Tentamen ESS116

Elektriska Nät och System F2

Examinator: Jan V. Grahn

Fredag 18 augusti 2023 kl 14:00-18:00

Salstentamen

Tentamen omfattar sex beräkningsuppgifter. Fullständiga beräkningar måste redovisas. Korrekt och välmotiverad lösning med svar ger maximalt 3 poäng (p).

Ange uppgiftsnummer och personlig kod överst på varje papper, Skriv endast på ena sidan av papperet. Blanda aldrig olika uppgifter på samma sida.

Tillåtna hjälpmedel:

- Physics Handbook
- Extra formelsamling Elektriska nät och system ESS116 ht 22
- Chalmersgodkänd räknare
- Beta Mathematics Handbook

För godkänt krävs 8 p.
Betygsgränser: Minst 8 p ger betyg 3, minst 12 p betyg 4 och minst 15 p betyg 5.
Poäng inkluderar eventuell bonus från duggan ht 2022.

Resultat meddelas via Ladok senast tre veckor efter tentamenstillfälle.

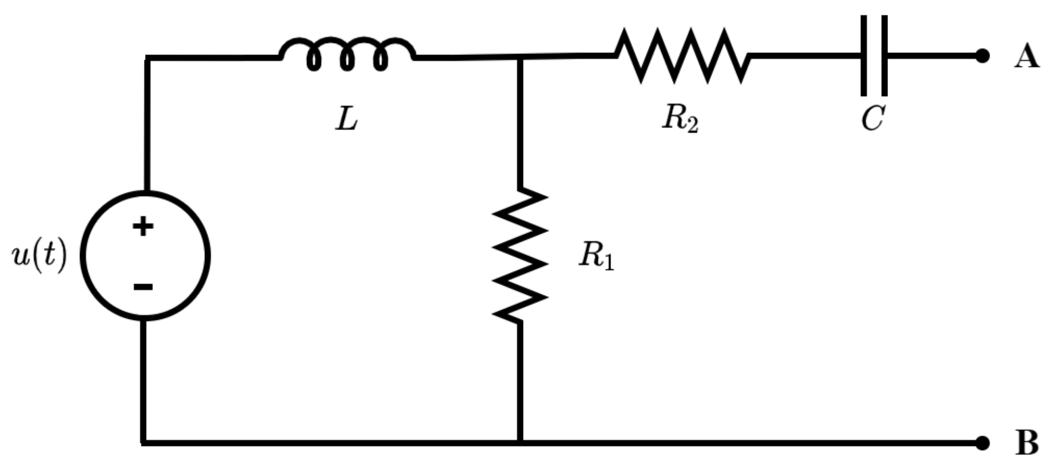
Förfrågningar: Examinator Jan Grahn, Mikroteknologi och Nanovetenskap, Chalmers tekniska högskola. Mobil 0730-34 62 99/e-post jan.grahn@chalmers.se.

Lycka till!

Uppgift 1.

Ta fram Northons ekvivalenta tvåpol med avseende på noderna A och B.

$R_1 = 100\ \Omega$
$R_2 = 50\ \Omega$
$C = 4\ \mu F$
$L = 10\ mH$
$u(t) = 100\cos(10000t + 180°)\ V$



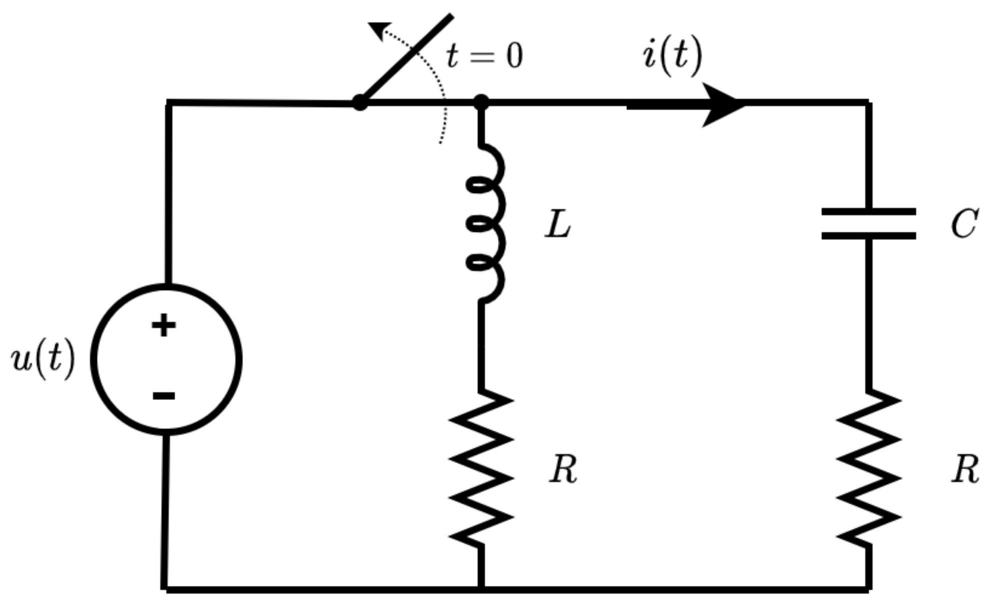
Uppgift 2.

Vid tidpunkten $t = 0$ skiftar brytaren läge enligt figur.

Brytaren har varit i ursprungsläget under lång tid innan den slår om.
Spänningen $u(t)$ är konstant och källan har varit igång lång tid före $t = 0$.

Givet att $L = 1$ H, $C = 1$ F, $R = 1$ Ω.

Ta fram ett uttryck för strömmen $i(t)$ för $t > 0$.

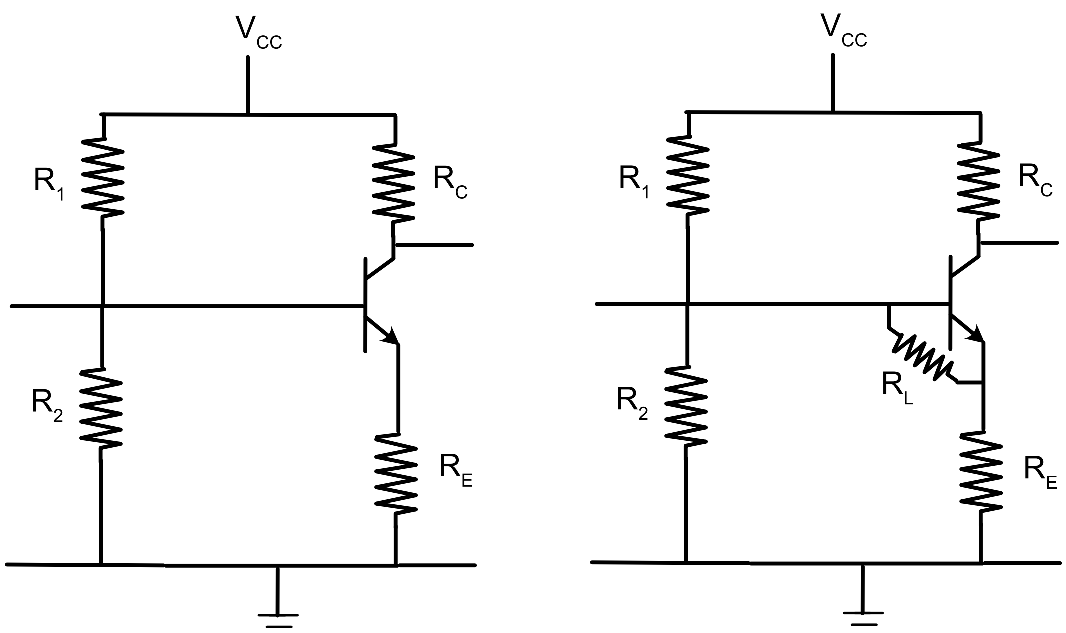


Uppgift 3.

I en förstärkarkoppling (se vänster nedan) vill man använda en BJT transistor.

Det visar sig att den inköpta BJT transistorn har en läckström mellan bas och emitter som förändrar kretsschemat till det högra nedan. Man har tagit hänsyn till läckaget mellan bas och emitter genom införandet av resistansen R_L.

Hur mycket förändras viloströmmen I_{CQ} (uttryckt i mA) från det ideala fallet då man inte har någon läckström? Man kan anta att U_{BE}=0.7 V.



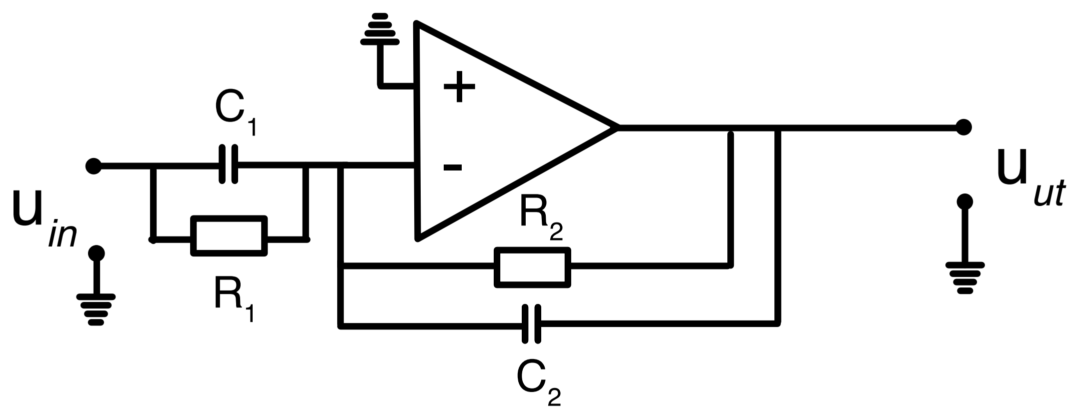
R_1=60 kΩ, R_2=35 kΩ, R_C=4.5 kΩ, R_E=2 kΩ, R_L=50 kΩ, β_{DC}=200, V_{CC}=15 V,

Uppgift 4.

Härled uttrycket för överföringsfunktionen u_{in}/u_{ut} för kretsen nedan. Bestäm sedan R_1, R_2, C_1 då C_2 = 1 nF för att realisera ett filter med brytfrekvenserna 100 kHz och 1 MHz.

Villkor:

- Förstärkningen vid DC är 100.
- Förstärkning vid höga frekvenser (>> 1 MHz) är 10.
- Op.förstärkaren är att betrakta som ideal.

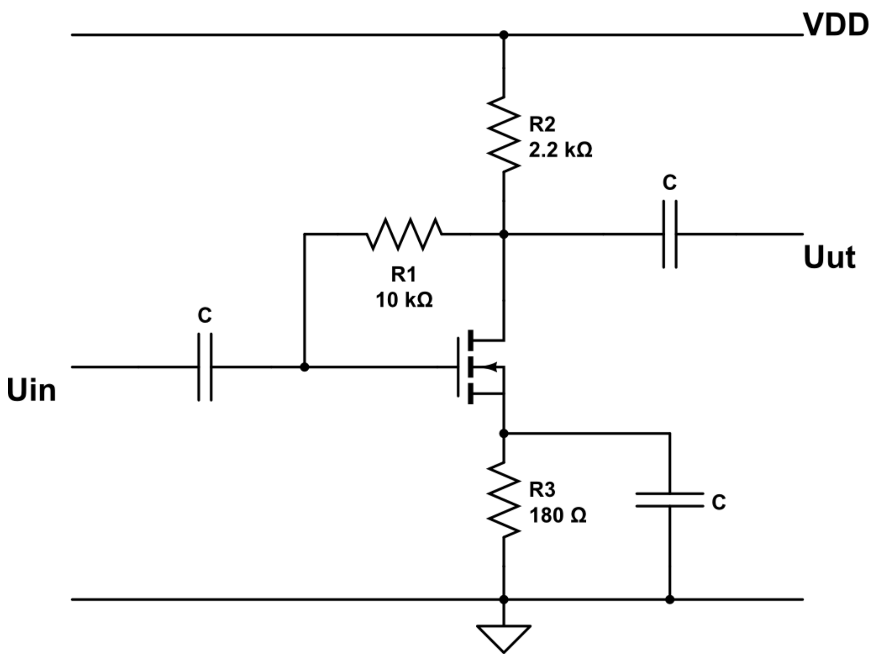


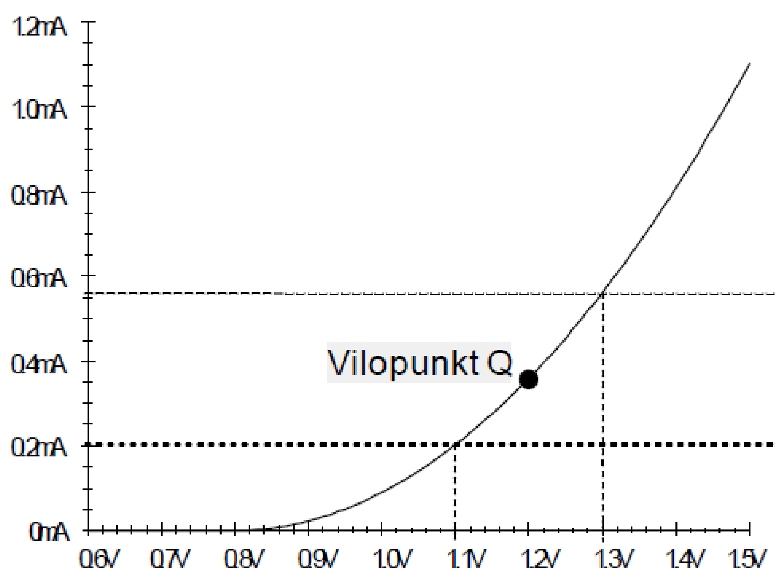
Uppgift 5.

Beräkna småsignalförstärkningen för nedanstående MOSFET steg.

MOSFETen som är av anrikningstyp har en överföringskaraktäristik $I_D - U_{GS}$ med vilopunkt enligt grafen. Enheter är mA respektive V.

Kapacitanserna betraktas som stora. Antag att transistorns utresistans r_o är oändlig.





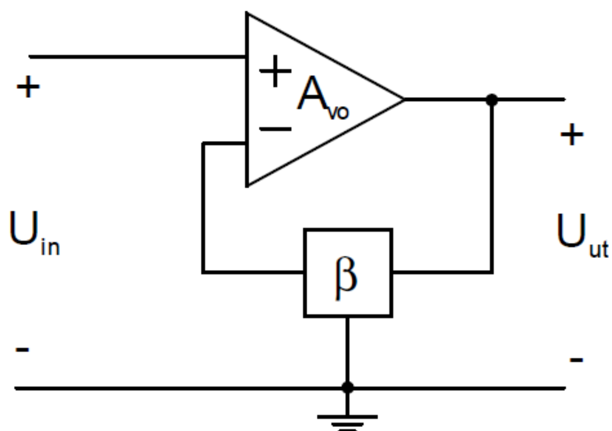
Uppgift 6.

En förstärkare med råförstärkning A_{vo} är motkopplad (återkopplad) med ett resistivt β. Förstärkarens Bodeplottar återfinns på nästa sida.

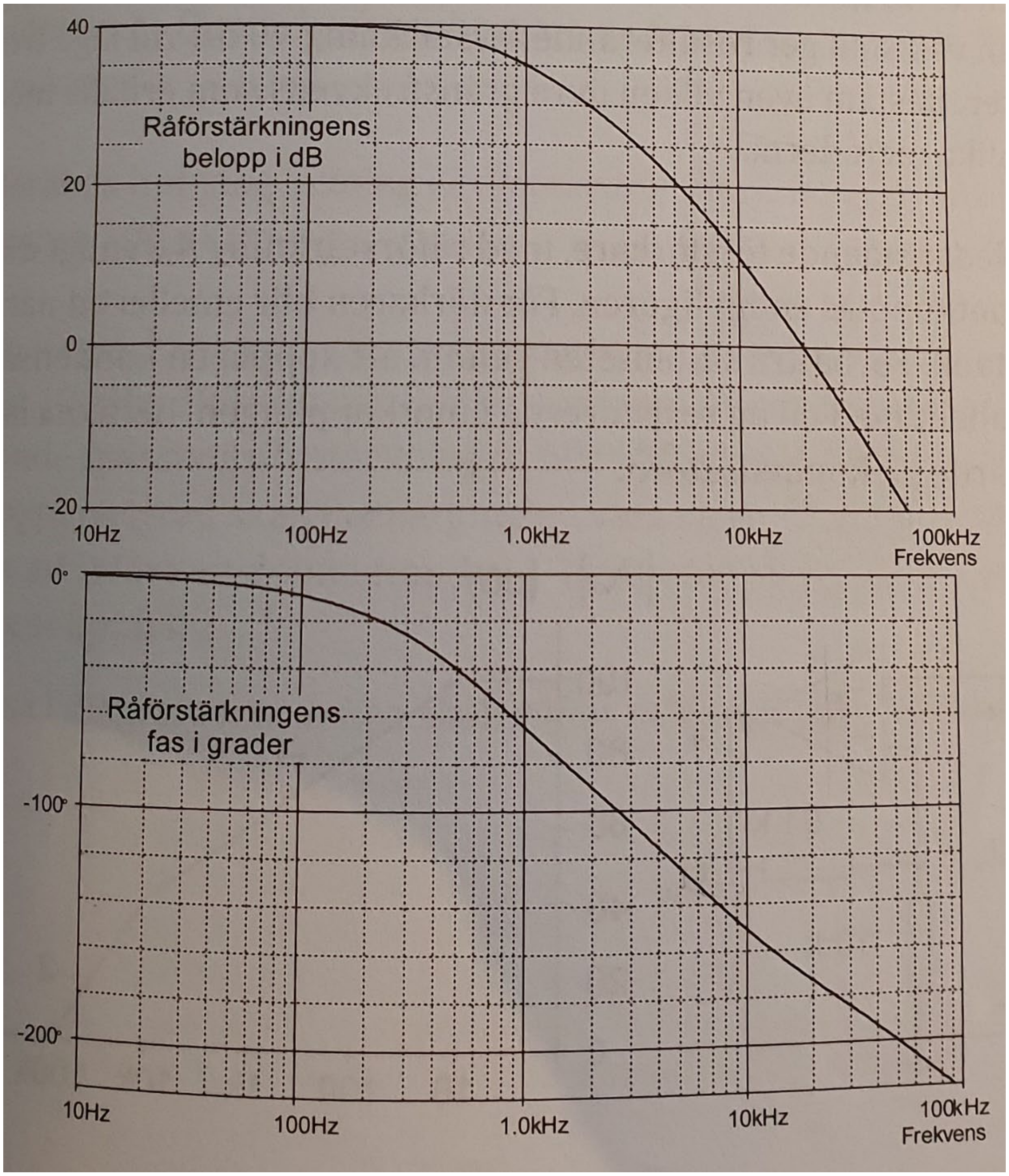
För stabil förstärkning U_{ut}/U_{in} krävs en fasmarginal större än 45° och en amplitudmarginal större än 6 dB.

(a) Hur hårt kan förstärkaren motkopplas, dvs vad är maximala värdet på β?

(b) Beräkna U_{ut}/U_{in} för låga frekvenser.



Uppgift 6 forts., bild.



1.

Använd jω-metoden för att uttrycka impedanser, strömmar och spänningar.

$$Z_{R1} = R_1 = 100\ \Omega$$

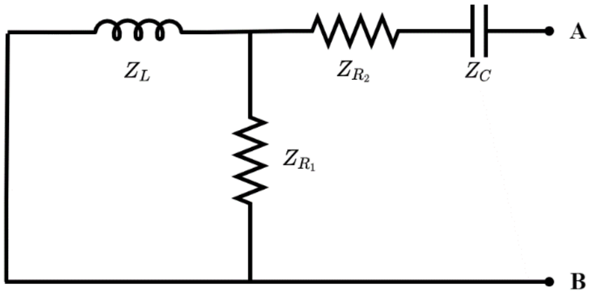
$$Z_{R_2} = R_2 = 50\ \Omega$$

$$Z_C = j\omega C\ \Omega = -j25\ \Omega$$

$$Z_L = \frac{1}{j\omega L}\ \Omega = j100\ \Omega$$

$$U = 100\angle 180°\text{V}$$

Hitta den ekvivalenta impedansen genom att nollställa alla oberoende källor och beräkna totala impedansen.



$$Z_0 = Z_L||Z_{R_1} + Z_{R_2} + Z_C$$

Ta fram kortslutningströmmen. Här är det dock enklare att ta fram tomgångsspänningen och sen använda sambandet mellan kortslutningsström, tomgångsspänning och ekvivalent resistans.

$$I_k = \frac{U_t}{Z_0}$$

Tomgångsspänningen fås genom spänningsdelning över Z_L och Z_{R_1} (inget spänningsfall över Z_{R_2} och Z_C ty ingen ström genom dem).

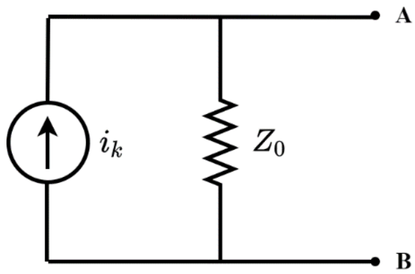
$$U_t = U\frac{Z_{R_1}}{Z_{R_1} + Z_L}$$

Stoppa in värden.

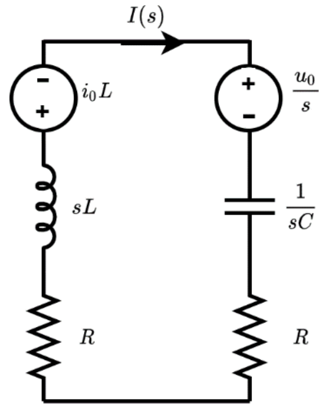
$Z_0 = 100 + j25\ \Omega$

$U_t = -50 + j50\ \Omega$

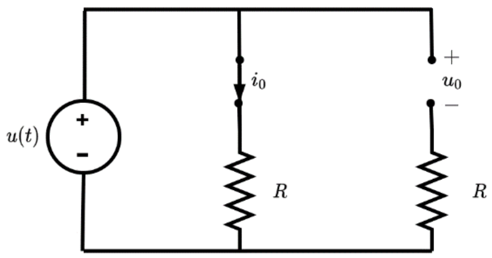
$I_k = \frac{U_t}{Z_0} = -0.35 + j0.59 = 0.7\angle 121°\ \text{A}$



2.
Laplacetransformera kretsen för t > 0.
Induktorn och konduktansen har begynnelseenergi p.g.a. källan som varit på en lång tid före t = 0.



Begynnelseenergin beror för induktorn på strömmen genom den för t = 0 och för konduktansen på spänningen över den för t = 0.



$u_0 = u$

$i_0 = \frac{u_0}{R}$

Gör KVL på Laplacetransformerade kretsen för t>0.

$$I(s)R + I(s)sL + i_0L + \frac{u_0}{s} + I(s)\frac{1}{sC} + I(s)R = 0$$

Lös ut strömmen

$$I(s) = -\frac{i_0L + \frac{u_0}{s}}{sL + 2R + \frac{1}{sC}}$$

Nu vill vi göra om detta till något vi känner igen och kan inverstransformera tillbaka. Stoppa in värden, förlänga med *s* samt omskrivning av nämnaren ger

$$I(s) = -\frac{i_0 + \frac{u_0}{s}}{s^2 + 2s + 1} = -\frac{i_0s + u_0}{s^2 + 2s + 1} = -\frac{i_0s + u_0}{(s+1)^2}$$

Sen kan vi använda standard Laplace transformer för att uttrycka $i(t)$

$$\mathcal{L}\{te^{-at}\} = \frac{1}{(s+a)^2}$$

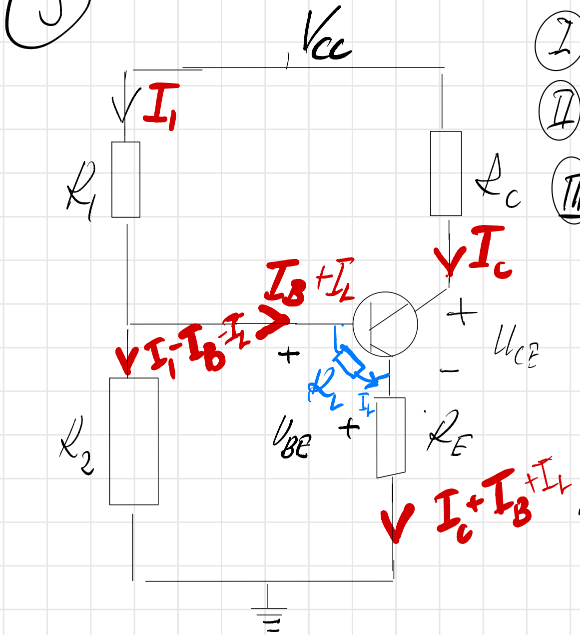
$$\mathcal{L}\{(1-at)e^{-at}\} = \frac{s}{(s+a)^2}$$

$$i(t) = -i_0(1-t)e^{-t} - u_0te^{-t}\ \mathrm{A}$$

Vi kan kolla rimligheten i svaret genom att kolla gränsvärdena: $i(t=0) = -i_0$ och $i(t \to \infty) \to 0$

Detta är rimligt. Vi ser även att vi har ett minustecken på strömmen, det representerar att den antagna strömriktningen är fel, vilket är logiskt med tanke på riktningen på de två källorna.

3 IDEAL-FALLET då $R_L = \infty$



$$\begin{cases} \mathrm{I} & V_{CC} = R_1 \cdot I_1 + (I_1 - I_B)\cdot R_2 \\ \mathrm{II} & U_{BE} + R_E(I_B + I_C) = (I_1 - I_B)\cdot R_2 \\ \mathrm{III} & I_C = \beta I_B \end{cases}$$

from II

$$\Rightarrow I_1 = \frac{U_{BE}}{R_2} + \frac{R_E}{R_2}(I_B + I_C) + I_B \qquad \mathrm{IV}$$

III & IV sätts in i I för att beräkna I_B ⇒

$$I_{B1} = I_{BQ1} = \frac{V_{CC} - \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)U_{BE}}{(R_1 + R_2)\left(\frac{R_E}{R_2}(1+\beta) + 1\right) + R_1} =$$

i fallet då $R_L = 50\,k\Omega$

$$\begin{cases} \mathrm{I} & V_{CC} = R_1 \cdot I_1 + (I_1 - I_B - I_L)\cdot R_2 \\ \mathrm{II} & U_{BE} + R_E(I_B + I_L + I_C) = (I_1 - I_B - I_L)\cdot R_2 \\ \mathrm{III} & I_C = \beta I_B \end{cases}$$

där $I_L = \frac{U_{BE}}{R_L}$

på samma sätt som tidigare fås

(II) ger $I_1 = \frac{V_{BE}}{R_2} + \frac{R_E}{R_2}(I_B + I_L + I_C) + I_B + I_L$ (IV)

III & IV insatt i I ger

$$\Rightarrow \quad I_{B2} = I_{BQ2} = \frac{V_{CC} - \left(\frac{R_1+R_2}{R_2}\right)V_{BE} - \left(\left(R_1+R_2\right)\frac{R_E}{R_2} + R_1\right)I_L}{(R_1+R_2)\left(\frac{R_E}{R_2}(1+\beta)+1\right)+R_1}$$

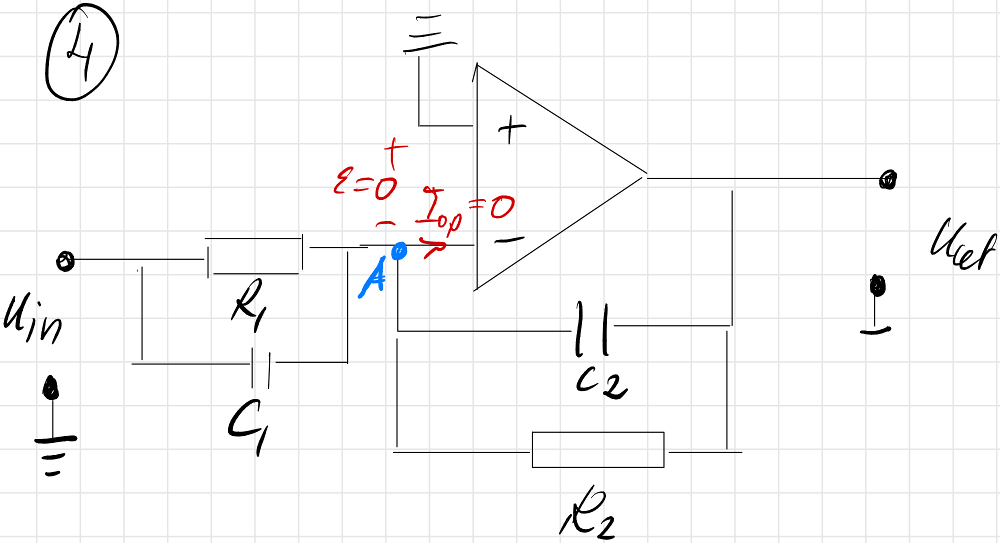
dvs $I_{CQ1} = \beta I_{BQ1} = 2.1 \text{ mA}$

$I_{CQ2} = \beta I_{BQ2} \approx 1.95 \text{ mA}$

Skillnaden i ström $I_{CQ1} - I_{CQ2} \approx 0.15 \text{ mA}$

Kontroll, uttrycket för $I_{BQ1} = I_{BQ2}$ då $I_L = 0$, stämmer!

4



Eftersom ideal, neg återkopplad

$I_{op}=0$, samt virtuell jord i pkt A

och då strömmen in i A $\sum I_A = 0$

$$\Rightarrow \frac{U_{in}}{R_1 \| C_1} = \frac{-U_{ut}}{R_2 \| C_2} \Rightarrow$$

$$\frac{U_{ut}}{U_{in}} = -\frac{\dfrac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}}}{\dfrac{R_1 \cdot \frac{1}{j\omega C_1}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}}} = \frac{\left(R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right) R_2 \cdot j\omega C_1}{R_1 \cdot j\omega C_2 \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}\right)} = \frac{(R_1 j\omega C_1 + 1) \cdot R_2}{(R_2 j\omega C_2 + 1) \cdot R_1}$$

$$\left|\frac{U_{ut}}{U_{in}}(\omega=0)\right| = -\left|\frac{R_2}{R_1}\right| = 100, \quad \left|\frac{U_{ut}}{U_{in}}(\omega=\infty)\right| = \left|\frac{C_1}{C_2}\right| = 10$$

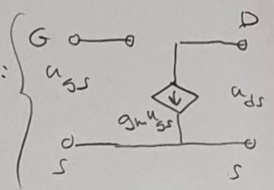
brytfrekvenser $\omega_a = \frac{1}{R_2 C_2}$, $\omega_b = \frac{1}{R_1 C_1}$ $\Rightarrow$

$$C_1 = 10 \cdot C_2 = 10\ uF, \quad R_1 = \frac{1}{2\pi \cdot 10^6 C_1} = 16\ \Omega, \quad R_2 = 100 \cdot R_1 = 1.6\ k\Omega$$

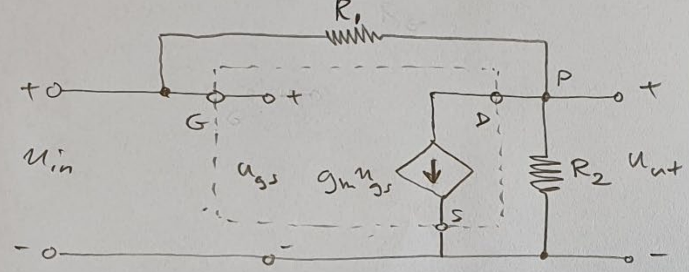
(5.)

Småsignalförstärkning u_{ut}/u_{in} fås ur AC-nätet för kretsen.

Formelsamling (FS) ger SSM för MOSFET: ($r_o = \infty$)



AC nätet med SSM och kortslutna C (dvs R_3 avkopplat!):



$u_{in} = u_{gs}$, KCL i P: $\frac{u_{ut} - 0}{R_2} + g_m u_{gs} + \frac{u_{ut} - u_{in}}{R_1} = 0$

Ger $$\frac{u_{ut}}{u_{in}} = \frac{\frac{1}{R_1} - g_m}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

g_m fås ur lutningen $\frac{\Delta I_D}{\Delta U_{GS}}$ i Q.

Läs av i grafen: $g_m = \frac{(0,57 - 0,20)\,mA}{(1.3 - 1.1)\,V} = 1,85 \frac{mA}{V}$

Sökta $$\underline{\underline{\frac{u_{ut}}{u_{in}}}} = \frac{\frac{1}{10k\Omega} - 1,85\frac{mA}{V}}{\frac{1}{10k\Omega} + \frac{1}{2,2k\Omega}} \approx \underline{\underline{-3.2}}$$

□

⑥ (a) Bestäm max $|\beta|$ om $\begin{cases} \Phi_m > 45^\circ \\ A_m > 6 \text{ dB} \end{cases}$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Bodeplot för råförstärkning } A_{vo}\text{, dvs } |A_{vo}| \text{ och } \angle A_{vo} \\ \angle\beta = 0^\circ \text{ ty } \beta \text{ är resistiv} \\ \text{Max motkoppling ges av } |\beta A_{vo}| = 1 = 0 \text{ dB} \quad (*) \end{array} \right.$

1) Sök $|A_{vo}|$ då $\Phi_m = 45^\circ$

FS $\Rightarrow$ $\Phi_m = \angle \beta A_{vo} + 180^\circ \Rightarrow \angle A_{vo} = -135^\circ$

Bodeplott $\Rightarrow$ $|A_{vo}|_{\angle A_{vo} = -135^\circ} = +18 \text{ dB}$

Max $|\beta| = (*) = (0 - 18) \text{ dB} = -18 \text{ dB} \approx 0.13$ ggr

2) Sök $|A_{vo}|$ då $A_m = 6$ dB

FS $\Rightarrow$ $A_m = \dfrac{1}{|\beta A_{vo}|}$ då $\angle \beta A_{vo} = \angle A_{vo} = -180^\circ$

Bodeplott $\Rightarrow$ $|A_{vo}|_{\angle A_{vo} = -180^\circ} = -3 \text{ dB}$

Max $|\beta| = -6 \text{ dB} - (-3 \text{ dB}) = -3 \text{ dB} \approx 0.71$ ggr

Välj strängaste kravet (dvs $\Phi_m = 45^\circ$): Max $|\beta| = 0{,}13$ ggr

(b) $\dfrac{V_{ut}}{V_{in}} = A_v \Big|_{\substack{\text{låga frekv.} \\ \text{i Bode:} \\ \sim 10 \text{ Hz}}} = \dfrac{A_{vo}}{1 + \beta A_{vo}} \Big|_{\substack{A_{vo} = 40 \text{ dB} \\ = 100 \text{ ggr} \\ \text{ur Bode}}} = \dfrac{100}{1 + 0.13 \cdot 100} \approx 7.1$