

Tentamen ESS116
Elektriska Nät och System F2

Examinator: Jan V. Grahm

Tisdag 3 januari 2023 kl 08:30-12:30

Salstentamen

Tentamen omfattar sex beräkningsuppgifter. Fullständiga beräkningar måste redovisas. Korrekt och välmotiverad lösning med svar ger maximalt 3 poäng (p).

Ange uppgiftsnummer och personlig kod överst på varje papper, Skriv endast på ena sidan av papperet. Blanda aldrig olika uppgifter på samma sida.

Tillåtna hjälpmedel:

- Physics Handbook
- Extra formelsamling Elektriska nät och system ESS116 ht 22
- Chalmersgodkänd räknare
- Beta Mathematics Handbook

För godkänt krävs 8 p.

Betygsgränser: Minst 8 p ger betyg 3, minst 12 p betyg 4 och minst 15 p betyg 5. Poäng inkluderar eventuell bonus från duggan ht 2022.

Resultat meddelas via kursens hemsida i Canvas.

Förfrågningar: Examinator Jan Grahm, Mikroteknologi och Nanovetenskap.
Mobil 0725-45 55 65/e-post jan.grahm@chalmers.se.

Lycka till!

Uppgift 1.

Beräkna spänningen $u_{R_2}(t)$.

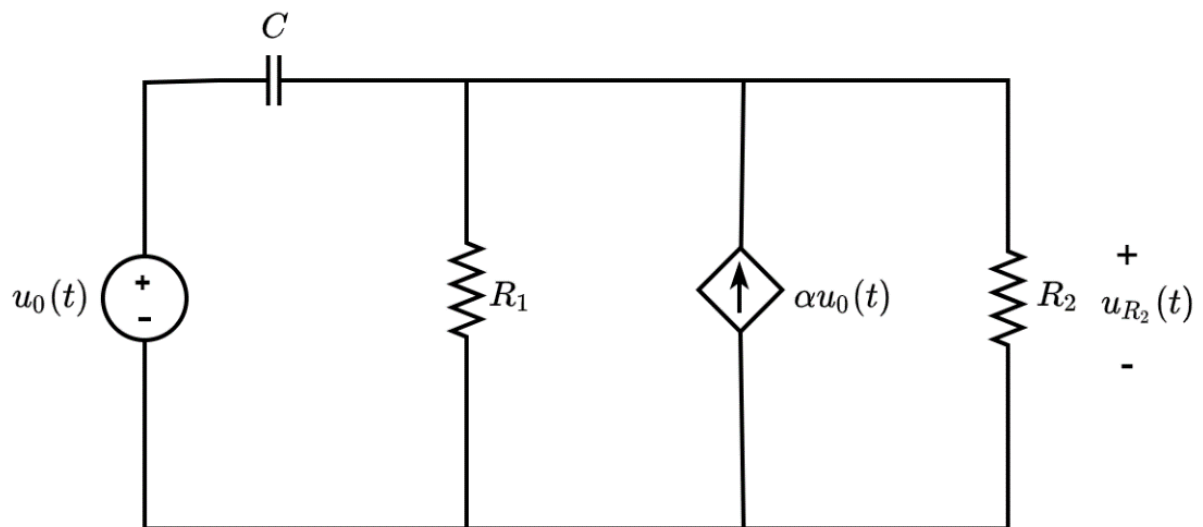
$$R_1 = 4 \, \Omega$$

$$R_2 = 3 \, \Omega$$

$$C = 10 \, \text{nF}$$

$$\alpha = 2$$

$$u_0(t) = 2\cos(40 \cdot 10^6 t + 30^\circ) \, \text{V}$$



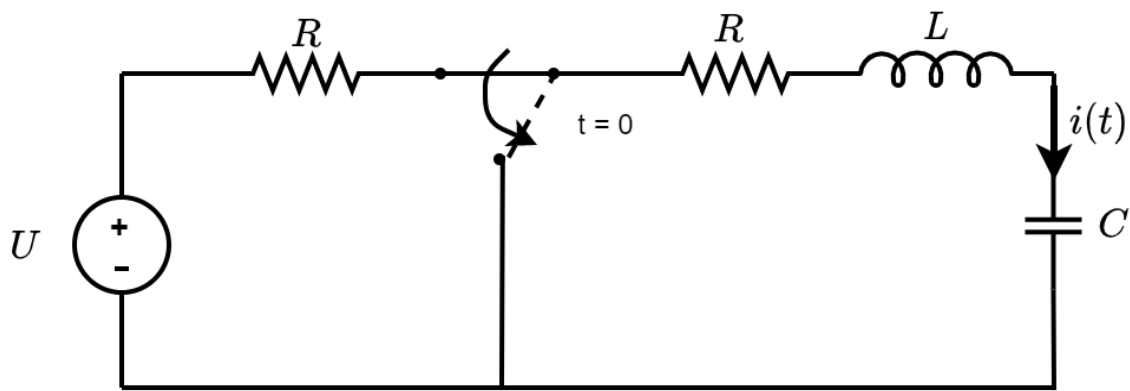
Uppgift 2.

Vid tidpunkten $t = 0$ ändrar brytaren i kretsen läge enligt pil i nedanstående figur.

Brytaren antas ha varit i det ursprungliga läget under lång tid innan den slår om.

Spänningen U antas vara konstant.

Härled ett uttryck för $i(t)$ för $t > 0$ som en funktion av U , L , R och C .



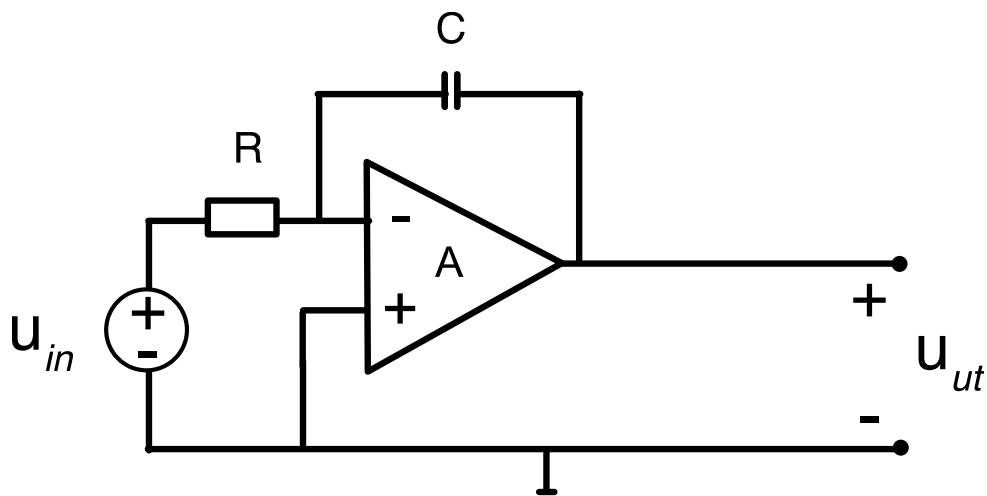
Uppgift 3.

En operationsförstärkare har följande egenskaper:

$$A = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_1}} \quad R_{in} = \infty \quad R_{ut} = 0$$

Förstärkaren återkopplas enligt schema nedan.

Härled U_{ut}/U_{in} ! Vilket typ av filter beskriver denna krets?



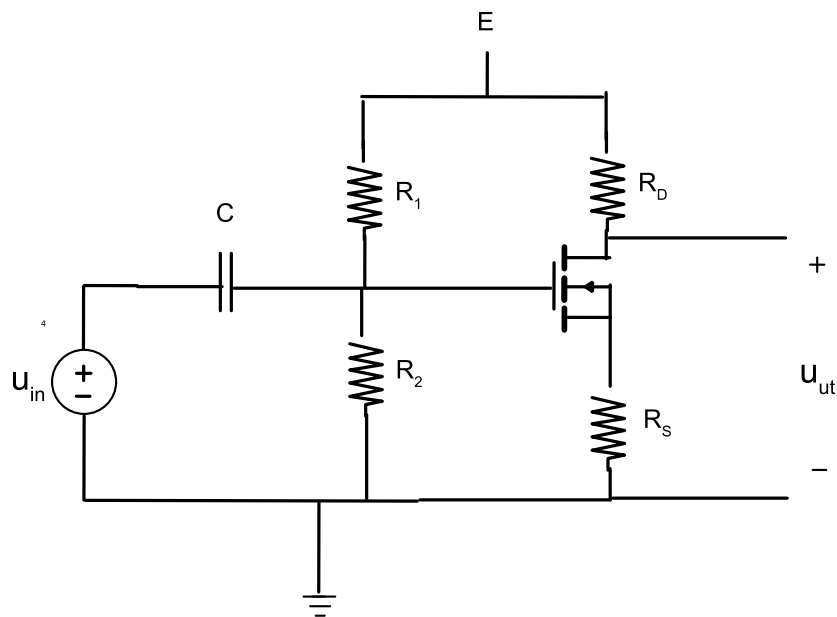
Uppgift 4.

För att kretsen nedan ska fungera tillförlitligt krävs att effektutvecklingen är mindre än 0.5 W vid vilopunkten.

För transistorn gäller att $U_T = 1$ V samt $I_D(U_{GS}=2 \text{ V}) = 2$ mA. Transistorn kan i övrigt antas vara ideal.

Är effektvillkoret uppfyllt för att kretsen ska kunna fungera tillförlitligt?

Man får anta att eventuell småsignalbelastning ej ökar effektutvecklingen nämnvärt.



$$R_D = 1 \text{ k}\Omega, R_1 = 80 \text{ }\Omega, R_2 = 100 \text{ }\Omega, R_S = 700 \text{ }\Omega, E = 10 \text{ V}$$

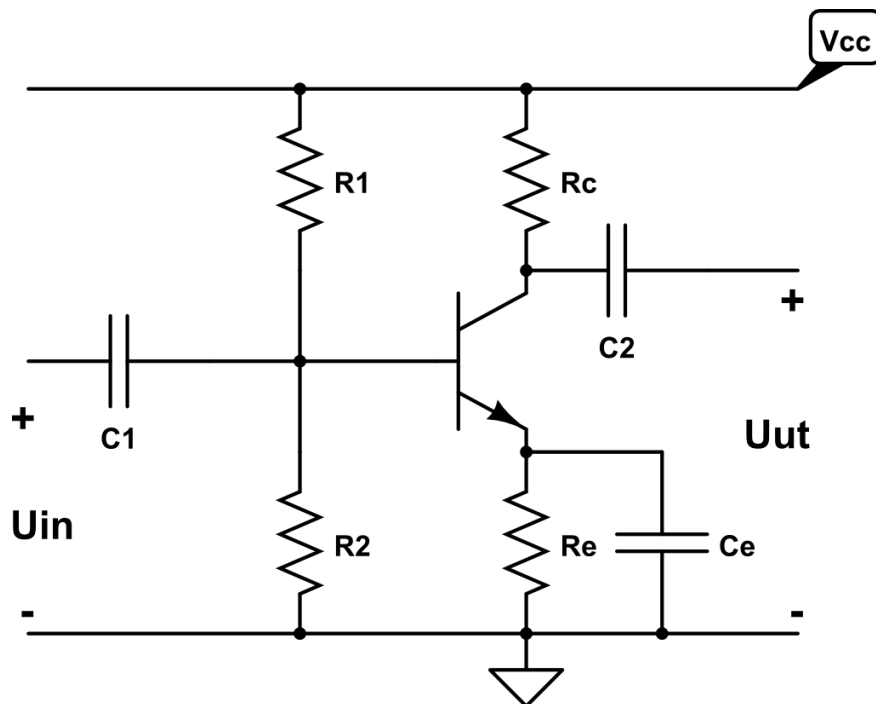
Uppgift 5.

I figuren visas ett aktivt förspänt förstärkarsteg med avkopplad emitter. Räkna ut vilopunktsströmmen I_{CQ} med storsignalanalys. Räkna därefter ut spänningsförstärkningen med småsignalanalys.

$$V_{CC}=12\text{ V}, R_1=82\text{ k}\Omega, R_2=27\text{ k}\Omega, R_e=1\text{ k}\Omega, R_c=3.3\text{ k}\Omega$$

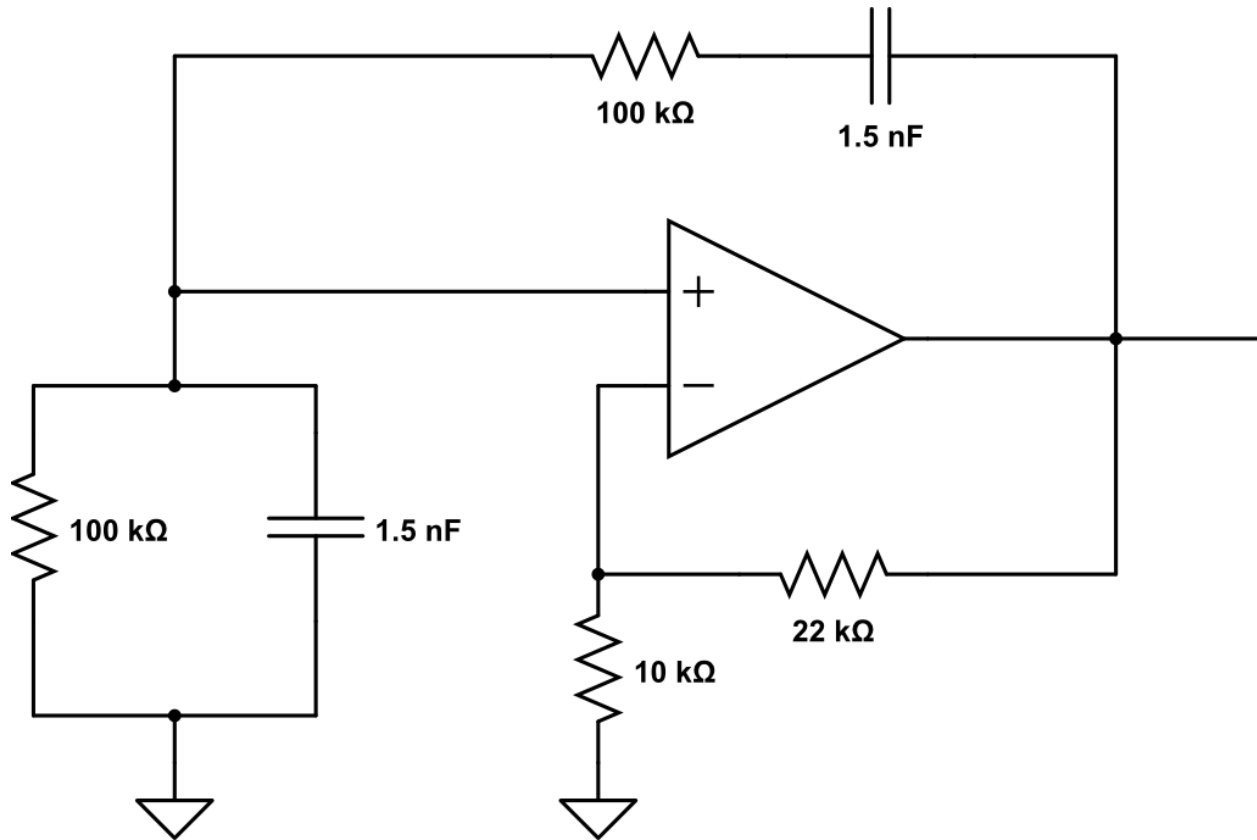
Bipolär npn-transistor av kisel vid rumstemperatur med $h_{FE} = h_{fe} = 200$ samt $r_0 = 36\text{ k}\Omega$

Betrakta alla kapacitanser som stora.



Uppgift 6.

Härled och beräkna frekvensen för Wienbryggeoscillatorn.



Uppgift 1

Tidsvarierande ström och spänning $\rightarrow$ vi använder $j\omega$ -metoden och omvandlar strömmar, spänningar och impedanser till komplexa tal/visare.

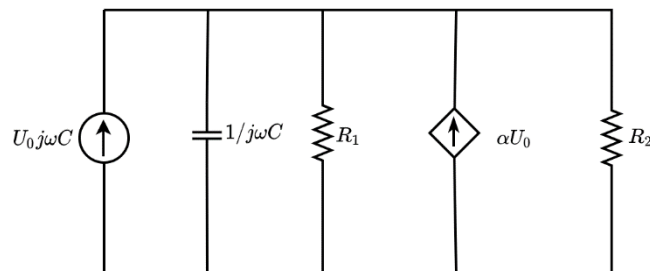
$$U_0 = 2\angle 30^\circ \text{ V}$$

$$Z_{R_1} = R_1 = 4 \Omega$$

$$Z_{R_2} = R_2 = 3 \Omega$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j40 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} = -j2.5 \Omega$$

Omvandla vänstra delen av kretsen Thevenin $\rightarrow$ Norton. Notera att om vi omvandlar högra delen av kretsen på liknande sätt måste vi hålla koll på vilken den sökta spänningen är i den nya kretsen.

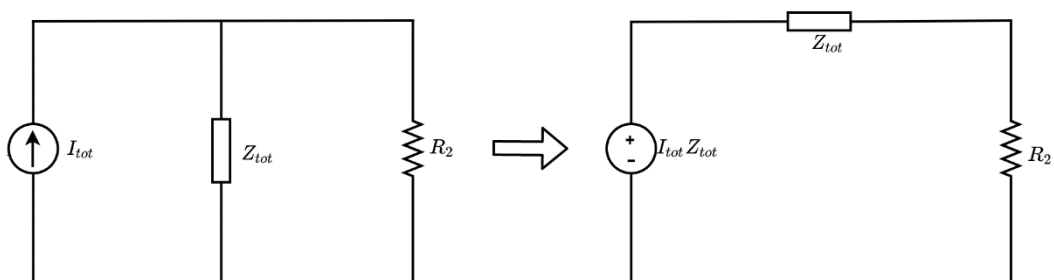


Nu har vi parallellkopplade strömkällor och impedanser, vilka vi kan lägga ihop.

$$I_{tot} = U_0 j\omega C + \alpha U_0$$

$$Z_{tot} = \frac{1}{j\omega C} \parallel R_1 = \frac{\frac{1}{j\omega C} \cdot R_1}{\frac{1}{j\omega C} + R_1} = \frac{R_1}{1 + j\omega C R_1}$$

Sedan kan vi omvandla kretsen Norton $\rightarrow$ Thevenin



Och spänningsdelning ger

$$U_{R_2} = \frac{I_{tot} Z_{tot} R_2}{R_2 + Z_{tot}} = \frac{U_0 (j\omega C + \alpha) R_1 R_2}{R_1 + R_2 + j\omega C R_1 R_2}$$

Vi stoppar in numeriska värden och får

$$U_{R_2} = \frac{2\angle 30^\circ (j40 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-9} + 2) 4 \cdot 3}{4 + 3 + j40 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 4 \cdot 3} = 5.8\angle 6.9^\circ \text{ V}$$

Transformera tillbaka till tidsdomän

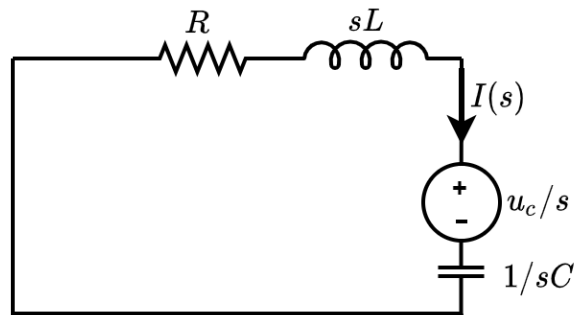
$$u_{R_2}(t) = 5.8 \cos(40 \cdot 10^6 t + 6.9^\circ) \text{ V}$$

Uppgift 2

Vi söker först begynnelseenergin i induktorn och kondensatorn. För $t < 0$ är U kopplad till resten av kretsen men p.g.a. att kondensatorn beter sig som ett avbrott för likström går ingen ström i kretsen. Därför är det endast kondensatorn som får begynnelseenergi, vilken bestäms av spänningen över den för $t = 0$. Då ingen ström går i kretsen har vi inga spänningsfall över övriga komponenter och vi får att

$$u_c(t = 0) = U$$

Vi laplacetransformerar kretsen för $t > 0$



KVL i kretsen ger oss ett uttryck för $I(s)$

$$I(s)R + I(s)sL + \frac{u_c}{s} + \frac{I(s)}{sC} = 0$$

$$I(s) = -\frac{\frac{u_c}{s}}{sL + R + \frac{1}{sC}} = -\frac{u_c/L}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

Nu vill vi hitta ett uttryck som vi känner igen så att vi kan transformera tillbaka till tidsdomän. Vi kvadratkompletterar nämnaren samt modifierar uttrycket så det liknar en känd transform.

$$I(s) = -\frac{u_c}{L\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}{\left(s + \frac{R}{2L}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}\right)^2}$$

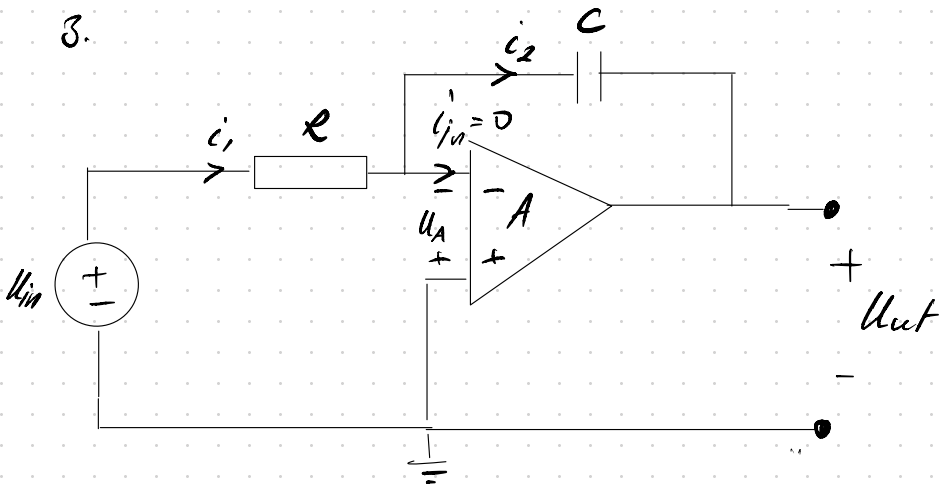
$$\mathcal{L}\{e^{-bt}\sin(at)\} = \frac{a}{(s+b)^2 + a^2}, a = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}, b = \frac{R}{2L},$$

$$u_c = U$$

Vilket ger strömmen som funktion av U , L , R och C

$$i(t) = -\frac{U}{L\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} e^{-\frac{R}{2L}t} \sin\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}t\right) A$$

3.



$$i_{in} = 0 \text{ da } R_{in} = \infty, \quad i_1 = i_2 = i, \quad A = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{w_1}}$$

$$A \cdot u_A = u_{out} \quad (I)$$

$$u_{in} - i \cdot R - \frac{i}{sC} - u_{out} = 0 \quad (II)$$

$$u_{in} - i \cdot R + u_A = 0 \quad III$$

$$III + I \Rightarrow i = \frac{u_{in} + \frac{u_{out}}{A}}{R} \quad \text{ins } I \text{ ser}$$

$$u_{in} - \left(u_{in} + \frac{u_{out}}{A} \right) \left(R + \frac{1}{sC} \right) = u_{out}$$

$$u_{in} \left(1 - \frac{R + \frac{1}{sC}}{R} \right) = \left(1 + \frac{R + \frac{1}{sC}}{RA} \right) u_{out}$$

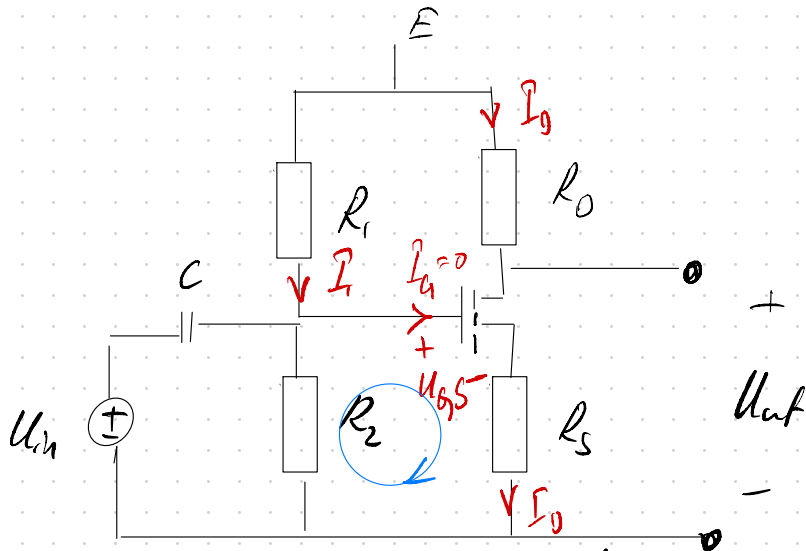
$$\frac{u_{out}}{u_{in}} = \frac{-\frac{1}{sC} \times (A \cdot R)}{RA + R + \frac{1}{sC}} \times \frac{sC \cdot \left(1 + \frac{s}{w_1} \right)}{sC \left(1 + \frac{s}{w_1} \right)} = \left[A = \frac{A_0}{\left(1 + \frac{s}{w_1} \right)} \right] =$$

$$\Rightarrow \frac{u_{out}}{u_{in}} = \frac{-A_0}{RA_0 sC + R sC \left(1 + \frac{s}{w_1} \right) + 1 + \frac{s}{w_1}} = - \frac{A_0}{\frac{RC}{w_1} \cdot s^2 + \left(R C A_0 + R C + \frac{1}{w_1} \right) s + 1}$$

$$\frac{u_{out}}{u_{in}} = \frac{\frac{A_0 \cdot w_1}{RC}}{s^2 + \left(A_0 w_1 + w_1 + \frac{1}{RC} \right) s + \frac{w_1}{RC}}$$

$\Rightarrow$ Tiefpassfilter.

4



Antar att strömmen mättes (antar $I_G = 0$)
 $\Rightarrow I_D = k (U_{GS} - U_T)^2$
 då $I_D (U_{GS} = 2) = k (1)^2 = k = 2 \cdot 10^{-3} \text{ A/V}^2$
 Vi vet att $I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2}$, då $I_G = 0$

KVL ger

$$-I_1 R_2 + U_{GS} + R_S I_D = 0$$

$$\Rightarrow U_{GS} = I_1 R_2 - \underbrace{R_S k (U_{GS} - U_T)^2}_{I_D}$$

andra gradskv i U_{GS}

$$U_{GS}^2 + \underbrace{\left(\frac{1}{R_S k} - 2U_T\right)}_{-1.29} U_{GS} + \underbrace{U_T^2 - \frac{I_1 R_2}{R_S k}}_{-2.97} = 0$$

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1.2 \text{ V} \\ 2.5 \text{ V} \end{cases}$$

För att $V_{GS} > V_T$ för $I_D > 0$

$$\text{dvs } V_{GS} = 2.5 \text{ V}$$

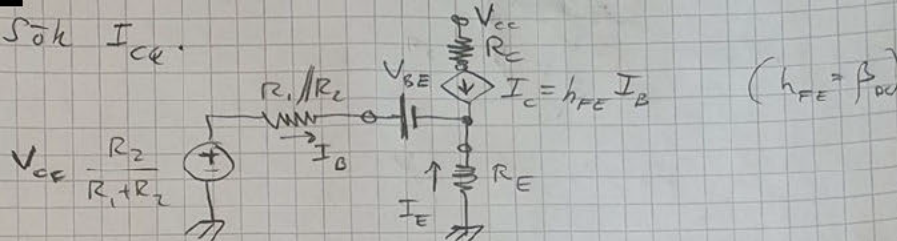
$$I_{DQ} = K(2.5 - 1)^2 = K \cdot 1.5^2 = 4.5 \text{ mA}$$

$$V_{DQ} = E - (R_S + R_D) \cdot I_{DQ} = 2.35$$

$$P_{\text{eff}} = I_1^2 \cdot (R_1 + R_2) + I_D^2 \cdot (R_D + R_S) + V_{DQ} \cdot I_{DQ} = 0.6 \text{ W}$$

dvs kretsens effektutveckling överskrider det tillåtna,
dvs kretsen kan ej förväntas fungera tillförlitligt.

5. Störriktad modell av aktiv ^{nPN} BJT. C = avbrott.
Sök I_{CQ} .



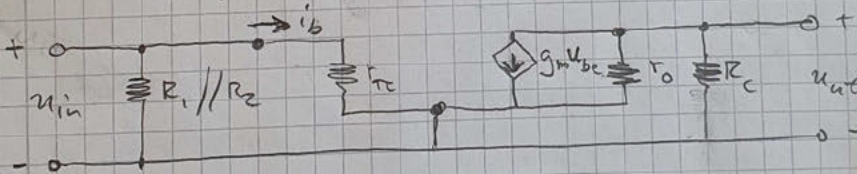
$$\left. \begin{aligned} \text{KVL} \Rightarrow -V_{CC} \frac{R_2}{R_1+R_2} + I_B R_1 // R_2 + V_{BE} - I_E R_E &= 0 \\ \text{KCL} \Rightarrow I_B + I_C &= -I_E, \quad \text{BJT} \Rightarrow I_C = h_{FE} I_B \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$I_{CQ} = \frac{V_{CC} \frac{R_2}{R_1+R_2} - V_{BE}}{R_1 // R_2 \left(\frac{1}{h_{FE}} \right) + R_E \left(1 + \frac{1}{h_{FE}} \right)}$$

$V_{BE} \approx 0.7 \text{ V}$
för Si BJT
Övr. värden i uppgift

$$I_{CQ} = \frac{2.2725 \text{ V}}{1.1065 \text{ k}\Omega} \approx \underline{\underline{2.05 \text{ mA}}}$$

Småsignalmodell av BJT. C = kortslutning
Sök u_{ut}/u_{in} (ac-spänningsförstärkning)



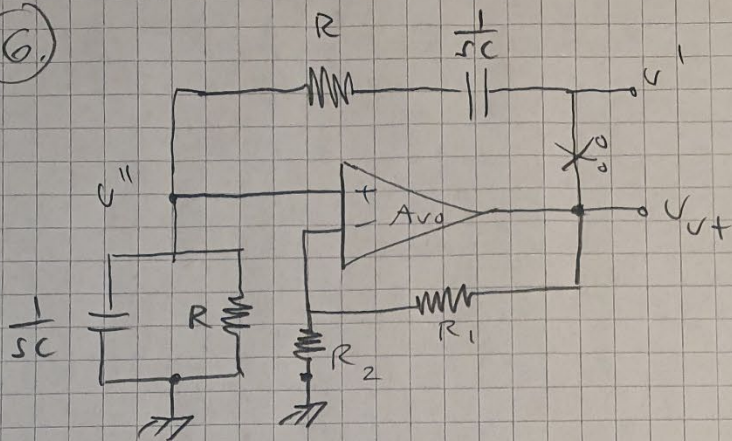
$$u_{in} = r_{\pi} i_b, \quad u_{ut} = -g_m u_{be} r_o // R_C = -h_{fe} i_b r_o // R_C$$

$$\frac{u_{ut}}{u_{in}} = -\frac{h_{fe}}{r_{\pi}} r_o // R_C = -g_m r_o // R_C$$

g_m för utslöpppunkten: $g_m = \frac{|I_{CQ}|}{V_T} \approx \frac{2.05 \text{ mA}}{0.0259 \text{ V}} \approx 79 \frac{\text{mA}}{\text{V}}$

Dvs $\frac{u_{ut}}{u_{in}} = -79 \frac{\text{mA}}{\text{V}} \cdot 36 \text{ k}\Omega // 3.2 \text{ k}\Omega \approx \underline{\underline{-239}}$

6.)



$$\begin{aligned} R &= 100 \text{ k}\Omega \\ C &= 1.5 \text{ nF} \\ R_1 &= 22 \text{ k}\Omega \\ R_2 &= 10 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

icke-inverterad oscillator!

Klipp loopen (X_o), introducera V' och V'' .

Stingfaktorn β är spänningsdelning:

$$\beta = \frac{V''}{V'} = \frac{R // \frac{1}{sC}}{R // \frac{1}{sC} + (R + \frac{1}{sC})} = \dots$$

$$= \frac{1}{3 + sRC + \frac{1}{sRC}} = (s=j\omega) = \frac{1}{3 + j(\omega RC - \frac{1}{\omega RC})}$$

A_{vo} ges av R_1, R_2 : Reel term. Behövs ej för sökta frekvenser.

Strängvillkor $\beta A_{vo} = +1$

den imaginära delen måste vara $=0 \Rightarrow$

$$\omega_0 RC = \frac{1}{\omega_0 RC} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$\text{Sökte frekvenser } f_0 = \frac{1}{2\pi RC} \approx 1061 \text{ Hz}$$

□