

Tentamen ESS116
Elektriska Nät och System F2

Examinator: Jan V. Grahm

Fredag 19 augusti 2022 kl. 14:00-18:00

Salstentamen

Tentamen omfattar sex beräkningsuppgifter. Fullständiga beräkningar måste redovisas. Korrekt och välmotiverad lösning med svar ger maximalt 3 poäng (p).

Ange uppgiftsnummer och personlig kod överst på varje papper, Skriv endast på ena sidan av papperet. Blanda aldrig olika uppgifter på samma sida.

Tillåtna hjälpmedel:

- Chalmersgodkänd räknare
- Physics Handbook
- Beta Mathematics Handbook
- Kompletterande formelsamling Kretselektronik ESS116 ht 2021

För godkänt krävs 8 p.

Betygsgränser: Minst 8 p ger betyg 3, minst 12 p betyg 4 och minst 15 p betyg 5. Poäng inkluderar eventuell bonus från duggan ht 2021.

Resultat meddelas via kursens hemsida i Canvas.

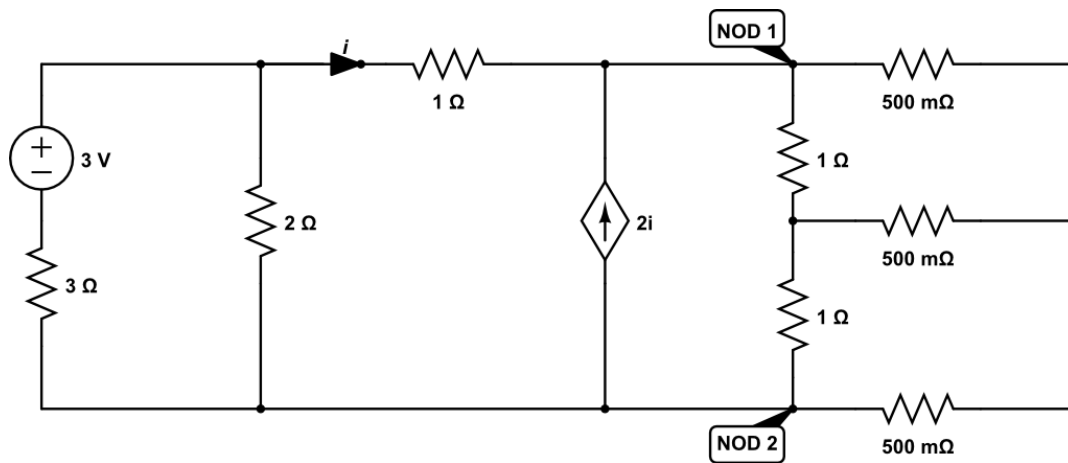
Förfrågningar: Examinator Jan Grahm, Mikroteknologi och Nanovetenskap.
Mobil 0730-34 62 99/e-post jan.grahm@chalmers.se.

Lycka till!

Uppgift 1.

Beräkna spänningen mellan nod 1 och 2 för nedanstående DC nät.

Använd maskanalys!



Uppgift 2.

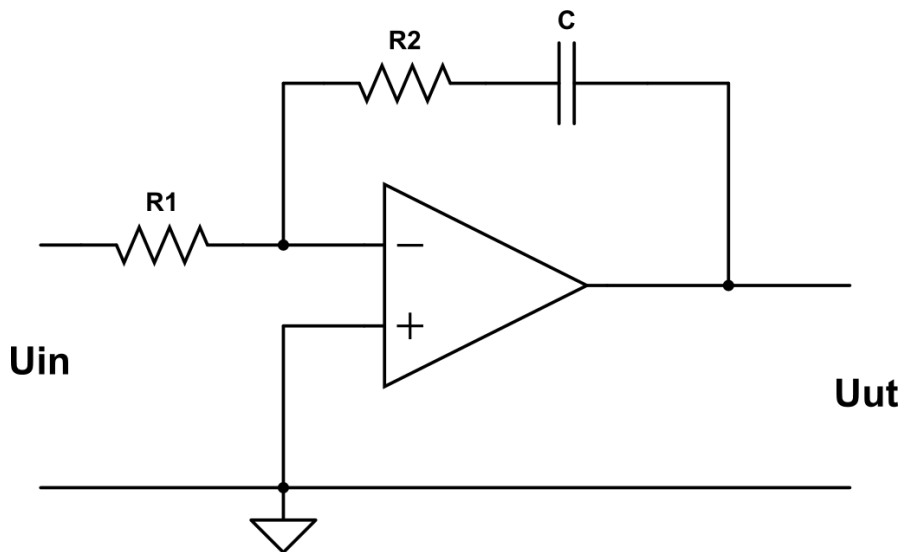
Härled ett uttryck för överföringsfunktionen i kopplingen nedan.

Räkna ut $R1$ och $R2$ så att:

Beloppet av förstärkningen $U_{ut}/U_{in} = 100$ vid höga frekvenser.

Beloppet av fasskillnaden mellan U_{ut} och U_{in} är 135° då $\omega = 10\,000$ rad/s.

Givet att $C = 2\,\mu\text{F}$ och att operationsförstärkaren är ideal.

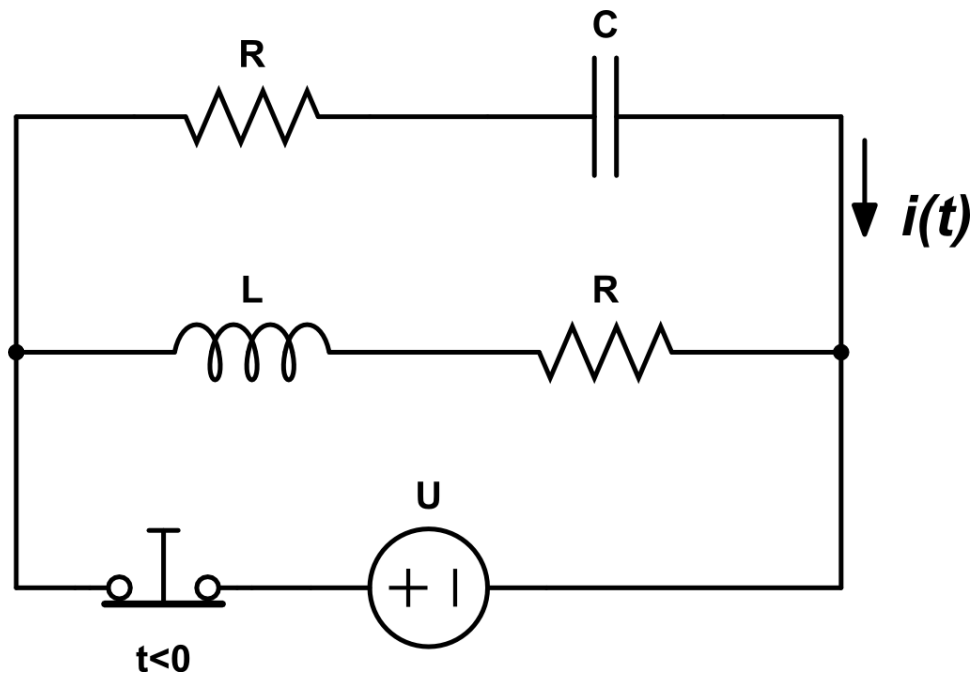


Uppgift 3.

Spänningskällan U är inkopplad i RLC-nätet under lång tid.

Vid $t=0$ aktiveras brytaren och spänningskällan kopplas ur nätet.

Räkna ut strömmen $i(t)$ för $t = 2$ s om $U=3$ V, $R= 3\ \Omega$, $C = 2$ F, $L = 18$ H.

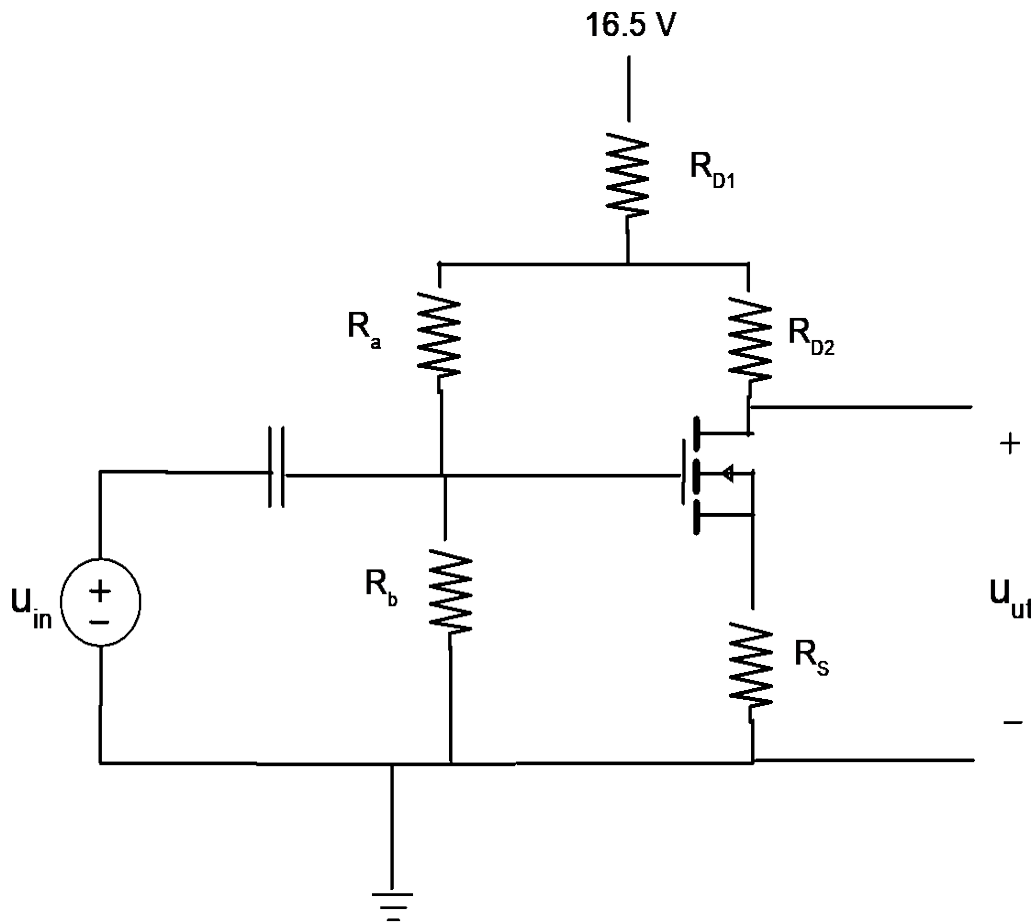


Uppgift 4.

Förstärkarkopplingen nedan har en vilopunkt på $I_D = 1.55 \text{ mA}$ och $U_{DS} = 2.27 \text{ V}$, där MOSFET'ens transkonduktans är 5.7 mA/V .

Vad är transistorens tröskelspänning samt vad har den för inimpedans?

Kapacitansen kan anses stor för aktuella signalfrekvenser.



$$R_a = 60 \text{ k}\Omega, R_b = 100 \text{ k}\Omega, R_{D1} = 8 \text{ k}\Omega, R_{D2} = 55 \text{ }\Omega, R_s = 1 \text{ k}\Omega$$

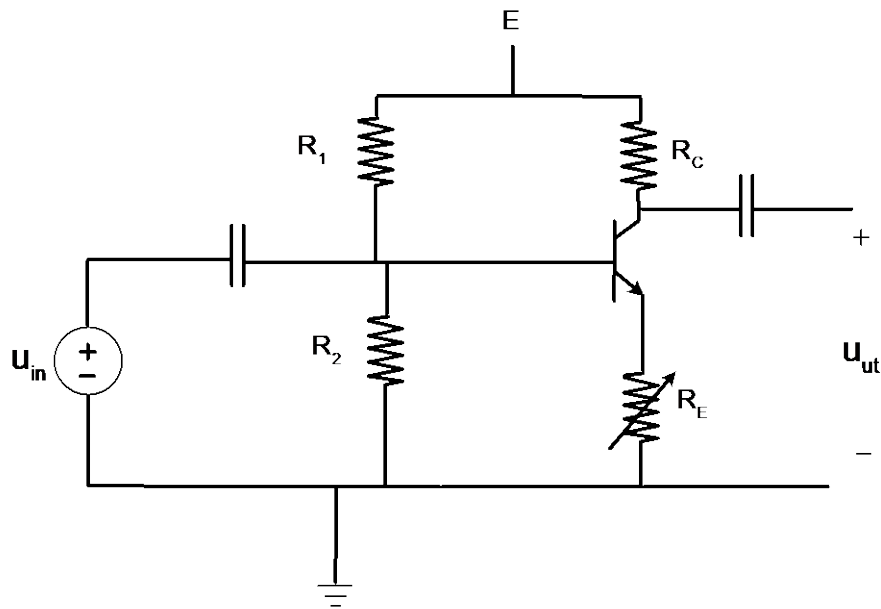
Uppgift 5.

I transistorkretsen nedan kan man fritt variera R_E .

Vad blir (till beloppet) högsta möjliga småsignalförstärkning?

Givna transistorparametrar är $h_{ie}=7\text{ k}\Omega$ och $h_{fe}=250$.

Kapacitanserna kan anses stora för relevanta signalfrekvenser.

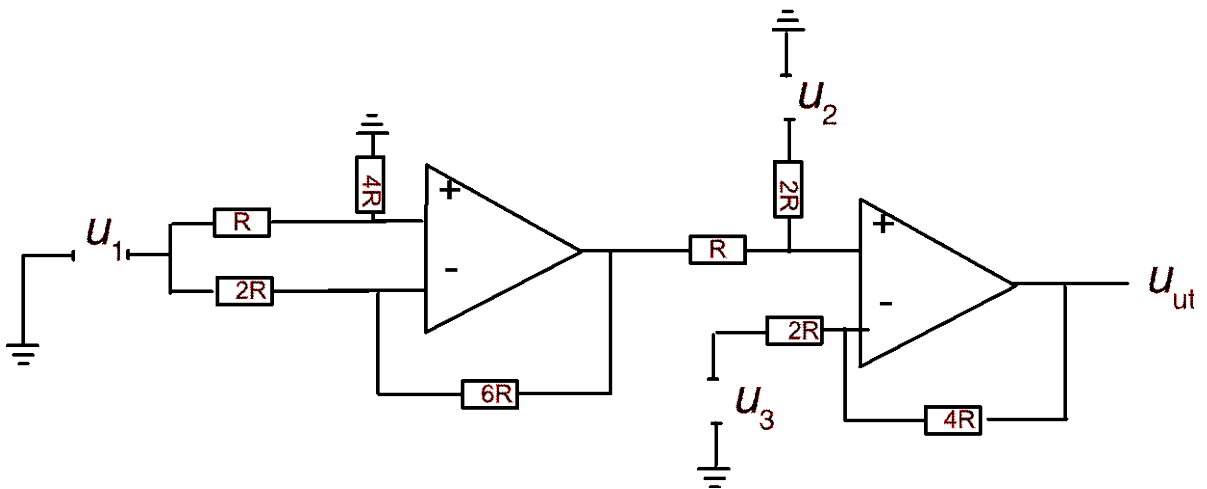


$$R_1=230\text{ k}\Omega, R_2=7\text{ k}\Omega, R_C=5\text{ k}\Omega,$$

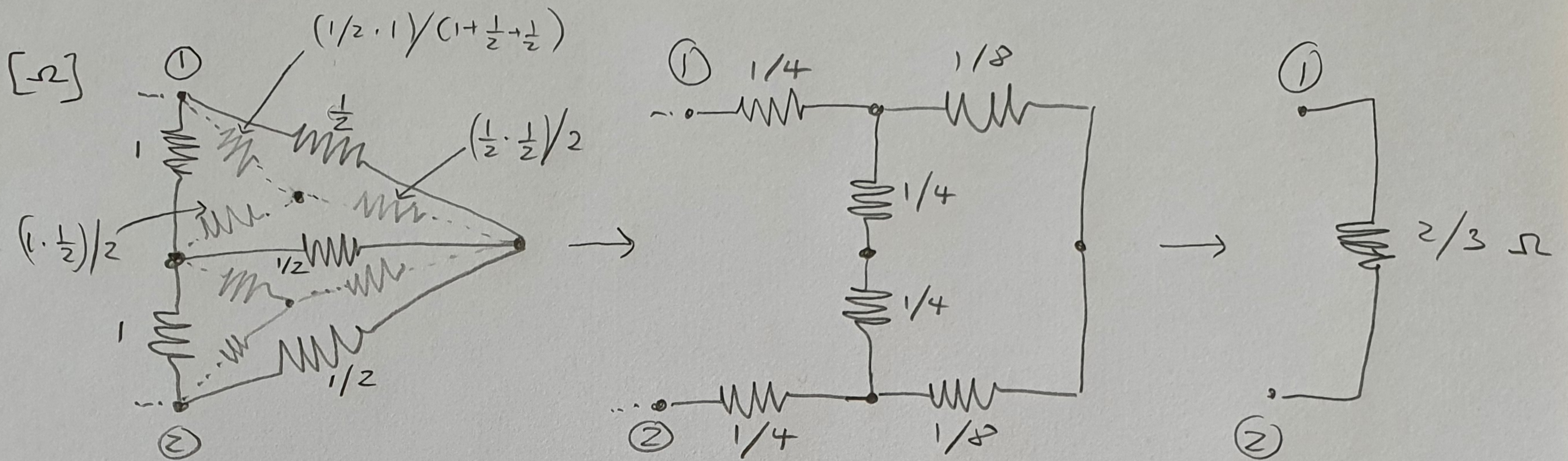
Uppgift 6.

Beräkna hur utspänningen U_{ut} beror på inspänningarna U_1 , U_2 och U_3 .

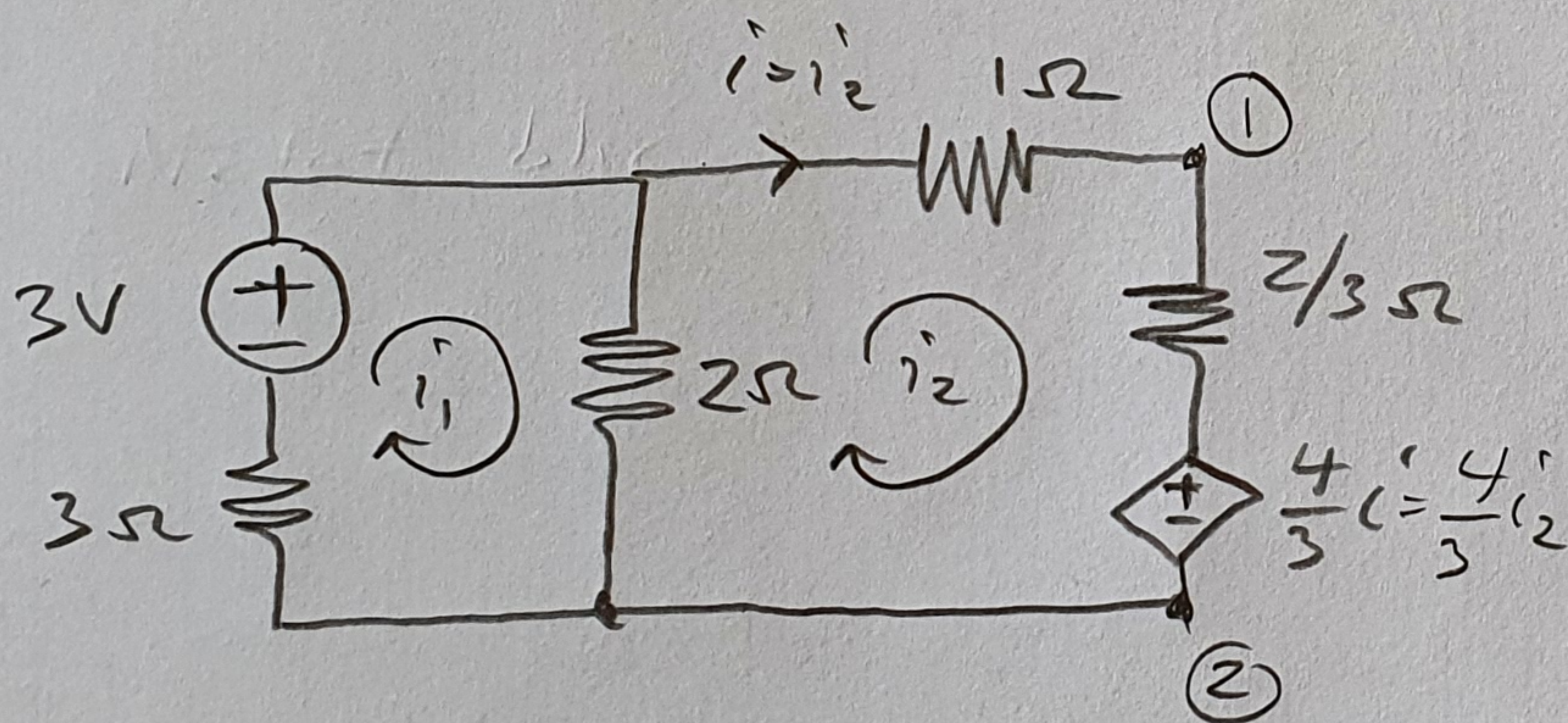
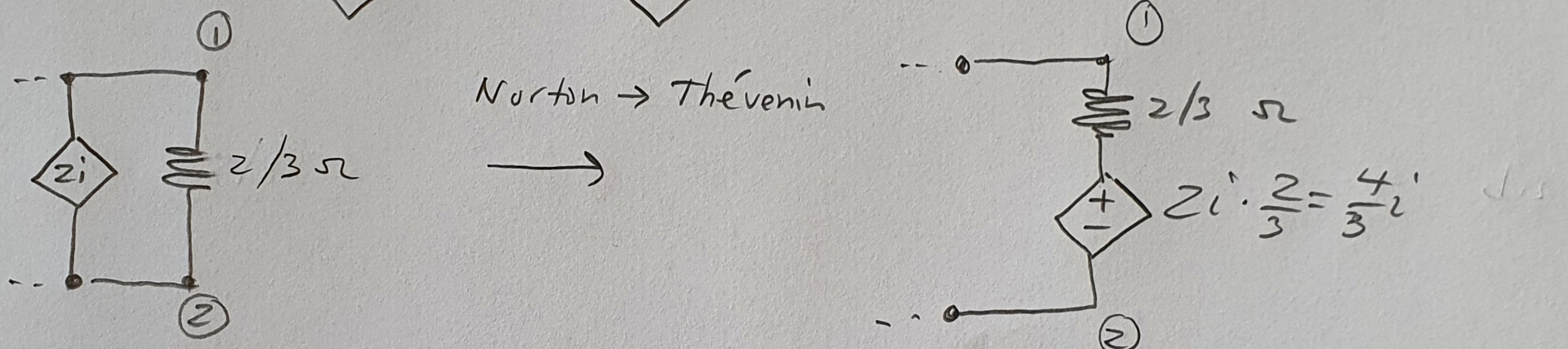
De båda op-amparna kan antas vara ideala.



① Högre delen av nätet förenklas via $\Delta \rightarrow Y$:
se Ph. Handbook för formler.



För maskanalys måste vi ha spänningskällor.
Omvandla $\uparrow$ till $\begin{matrix} + \\ - \end{matrix}$:



Maskanalys för förenkelt nät.
Definiera i_1 och $i_2 (=i)$.
 $R_m \quad i_1 = 1A$

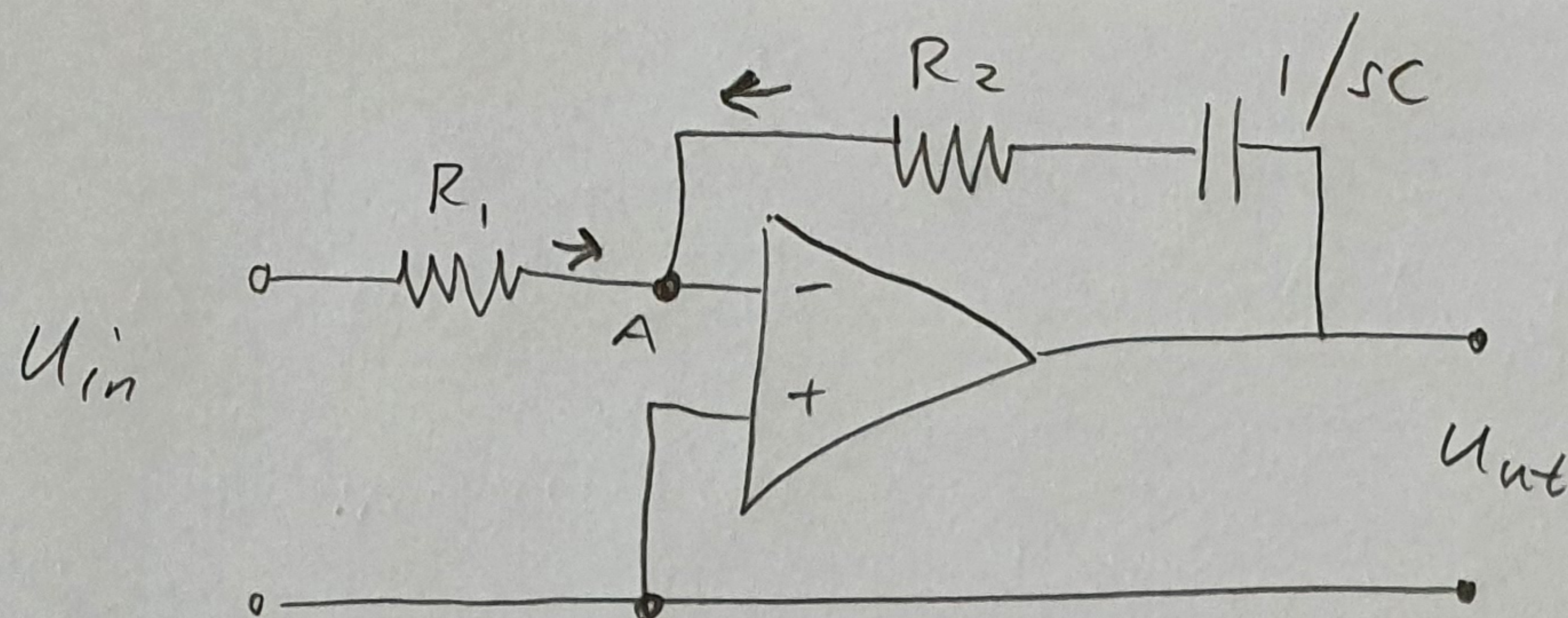
$$\begin{bmatrix} 3+2 & -2 \\ -2 & 2+1+2/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -\frac{4}{3}i_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ Cramers metod} \Rightarrow i_1 = i_2 = \frac{\det \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}}$$

$$= \frac{5 \cdot 0 - 3 \cdot (-2)}{5 \cdot 5 - (-2) \cdot (-2)} = \frac{6}{21} A. \text{ Sökta spänningen } U_{12} =$$

$$= (2i_1 + i_2) \frac{2}{3} = 2i_1 = \frac{12}{21} V \approx \underline{\underline{0,57 V}}$$

(2)



$$C = 2 \mu F$$

KCL i nod A för ideal op.amp (virtuell jord i A)

$$\frac{U_{in}}{R_1} + \frac{U_{ut}}{R_2 + \frac{1}{sC}} = 0 \Rightarrow H(s) = \frac{U_{ut}}{U_{in}} = -\frac{R_2}{R_1} - \frac{1}{sR_1C}$$

$$\text{dvs } H(j\omega) = -\frac{R_2}{R_1} + j\frac{1}{\omega R_1 C} \quad (*)$$

$$\text{Givet att } |H(j\omega)|_{\omega \rightarrow \infty} = 100 = (*) = \frac{R_2}{R_1} \text{ vid höga frekvenser}$$

$$\text{Givet att } |\phi| = \arg H(j\omega) = 135^\circ \text{ då } \omega = 10000 \text{ rad/s}$$

(*) $\Rightarrow H(j\omega)$ negativ reell del och positiv imaginär del $\Rightarrow$ addera 180° !

$$\arg \left\{ -\frac{R_2}{R_1} + j\frac{1}{\omega R_1 C} \right\} + 180^\circ = 135^\circ$$

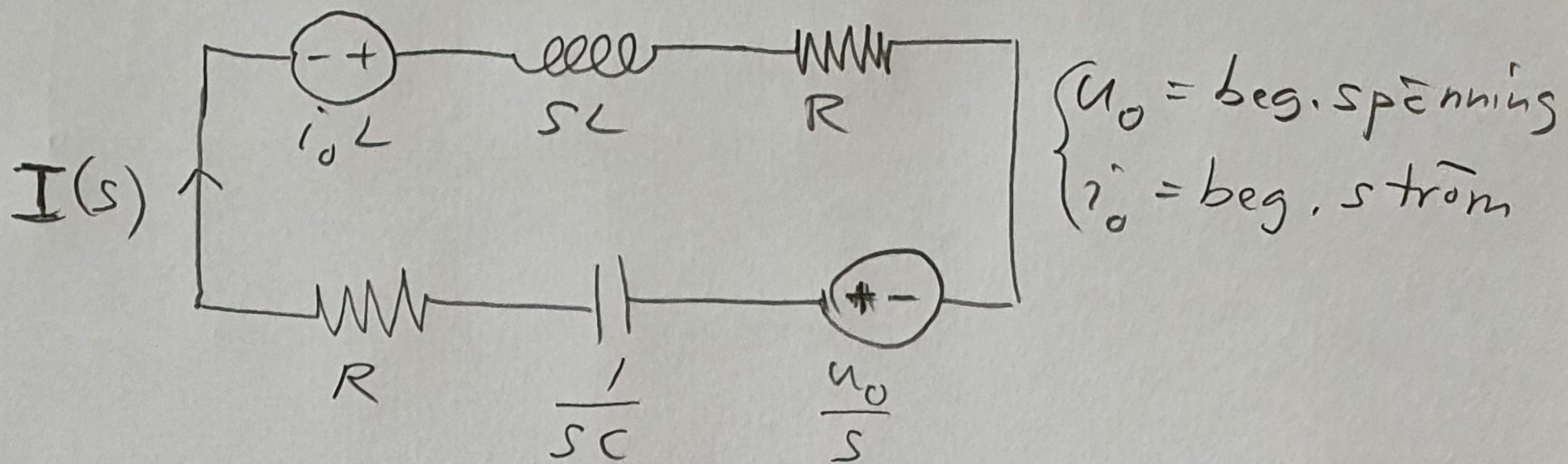
$$\text{atan} \left\{ \frac{\frac{1}{\omega R_1 C}}{-\frac{R_2}{R_1}} \right\} = \text{atan} \left\{ -\frac{1}{\omega R_2 C} \right\} \quad \text{dvs}$$

$$-\frac{1}{\omega R_2 C} = \tan(135^\circ - 180^\circ) = \tan(-45^\circ) = -1$$

$$\text{och } \begin{cases} \underline{R_2} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = \underline{\underline{50 \Omega}} \\ \underline{R_1} = \frac{R_2}{100} = \underline{\underline{0.5 \Omega}} \end{cases}$$

(3)

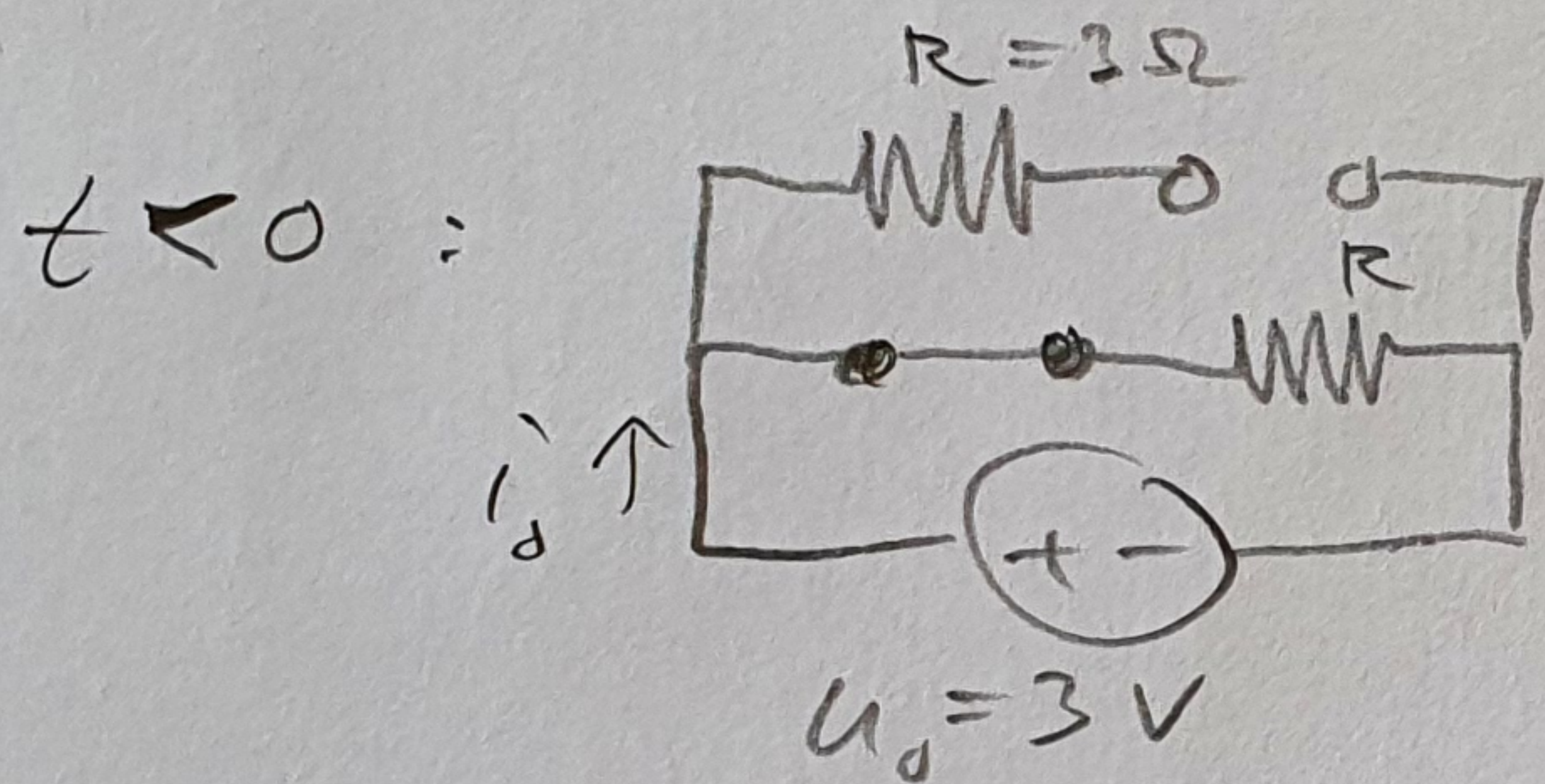
För $t > 0$ är spänningsskällan bortkopplad.
 Laplacetransformera nätet med begynnelse-
 energi:



$$\text{KVL} \Rightarrow -\frac{U_0}{s} + \frac{I(s)}{sC} + RI(s) - i_0 L + sL I(s) + RI(s) = 0$$

$$\text{Får } I(s) = \frac{\frac{U_0}{s} + i_0 L}{\frac{1}{sC} + 2R + sL}$$

$U_0 = 3V$, i_0 får för $t < 0$
 då $L = \text{kortslutn.}$, $C = \text{avbrutt}$:



$$\text{dvs } i_0 = \frac{U_0}{R} = 1A$$

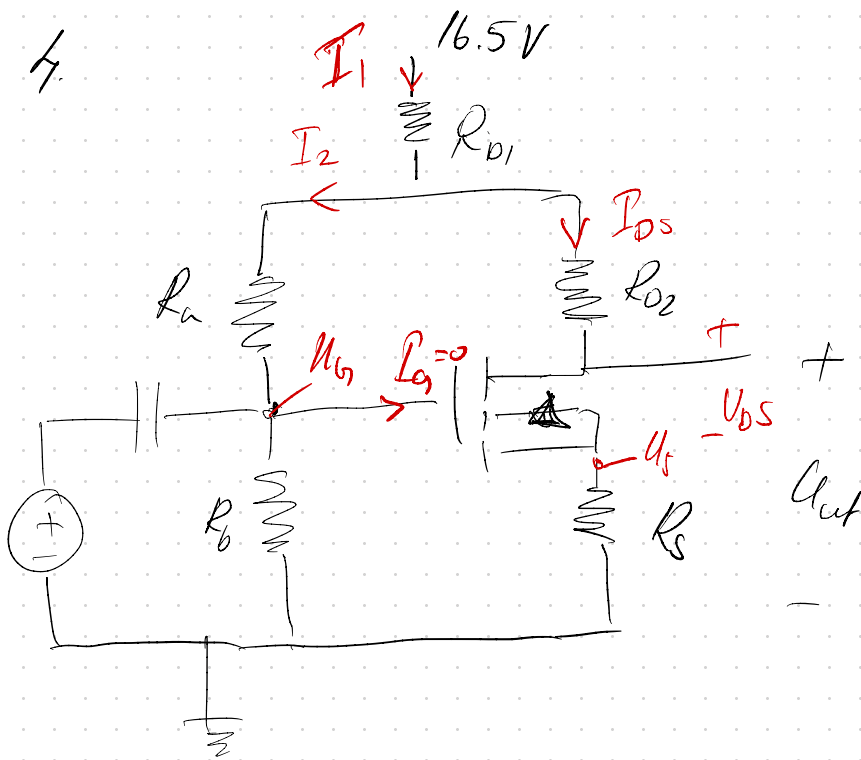
Num.: $L = 18H$, $C = 2F$. Utveckla $I(s)$ för inv. Laplace $\Rightarrow$

$$I(s) = \frac{s + \frac{U_0}{L i_0}}{\frac{1}{i_0} s^2 + \frac{2R}{L i_0} s + \frac{1}{LC i_0}} = \frac{s + 3/18}{s^2 + 2 \cdot \frac{s}{18} + \frac{1}{36}}$$

$$= \frac{s + 1/6}{s^2 + 2 \cdot \frac{1}{6} s + \left(\frac{1}{6}\right)^2} = \frac{s + \frac{1}{6}}{\left(s + \frac{1}{6}\right)^2} = \frac{1}{s + \frac{1}{6}}$$

$$\mathcal{L}^{-1} \Rightarrow i(t) = e^{-t/6}. \quad \text{Söker } i(t=2) = e^{-1/3} \approx \underline{\underline{0.72A}}$$

$$\left(\mathcal{L}^{-1} \left(\frac{1}{s+a} \right) = e^{-at} \right)$$



$$R_a = 60 \text{ k}\Omega, R_b = 100 \text{ k}\Omega, R_{D2} = 55 \Omega$$

$$R_S = 1 \text{ k}\Omega, R_{D1} = 8 \text{ k}\Omega$$

Vibpunkt $I_D = 1.55 \text{ mA}$ & $U_{DS} = 22.7 \text{ V}$

$$U_S = I_{DS} \cdot R_S = 1.55 \text{ V}$$

$$I_1 \cdot R_{D1} + R_a \cdot I_2 + R_b \cdot I_2 = 16.5 \text{ V}$$

$$I_1 = I_2 + I_{DS}$$

$$(I_2 + I_{DS}) \cdot R_{D1} + R_a \cdot I_2 + R_b \cdot I_2 = 16.5 \text{ V}$$

$$(\bar{I}_2 + I_{os}) \cdot R_{o1} + R_a \cdot I_2 + R_b \cdot I_2 = 16.5 \text{ V}$$

$$(R_{o1} + R_a + R_b) \cdot I_2 = 16.5 - I_{os} R_{o1}$$

$$I_2 = \frac{4.1}{(R_{o1} + R_a + R_b)} =$$

$$= 2.44 \cdot 10^{-5} \text{ A}$$

$$V_G = I_2 \cdot R_b = 2.4405$$

$$\Rightarrow V_{GS} = 2.44 - 1.55 = 0.89$$

$$I_{os} = \frac{k'W}{2L} (V_{GS} - V_T)^2$$

$$g_m = \frac{k'W}{L} (V_{GS} - V_T)$$

$$\Rightarrow \frac{I_{os}}{g_m} = \frac{1}{2} (V_{GS} - V_T) \Rightarrow$$

$$V_T = V_{GS} - \frac{2I_{os}}{g_m} = 0.89 - \frac{2 \cdot 1.55 \text{ nA}}{3.7 \text{ nA/V}}$$

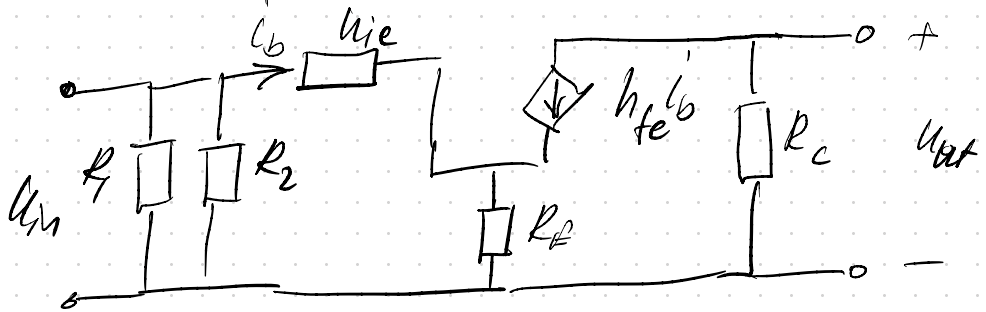
$$= 0.89 - 0.8355 =$$

$$= 0.35 \text{ V} \quad \text{måttade omr led}$$

$$V_{GS} - V_T < V_{DS} = 2.27$$

Impedansen $\frac{V_{in}}{I_{in}} = \infty$ för Ideal MOSFET

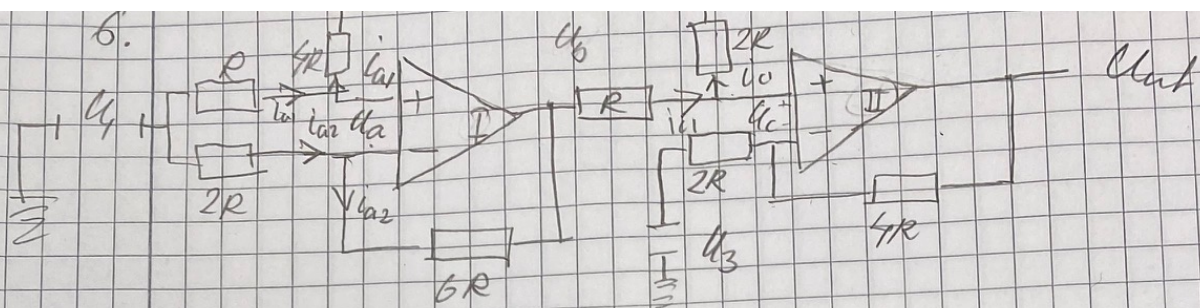
5. Den beskrivna förstärkarkopplingens
småsignalschema ges av
(då $\frac{1}{\omega C} \approx 0$)



$$\begin{cases} u_{out} = -h_{fe} \cdot i_b \cdot R_C \\ u_{in} = i_b \cdot h_{ie} + (i_b + i_b h_{fe}) R_E \end{cases}$$

$$\frac{u_{out}}{u_{in}} = - \frac{h_{fe} \cdot R_C}{h_{ie} + \underbrace{(1 + h_{fe}) \cdot R_E}_{\geq 0}} = \left| \frac{h_{fe} R_C}{h_{ie}} \right| = 179$$

max då $R_E = 0$



Bestäm $u_1 = f(u_2, u_3)$

Antag att båda op-amp är ideala & har ickekopplad

$\Rightarrow \varepsilon_I = 0, \varepsilon_{II} = 0$ samt $i_{opI} = i_{opII} = 0$

$\Rightarrow$ enl. Kirchhoffs strömlag

$\frac{u_1 - u_a}{R} = \frac{u_a}{4R} \Rightarrow 4u_1 - 4u_a = u_a \Rightarrow u_1 = \frac{5u_a}{4}$

oss för u_2

$\frac{u_1 - u_a}{2R} = \frac{u_a - u_b}{6R} \Rightarrow 3u_1 - 3u_a = u_a - u_b \Rightarrow 3u_1 = 4u_a - u_b$

oss för andra op-ampen

$\frac{u_b - u_c}{R} = \frac{u_c - u_2}{2R} \Rightarrow 2u_b - 2u_c = u_c - u_2 \Rightarrow u_2 = 3u_c - 2u_b$

$\frac{u_3 - u_c}{2R} = \frac{u_c - u_{out}}{4R} \Rightarrow 2u_3 - 2u_c = u_c - u_{out} \Rightarrow u_{out} = 3u_c - 2u_3$

(3+4) ger $u_{out} = u_2 + 2u_b - 2u_3$ sätter u_b in (1) i (2)

$\Rightarrow u_{out} = u_2 + 8u_a - 6u_1 = 2u_3$

$u_b = 4u_a - 3u_1$

lägger in (1) i (2)

$u_{out} = \frac{32}{5}u_1 - \frac{30}{5}u_1 + u_2 - 2u_3 = \frac{2}{5}u_1 + u_2 - 2u_3$