC} I_B}) = 0$

$-1,53 + I_{BQ}(\underbrace{7.0 + 1,2\beta_{DC}}_{\approx 1,2\beta_{DC}}) = 0$, $I_{BQ} \approx \frac{1,27}{\beta_{DC}}$

⇒ $I_{CQ} \approx 1,27$ mA

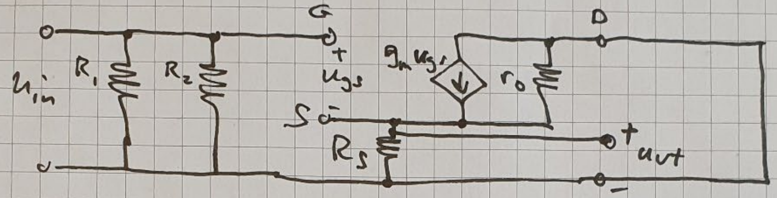
KVL höger slinga: $-15 + 8,2 I_{CQ} + U_{CEQ} - 1.2 I_{EQ} = 0$

⇒ $U_{CEQ} = 15 - 8,2 I_{CQ} - 1.2(\underbrace{I_{BQ} + I_{CQ}}_{\approx I_{CQ}}) = 15 - 9.4 I_{CQ} = 3,06$ V

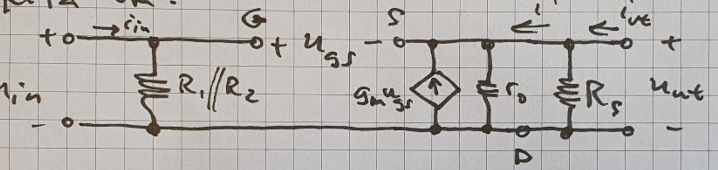
Svar: Q: $I_{CQ} = 1.3$ mA, $U_{CEQ} = 3.1$ V

CHALMERS	Anonymous code Anonym kod	Points for question (to be filled in by teacher) Poäng på uppgiften (fylles av lärare)	Consecutive page no. Löpande sid nr Question no. Uppgift nr 6.

C stora ⇒ kortslutningar i SSM.
Anv. SSM för MOSFET i FS. Insätt i schema för småsignal med gemensam drain:



Rita om:



Sök $A_v = \frac{u_{ut}}{u_{in}}$ ⇒

$$\left.\begin{aligned} u_{ut} &= g_m u_{gs}(r_o // R_s) \\ u_{in} &= u_{gs} + u_{ut} \end{aligned}\right\}$$

$$u_{in} = u_{gs}\left[1 + g_m(r_o//R_s)\right]$$ dvs

$$A_v = \frac{g_m(r_o//R_s)}{1+g_m(r_o//R_s)} = \frac{(r_o//R_s)}{\frac{1}{g_m}+(r_o//R_s)} \lesssim 1$$ ty $g_m >> 0$

$A_v > 0$ dvs icke-inverterande förstärkare ⇒ ingen fasvridning

$r_{in} = \frac{u_{in}}{i_{in}} = R_1//R_2$. Dimensioneras hög!

$$r_{ut} = \left.\frac{u_{ut}}{i_{ut}}\right|_{\substack{\text{nollställ } u_{in} \\ \text{dvs G-D} \\ \text{kortsluten}}} = R_s // \left(\frac{-u_{gs}}{-g_m u_{gs}} // r_o\right) = R_s // \frac{1}{g_m} // r_o \approx \frac{1}{g_m}$$

dvs låg r_{ut}!