Tentamen ESS116

Elektriska Nät och System F2

Examinator: Jan V. Grahn

Onsdag 13 april 2022 kl. 08:30-12:30

Salstentamen

Tentamen omfattar sex beräkningsuppgifter. Fullständiga beräkningar måste redovisas. Korrekt och välmotiverad lösning med svar ger maximalt 3 poäng (p).

Ange uppgiftsnummer och personlig kod överst på varje papper, Skriv endast på ena sidan av papperet. Blanda aldrig olika uppgifter på samma sida.

Tillåtna hjälpmedel:

- Chalmersgodkänd räknare
- Physics Handbook
- Beta Mathematics Handbook
- Kompletterande formelsamling Kretselektronik ESS116 ht 2021

För godkänt krävs 8 p.
Betygsgränser: Minst 8 p ger betyg 3, minst 12 p betyg 4 och minst 15 p betyg 5.
Poäng inkluderar eventuell bonus från duggan ht 2021.

Resultat meddelas via kursens hemsida i Canvas.

Förfrågningar: Examinator Jan Grahn, Mikroteknologi o Nanovetenskap.
Mobil 0730-34 62 99/e-post jan.grahn@chalmers.se.

Lycka till!

Uppgift 1.

Beräkna strömmen genom R2 samt den mottagna (komplexa) effekten i R2.

$C = 42$ nF

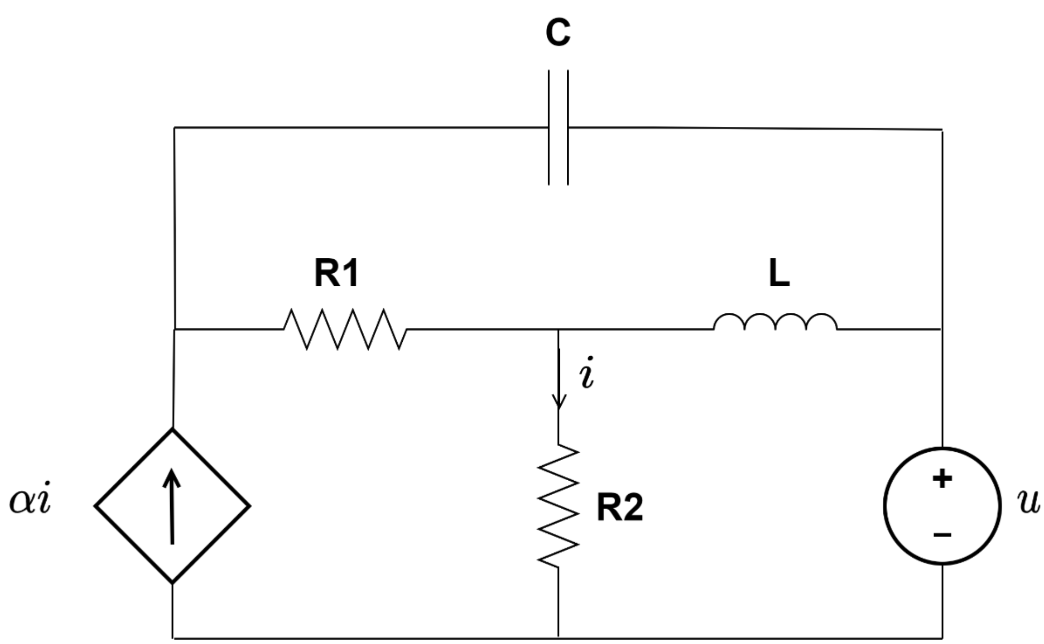
$L = 83$ nH

$R_1 = 1\ \Omega$

$R_2 = 3\ \Omega$

$\alpha = 1$

$u = 4\cos(12 \cdot 10^6 t + 30°)$ V



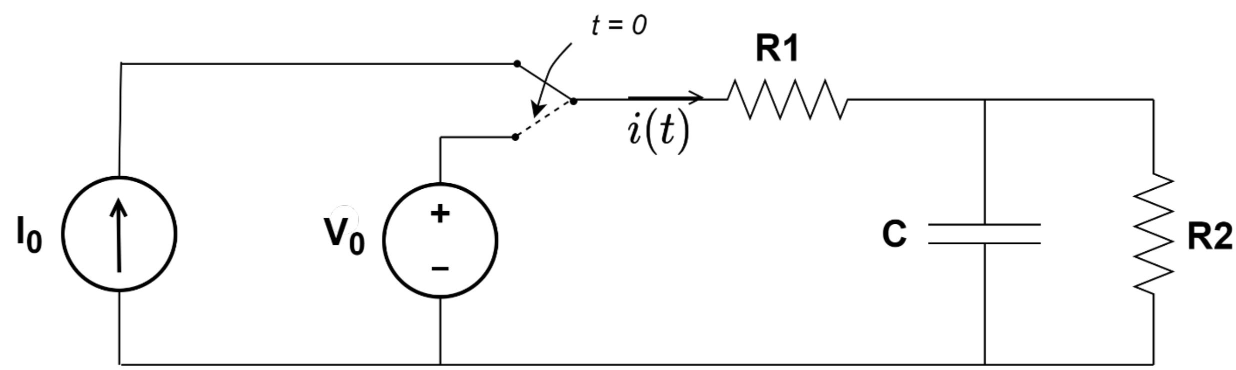
Uppgift 2.

Vid tidpunkten t = 0 slås brytaren nedåt enligt nedanstående schema.

Härled ett uttryck för strömmen *i(t)* genom R1 för *t > 0*.

Ström- och spänningskällorna är DC-källor.

C, R_1, R_2, V_0, I_0 antas vara kända (och kan således ingå i sökta uttrycket).

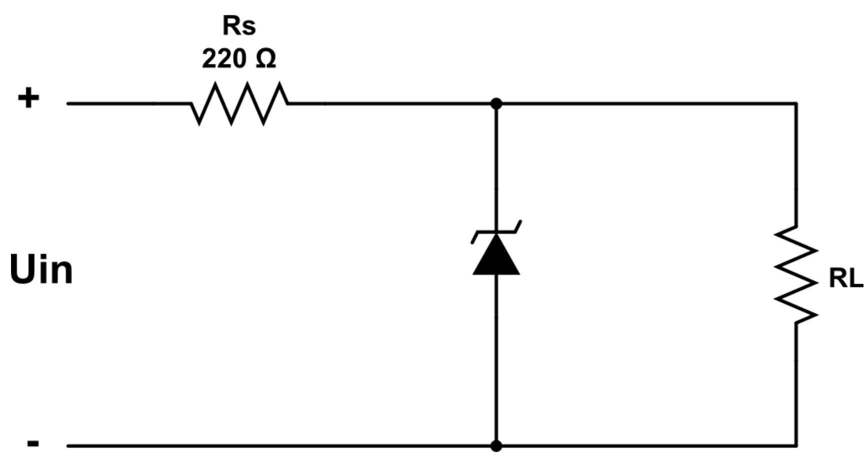


Uppgift 3.

Spänningsregulatorn i schemat nedan har i uppgift att hålla spänningen över lastmotståndet RL konstant.

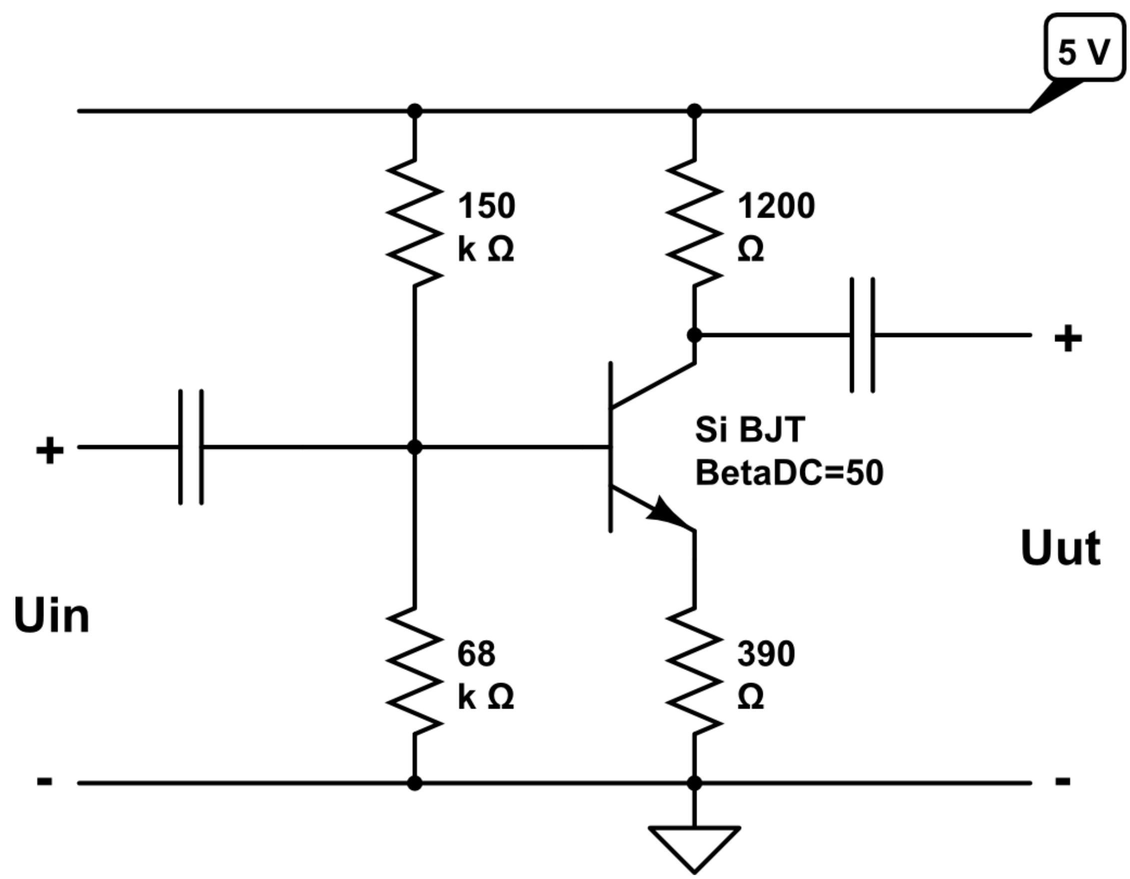
Data för dioden: Zenerspänning =10.5 V, maximal effekt =1.50 W

Beräkna minimalt och maximalt tillåtet lastmotstånd om Uin = 50 V.



Uppgift 4.

Räkna ut vilopunkten med två decimalers noggrannhet för det icke-avkopplade GE förstärkarsteget nedan. Kapacitanser är att betrakta som stora.
Alla övriga uppgifter framgår av schemat.

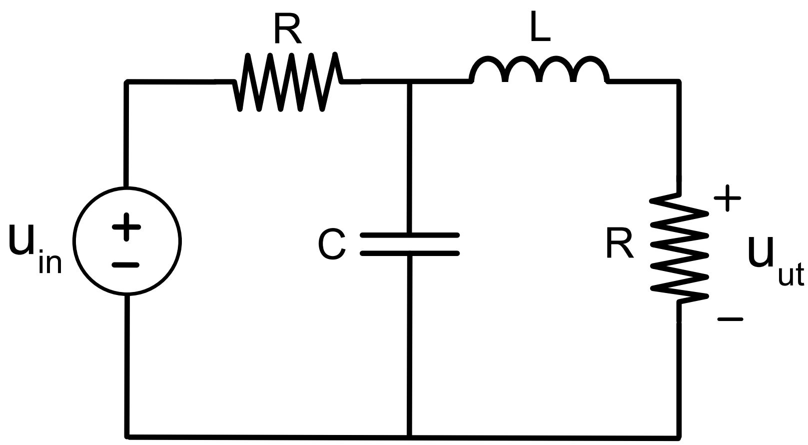


Uppgift 5.

Ett Butterworthfilter är utformat att vara så jämnt som möjligt i passbandet.

Härled ett uttryck för överföringsfunktionen i nedanstående Butterworthfilter!

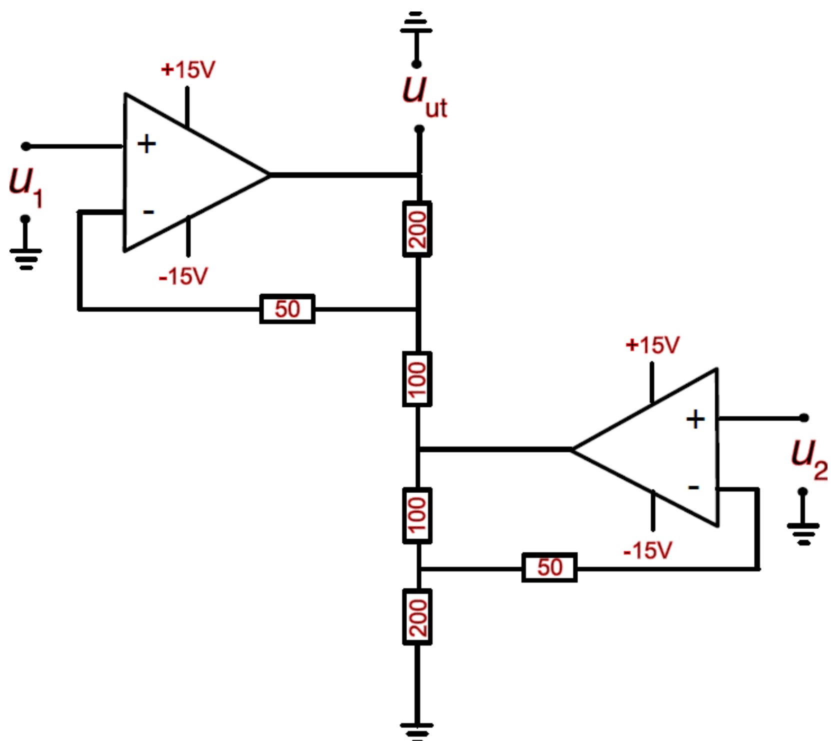
Beräkna brytfrekvensen med numeriska data givna nedan!



C=45 pF, R=50 Ω, L=112.5 nH

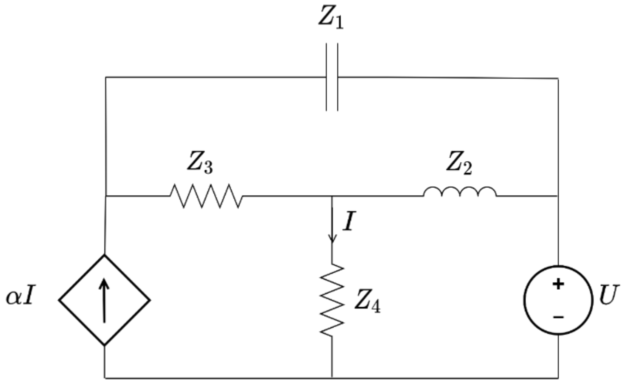
Uppgift 6.

Finn ett uttryck som beskriver utspänningen u_{ut} från kretsen nedan som funktion av spänningarna u_1 och u_2. Operationsförstärkarna kan antas vara ideala. Resistansvärdena i figuren är angivna i ohm.



Uppgift 1

Applicera $j\omega$-metoden på de olika elementen



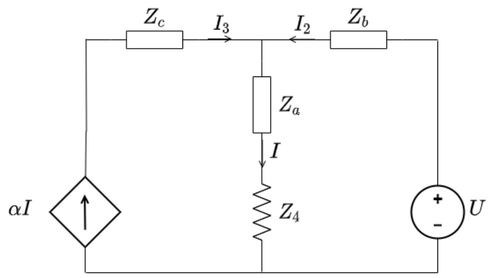
$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j12 \cdot 10^6 \cdot 42 \cdot 10^{-9}} = -j1.9841 \approx -j2$$
$$Z_2 = j\omega L = j12 \cdot 10^6 \cdot 83 \cdot 10^{-9} = j0.9960 \approx j1$$
$$Z_3 = R_1 = 1.00\ \Omega$$
$$Z_4 = R_2 = 3.00\ \Omega$$
$$\alpha = 1$$
$$U = 4\angle 30°\text{V}$$
$$I = ?$$

Gör om övre delen av kretsen med hjälp av ΔY-transformation enligt figuren nedan.

$$Z_a = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

$$Z_b = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

$$Z_c = \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$



KCL + KVL i högra maskan samt samband mellan I och I_3

(1) $I_3 + I_2 - I = 0$
(2) $I_3 = \alpha I$
(3) $-U + I_2 Z_b + i(Z_a + Z_4) = 0$

3 ekvationer, 3 obekanta (I_3, I_2, I) → lösbart!

$$I = \frac{U}{(1-\alpha)Z_b + Z_a + Z_4} = 1.56\angle 19°\ A$$

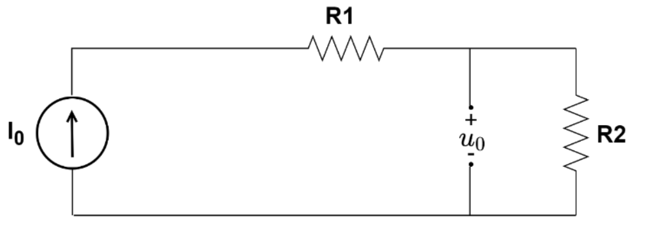
Komplexa effekten

$P = \frac{1}{2} U I^* = \frac{1}{2} Z |I|^2$ (för passiv tvåpol)

$$P_{Z_4} = \frac{1}{2} Z_4 |I|^2 = \frac{1}{2} 3 \cdot |1.56|^2 \approx 3.68\ \text{W}$$

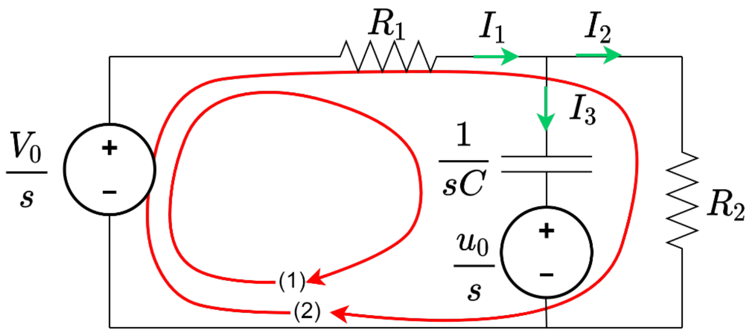
Uppgift 2

Hitta begynnelsenergin u_0. För t < 0 kommer kondensatorn agera som en kortslutning och all ström går genom R1, kretsen kan ritas enligt figuren nedan.



$$u_0 = R_2 I_0$$

För t > 0 kan kretsen ritas enligt figuren nedan, där vi även har Laplace- transformerat alla komponenter.



Med KVL och KCL kan vi ställa upp uttryck för sambandet mellan de tre strömmarna, se figur.

(1) $-\frac{V_0}{s} + R_1 I_1(s) + \frac{I_3(s)}{sC} + \frac{u_0}{s} = 0$

(2) $-\frac{V_0}{s} + R_1 I_1(s) + R_2 I_2(s) = 0$

(3) $I_1(s) = I_2(s) + I_3(s)$

(1) → $I_3 = sC\left(\frac{V_0}{s} - R_1 I_1 - \frac{u_0}{s}\right) = sC\left(\frac{V_0}{s} - R_1 I_1 - \frac{R_2 I_0}{s}\right)$

(2) → $I_2 = \frac{1}{R_2}\left(\frac{V_0}{s} - R_1 I_1\right)$

Stoppa in i (3). Ger uttryck för $I_1(s)$

$$I_1(s) = \frac{V_0}{R_1 R_2 C} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1+\frac{R_1}{R_2}}{CR_1} + s\right)s} + \frac{V_0 - R_2 I_0}{R_1} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1+\frac{R_1}{R_2}}{CR_1} + s\right)}$$

Här kan vi känna igen två standard Laplace transformer och invertera tillbaka till tidsdomän

$$\mathcal{L}\{e^{-at}\} = \frac{1}{s+a}$$

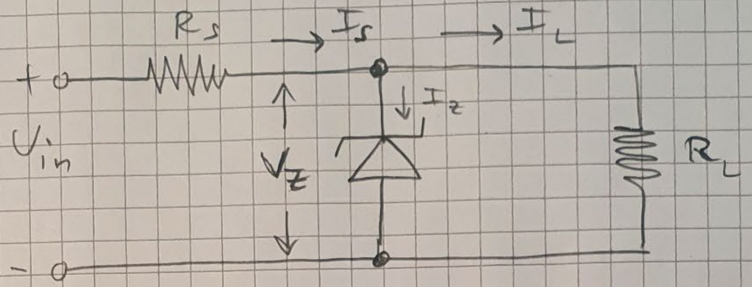
$$\mathcal{L}\left\{\frac{1}{a}(1-e^{-at})\right\}=\frac{1}{s(s+a)}$$

vilket ger det eftersökta uttrycket för strömmen i tidsdomän.

$$i_1(t)=\frac{V_0}{R_1+R_2}(1-e^{-at})+\frac{V_0-R_2I_0}{R_1}e^{-at}\ \mathrm{A},\quad a=\frac{1+\frac{R_1}{R_2}}{CR_1}$$

Där vi ser att enheten stämmer samt att vi för $t\rightarrow\infty$ då kondensatorn laddats ur får att DC-spänningen V_0 delas upp över R_1 och R_2, som väntat.

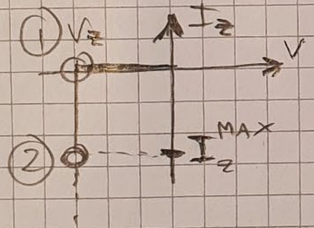
(3) Definiera ström och spänning i diodnätet:



V_{in}, R_s, V_z = zenerspänning kända.
P_{max} för zenerdiod känd. Sök min och max R_L

Vid spänningsreglering gäller att spänning över R_L är konstant: $R_L I_L = V_z$.

Vi får två fall (1) och (2) som avgör min o max R_L



(1) $I_z = 0$. $I_s = I_L$

KVL ⇒ $V_{in} = R_s I_L + R_L I_L$

Då $V_z = R_L I_L$ fås: $V_{in} = (R_s + R_L)\dfrac{V_z}{R_L}$ ⇒

$$\Rightarrow R_L = R_s \frac{V_z}{V_{in} - V_z} \approx 58\,\Omega = \text{Min } R_L$$

(2) $I_z = I_z^{MAX}$. Begränsning $P_{MAX} = V_z I_z^{MAX}$

KCL ⇒ $I_L = I_s - I_z = I_s - I_z^{MAX}$

KVL ⇒ $V_{in} = R_s I_s + V_z$

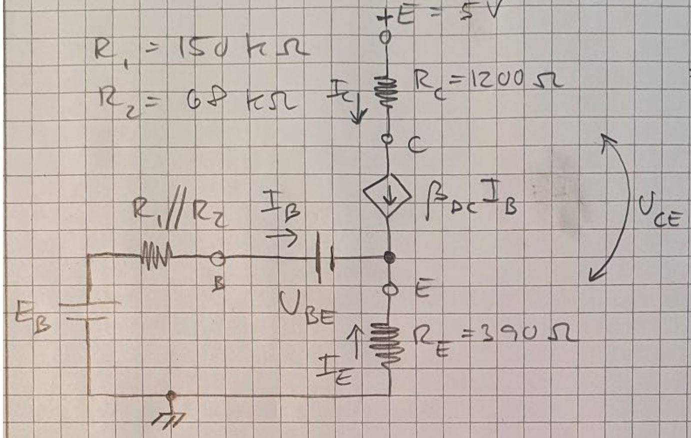
Använd $V_z = R_L I_L$. Eliminera $I_s = \dfrac{V_z}{R_L} + \dfrac{P_{MAX}}{V_z}$

$$\Rightarrow R_L = V_z \Big/ \left[\frac{V_{in}}{R_s} - \frac{V_z}{R_s} - \frac{P^{MAX}}{V_z}\right] \approx 286\,\Omega = \text{Max } R_L$$

□

(4.) Vilopunkt för icke-avkopplat GE steg med BJT ⇒ Kapacitanser = avbrott ty DC!

Sök (I_{CQ}, U_{CEQ}) ur storsignalmodell!



Spänningsdeln ⇒

$$\Rightarrow E_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E$$

$\beta_{DC} = 50$

Si BJT ⇒

$\Rightarrow U_{BE} \approx 0.7V$

$(*)\ I_C = \beta_{DC} I_B$

KVL i slinga ⇒ $-E_B + I_B(R_1//R_2) + U_{BE} - R_E I_E = 0$

KCL ⇒ $I_E = -I_C - I_B \overset{(*)}{=} -I_C\left(1 + \frac{1}{\beta_{DC}}\right)$ dvs

$$-E_B + \frac{I_C}{\beta_{DC}}(R_1//R_2) + U_{BE} + R_E I_C\left(1 + \frac{1}{\beta_{DC}}\right) = 0$$

Sökta $$I_{CQ} = \frac{\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)E - U_{BE}}{\frac{R_1//R_2}{\beta_{DC}} + R_E\left(1 + \frac{1}{\beta_{DC}}\right)} = 0.64 \text{ mA}$$

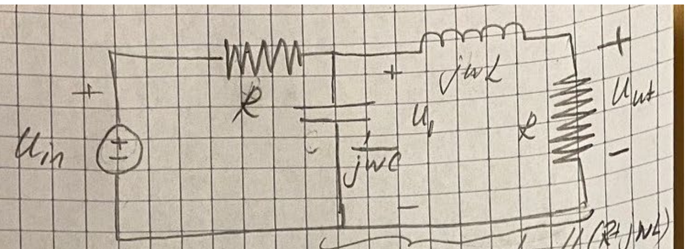
U_{CEQ} fås ur:

$$\left.\begin{aligned} E &= R_C I_{CQ} + U_{CEQ} - R_E I_{EQ} \\ I_{EQ} &= -I_{CQ}\left(1 + \frac{1}{\beta_{DC}}\right) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_{CEQ} = E - I_{CQ}\left(R_C + R_E\left[1 + \frac{1}{\beta_{DC}}\right]\right) = 3.97 \text{ V}$$

Svar m. tre decimaler: Vilopkt $(I_{CQ}, U_{CEQ}) = (0{,}64 \text{ mA}, 3{,}97 \text{ V})$ □

5.



$Z_1 = \frac{1}{j\omega C} // (R + j\omega L)$

U_{ut} fås genom spänningsdelning med mellansteget $U_1 = \frac{Z_1}{Z_1 + R} \cdot U_{in}$

där $Z_1 = \frac{\frac{1}{j\omega C}(j\omega L + R)}{\frac{1}{j\omega C} + j\omega L + R} = \frac{j\omega L + R}{1 - \omega^2 LC + j\omega CR}$

$$\Rightarrow U_1 = \frac{\frac{j\omega L + R}{1 - \omega^2 \cdot LC + j\omega CR}}{R + \frac{j\omega L + R}{1 - \omega^2 \cdot LC + j\omega CR}} = \frac{j\omega L + R}{2R - \omega^2 LCR + j\omega(CR^2 + L)}$$

Spänningsdelning ger $U_{ut} = \frac{R}{R + j\omega L} \cdot U_1$

dvs $U_{ut} = \frac{\cancel{j\omega L + R}}{2R - \omega^2 CLR + j\omega(CR^2 + L)} \cdot \frac{R}{\cancel{R + j\omega L}} \cdot U_{in}$

$$\Rightarrow H(\omega) = \frac{U_{ut}}{U_{in}} = \frac{R}{2R - \omega^2 CLR + j\omega(CR^2 + L)}$$

Brytfrekvensen är när överföringsfunktionen fallit med 3dB $\left|\frac{H(\omega_0)}{H(0)}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$

då $H(0) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{R}{\sqrt{(2R - \omega^2 CLR)^2 + (\omega(CR^2 + L))^2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$$(2\sqrt{2}R)^2 = (2R - \omega^2 \cdot CLR)^2 + (\omega(CR^2 + L))^2$$

$$8R^2 = 4R^2 + \omega^4 (CLR)^2 - 4\omega^2 CLR^2 + \omega^2 (CR^2 + L)^2$$

Sätt in värden:

$$6.4 \cdot 10^{-32} \omega^4 - 6.31 \cdot 10^{-30} \omega^2 - 10^4 = 0$$

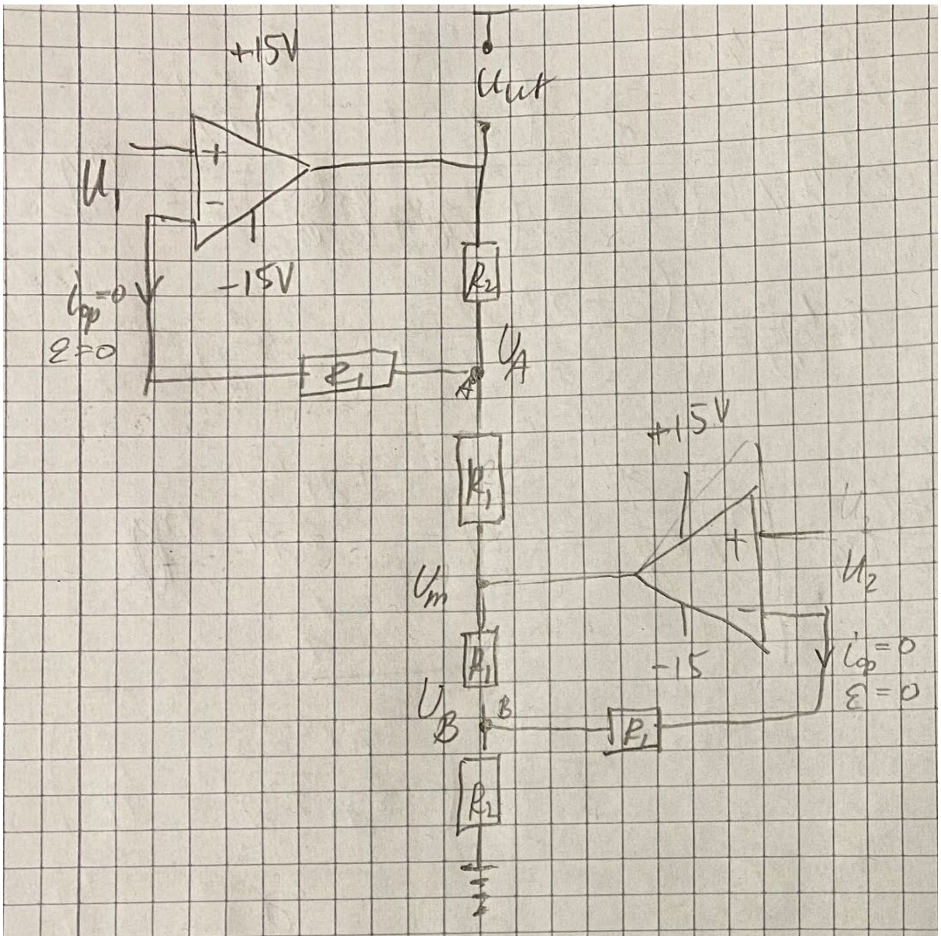
Sätt $t = \omega^2$

$\Rightarrow$ lösning andragradsekvation

$t = \underset{(-)}{+} 3.95 \Rightarrow \omega_0 = 6.29 \cdot 10^8$

$\Rightarrow f_0 = 100 MHz$

6.



KCL i A $\quad U_A = U_1 \quad$ då $i_{op} = 0$

$$A: \quad \frac{U_1 - U_{ut}}{R_2} + \frac{U_1 - U_m}{R_1} = 0$$

$$B: \quad \frac{U_2 - U_m}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} = 0$$

$$A - B = \quad \frac{U_1}{R_2} - \frac{U_{ut}}{R_2} + \frac{U_1}{R_1} - \frac{U_2}{R_1} - \frac{U_2}{R_2} = 0$$

$$\Longrightarrow \quad U_1\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) - U_2\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) = \frac{U_{ut}}{R_2}$$

$$\Longrightarrow \quad U_{ut} = (U_1 - U_2)\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 3(U_1 - U_2)$$