Tentamen
ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

30 april 2020 kl. 08.30-12.30 sal: 'Distans'

Förfrågningar:	Ants Silberberg, via Zoom
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng. Fullständiga beräkningar måste redovisas.

Notera

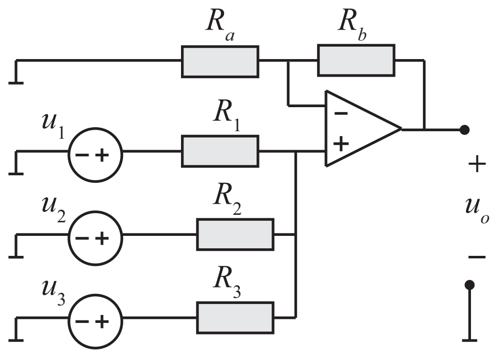
- Fullständiga beräkningar måste redovisas
- Inlämning i Canvas som ett pdf dokument
- Tentamen skall genomföras enskilt. Allt samarbete i någon form med annan person är EJ tillåten.
- Skriv tydligt

Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

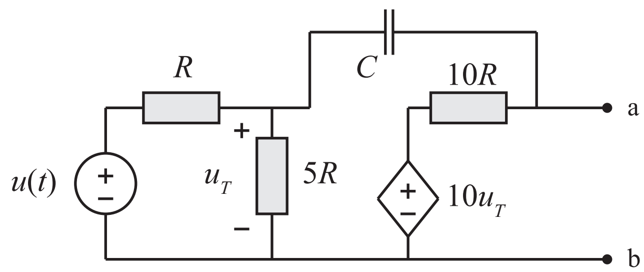
1. Beräkna hur utsignalspänningen u_0 i figur 1 beror av de tre insignalspänninarna u_1, u_2 och u_3, ($u_0 = f(u_1, u_2, u_3)$). Antag ideal operationsförstärkare.



Figur 1: Operationsförstärkarkrets

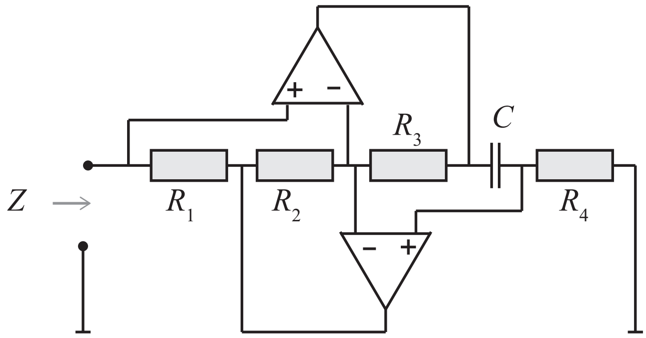
2. Beräkna Thevenins ekvivalenta tvåpol med avseende på polerna a och b i växelströmskretsen som visas i figur 2. Antag sinusformat stationärtillstånd.

$$R = 12\ \Omega \qquad C = 5.0\ \mu\text{F}$$
$$u(t) = 12\cos(\omega t)\ \text{V} \qquad \omega = 5.0 \cdot 10^3\ \text{rad/s}$$



Figur 2: Växelströmskrets

3. Beräkna inimpedansen Z i den krets som visas i figur 3. Antag ideala operationsförstärkare.

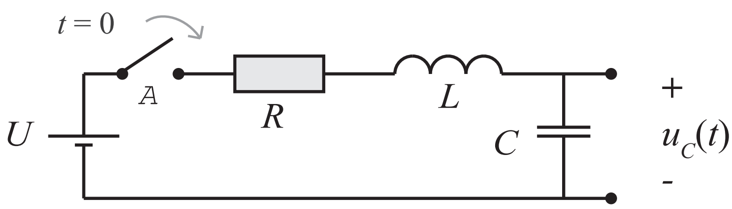


Figur 3: Operationsförstärkarkrets

4. Brytaren A i kretsen som visas i figur 4 sluts vid tidpunkten $t = 0$. Spänningen över kapacitansen C blir då

$$u_C(t) = 1 - e^{-100t}(\cos(100t) + \sin(100t)) \quad \text{V}, \qquad t > 0.$$

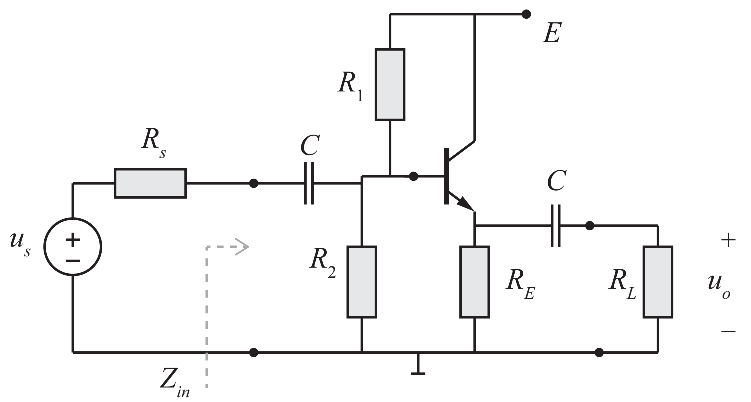
Vid $t < 0$ är $u_C(t) = 0$. Beräkna kretselementen L och C om resistansen $R = 50\ \Omega$.



Figur 4: Elektrisk krets

5. Studera transistorkretsen i figur 5. Den beskrivs ibland som en effektförstärkare och skiljer sig därför något från en spänningsförstärkare. Ta fram uttrycket för kretsens spänningsförstärkning $\dfrac{u_o}{u_s}$ (då $R_s \neq 0$). Resistansen R_s är den drivande källans inre resistans som man ofta vill ha ett lågt värde på. Vad blir $\dfrac{u_o}{u_s}$ då $R_s \to 0$?

   Beräkna även kretsens inimpedans Z_{in} som den är angiven i figuren. Ta med transistorparametrarna h_{fe} och h_{ie} i dina uttryck (svar). Övriga transistorparametrar kan försummas. Antag även att $\frac{1}{\omega C} \approx 0$ vid aktuella signalfrekvenser.

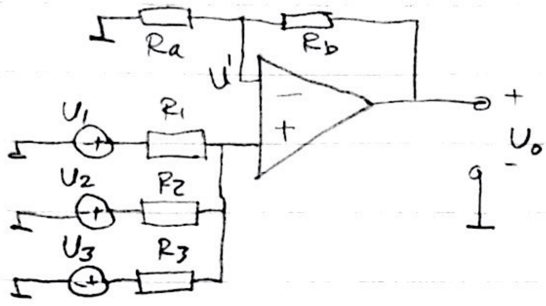


Figur 5: Transistorkrets

6. En stabil förstärkare har överföringsfunktionen $F(s) = \dfrac{a}{s+b}$ där a och b är reella konstanter. Förstärkaren återkopplas rent resistivt så att den återkopplade förstärkarens övre brytvinkelfrekvens blir $10 \cdot 10^3$ rad/s. Beräkna återkopplingsfaktorn β. Den icke återkopplade förstärkaren F har övre brytvinkelfrekvens 20 rad/s. Konstanten $a = 20 \cdot 10^5$. Beräkna även den återkopplade förstärkarens maximala förstärkning.

Elektriska nät och system, F2
ess 116 2020-04-30

1.



Ideal op. först. } $\varepsilon = 0$
Neg. återkoppling } $i_{op} = 0$

U': spänning vid op. först. ingång

$$R_{12} = R_1 \| R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \; ; \; R_{13} = R_1 // R_3 = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} \; ; \; R_{23} = R_2 \| R_3 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

Superposition

□ Bidrag från U_1 (sätt $U_2 = U_3 = 0$)

$$U' = U_0 \frac{R_a}{R_a + R_b} \; ; \quad U' = U_1 \frac{R_{23}}{R_1 + R_{23}}$$

$$U_{01} \frac{R_a}{R_a + R_b} = U_1 \frac{R_{23}}{R_1 + R_{23}} \Rightarrow U_{01} = U_1 \frac{R_a + R_b}{R_a} \cdot \frac{R_{23}}{R_1 + R_{23}}$$

□ Bidrag från U_2 (fås på samma sätt)

$$U_{02} = U_2 \frac{R_a + R_b}{R_a} \cdot \frac{R_{13}}{R_2 + R_{13}}$$

□ Bidrag från U_3 (p.s.s.)

$$U_{03} = U_3 \frac{R_a + R_b}{R_a} \cdot \frac{R_{12}}{R_3 + R_{12}}$$

Summera! $U_0 = U_{01} + U_{02} + U_{03} = \frac{R_a + R_b}{R_a} \left(U_1 \frac{R_{23}}{R_1 + R_{23}} + U_2 \frac{R_{13}}{R_2 + R_{13}} + U_3 \frac{R_{12}}{R_3 + R_{12}} \right)$

$$U_0 = \frac{R_a + R_b}{R_a} \left(U_1 \frac{\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} + U_2 \frac{\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}}{R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}} + U_3 \frac{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \right) =$$

$$= \frac{R_a + R_b}{R_a} \left(U_1 \frac{R_2 R_3}{R_1 (R_2 + R_3) + R_2 R_3} + U_2 \frac{R_1 R_3}{R_2 (R_1 + R_3) + R_1 R_3} + U_3 \frac{R_1 R_2}{R_3 (R_1 + R_2) + R_1 R_2} \right) =$$

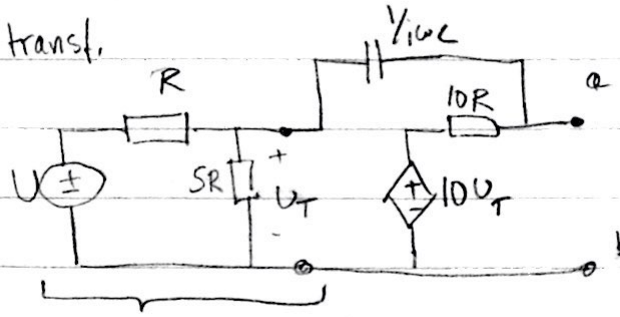
$$= \frac{R_a + R_b}{R_a (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} \cdot \left(U_1 \cdot R_2 R_3 + U_2 \cdot R_1 R_3 + U_3 \cdot R_1 R_2 \right) =$$

$$= \frac{R_a + R_b}{R_a} \cdot \frac{U_1 / R_1 + U_2 / R_2 + U_3 / R_3}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3}$$

ess116

2020-04-30

2. $j\omega$-transf.



Tvåpol omvandla

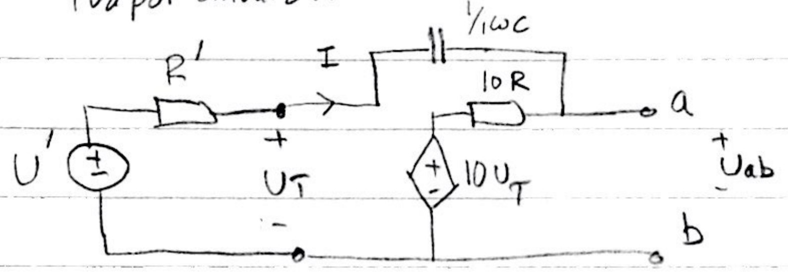
$R = 12\,\Omega \quad C = 5{,}0\,\mu F$

$u(t) = 12\cos(\omega t)\ V$

$u(t) \rightleftarrows U = 12\angle 0^\circ$

$\omega = 5\cdot 10^3$ rad/s

$\frac{1}{j\omega C} = -j40$



$R' = \frac{R\cdot 5R}{5+5R} = \frac{5}{6}R$

$U' = U\frac{5R}{R+5R} = \frac{5}{6}U$

Tomgångsspänning Uab, beräkna I först

$$\begin{cases} U' = I\left(R' + \frac{1}{j\omega C} + 10R\right) + 10U_T \\ U_T = U' - IR' \end{cases}$$

$$U' = I\left(R' + \frac{1}{j\omega C} + 10R - 10R'\right) + 10U'$$

$$I = \frac{U' - 10U'}{10R - 9R' + \frac{1}{j\omega C}} = U\frac{\frac{5}{6}(-9)}{12(10 - 9\cdot\frac{5}{6}) - j40} = U\frac{-7{,}5}{30 - j40}$$

$$I = \frac{-90}{30 - j40} = \ldots = 1{,}8\angle -126{,}9^\circ$$

$$\begin{cases} U_{ab} = I\cdot 10R + 10U_T \\ U_T = U' - IR' \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} U_{ab} = I\cdot 10R + 10(U' - IR') \\ U_{ab} = 10(U' + I(R - R')) \end{matrix}$$

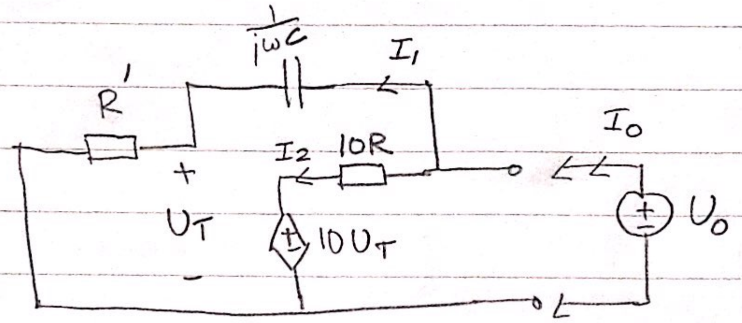
$$U_{ab} = 10\left(\frac{5}{6}\cdot 12 - \frac{90}{30+j40}(12-10)\right) = \ldots = 83{,}52\angle -20{,}2^\circ$$

/ forts

ess116
2020-04-30

1 forts 2.

Z_{th}: Ekvivalent impedans (Nollställ ober. källa, $U=0$)



$$Z_{th} = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U_0}{I_1 + I_2}$$

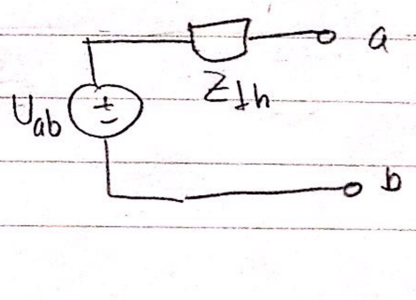
$$\begin{cases} U_0 = I_1\left(R' + \frac{1}{j\omega C}\right) & \Rightarrow I_1 = \frac{U_0}{R' + \frac{1}{j\omega C}} \\ U_0 = I_2 \cdot 10R + 10U_T & \Rightarrow I_2 = \frac{U_0 - 10U_T}{10R} \\ U_T = I_1 \cdot R' \end{cases}$$

$$I_2 = \frac{U_0}{10R} - \frac{U_T}{R} = \frac{U_0}{10R} - \frac{R' \cdot I_1}{R} = \frac{U_0}{10R} - \frac{R'}{R} \cdot \frac{U_0}{R' + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$Z_{th}^{-1} = \frac{I_1 + I_2}{U_0} = \frac{1}{R' + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{10R} - \frac{R'}{R} \cdot \frac{1}{R' + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$Z_{th}^{-1} = \frac{1}{10 - j40} + \frac{1}{120} - \frac{10}{12} \cdot \frac{1}{10 - j40} = \ldots = (9{,}31 + j3{,}92) \cdot 10^{-3}$$

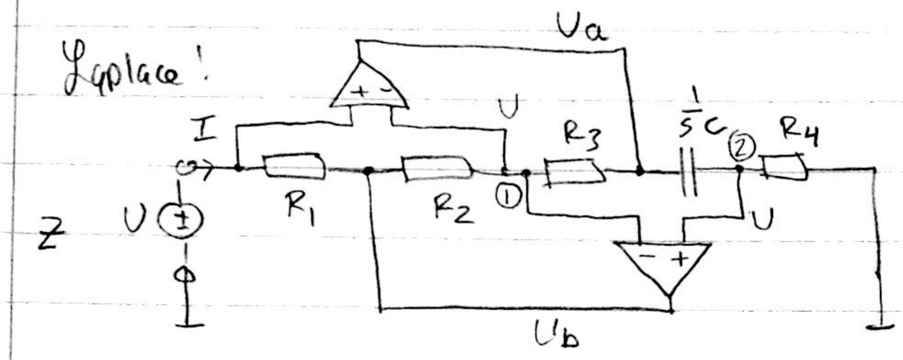
$$Z_{th} = 91{,}2 - j38{,}4 \ \Omega$$



ess 116

2020-04-30

3 Laplace!



Ideal Op. först, Neg. återkoppl. $\Rightarrow$ $\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon = 0 \\ i_{op} = 0 \end{cases}$

Applicera spänning U, $Z = \frac{U}{I}$

Teckna spänningar vid Op-utgångar, U_a och U_b relativt jord

Notera: $\varepsilon = 0$, så spänningen U finns på fler noder i kretsen.

$$I = \frac{U - U_b}{R_1} \quad (1)$$

KCL: ①
$$\frac{U_b - U}{R_2} + \frac{U_a - U}{R_3} = 0 \quad (2)$$

KCL ②:
$$\frac{U_a - U}{\frac{1}{sC}} + \frac{0 - U}{R_4} = 0 \quad (3)$$

$$(3) \quad U_a \cdot sC = U\left(sC + \frac{1}{R_4}\right) \Rightarrow U_a = U\left(1 + \frac{1}{sR_4C}\right)$$

$$(2) \quad U_b = U\left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right) - \frac{R_2}{R_3}U_a =$$

$$= U\left(1 + \frac{R_2}{R_3} - \frac{R_2}{R_3}\left(1 + \frac{1}{sR_4C}\right)\right) = U\left(1 - \frac{R_2}{R_3} \cdot \frac{1}{sR_4C}\right)$$

$$(1) \quad I = \frac{U}{R_1} - \frac{U}{R_1}\left(1 - \frac{R_2}{R_3} \cdot \frac{1}{sR_4C}\right) = \frac{U}{R_1} - \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_1}\left(\frac{R_2}{R_3} \cdot \frac{1}{sR_4C}\right)$$

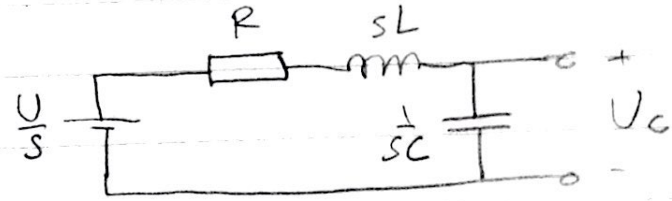
$$I = U\left(\frac{R_2}{R_1 R_3 R_4 \cdot sC}\right)$$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{R_1 R_3 R_4 \cdot sC}{R_2} \quad (\text{"Induktans"})$$

2020-04-30

4. Laplace transf.

$t > 0$



U batterispänning (en konstant)

$u_c(t) = 1{,}0$ då $t \to \infty$

$\Rightarrow U = 1{,}0 \text{ V}$

$R = 50\,\Omega$

Sp. delning

$$U_C = \frac{U}{S} \cdot \frac{\frac{1}{sC}}{R + sL + \frac{1}{sC}} = \frac{U}{s} \cdot \frac{1}{s^2LC + sRC + 1}$$

$$U_C = \frac{U}{S} \cdot \frac{1/LC}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

$$u_c(t) = 1 - e^{-100t}\left(\cos(100t) + \sin(100t)\right) \text{ V}, \quad t > 0$$

Laplacetransf.

$$U_C' = \frac{1}{S} - \frac{S+100}{(S+100)^2 + 100^2} - \frac{100}{(S+100)^2 + 100^2} =$$

$$= \frac{1}{S} - \frac{S+200}{(S+100)^2 + 100^2} = \frac{1}{S} - \frac{S+200}{S^2 + 200S + 2\cdot 100^2} =$$

$$= \frac{S^2 + 200S + 2\cdot 100^2 - S^2 - 200S}{S(S^2 + 200S + 2\cdot 100^2)} = \frac{2\cdot 100^2}{S(S^2 + 200S + 2\cdot 100^2)}$$

jämför U_C och U_C'

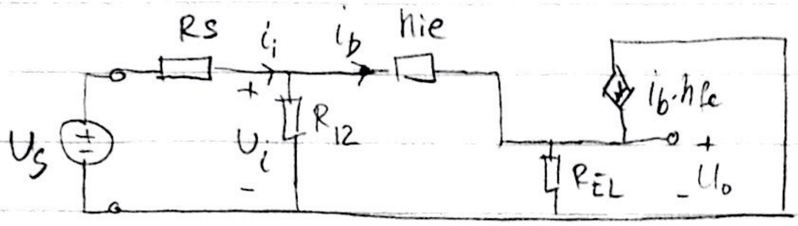
$$\frac{R}{L} = 200 \Rightarrow L = \frac{R}{200} = \frac{50}{200} = 0{,}25 \text{ H}$$

$$\frac{1}{LC} = 2\cdot 100^2 \Rightarrow C = \frac{1}{L \cdot 2 \cdot 100^2} = 2\cdot 10^{-4} = 0{,}20 \text{ mF}$$

ess116

2020-04-30

5. Småsignalschema



$$R_{12} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \; ; \; R_{EL} = R_E // R_L = \frac{R_E \cdot R_L}{R_E + R_L}$$

$$\begin{cases} U_s = R_s \cdot i_i + i_b h_{ie} + U_o \\ U_o = (1+h_{fe}) i_b \cdot R_{EL} \quad \Rightarrow i_b = \frac{U_o}{(1+h_{fe})R_{EL}} \\ (i_i - i_b) R_{12} = i_b h_{ie} + (1+h_{fe}) i_b \cdot R_{EL} \end{cases}$$

$$i_i R_{12} = i_b \left(R_{12} + h_{ie} + (1+h_{fe}) R_{EL} \right)$$

$$i_i = \frac{U_o}{(1+h_{fe}) R_{EL} \cdot R_{12}} \left(R_{12} + h_{ie} + (1+h_{fe}) R_{EL} \right)$$

$$U_s = U_o \frac{R_s}{(1+h_{fe}) R_{EL} \cdot R_{12}} \left(R_{12} + h_{ie} + (1+h_{fe}) R_{EL} \right) + \frac{U_o \, h_{ie}}{(1+h_{fe}) R_{EL}} + U_o$$

$$U_s = U_o \left[\frac{\frac{R_s}{R_{12}} \left(R_{12} + h_{ie} + (1+h_{fe}) R_{EL} \right) + h_{ie} + (1+h_{fe} R_{EL})}{(1+h_{fe}) R_{EL}} \right]$$

$$\frac{U_o}{U_s} = \frac{(1+h_{fe}) R_{EL}}{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_{EL} + R_s \cdot \frac{1}{R_{12}} \left(R_{12} + h_{ie} + (1+h_{fe}) R_{EL} \right)}$$

$$\left. \frac{U_o}{U_s} \right|_{R_s \to 0} = \frac{(1+h_{fe}) R_{EL}}{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_{EL}} = \frac{1}{1 + \frac{h_{ie}}{(1+h_{fe}) R_{EL}}}$$

C 7> 116
2020-04-30

/ forts 5

Inresistans $Z_{in} = \frac{u_i}{i_1}$

$$\begin{cases} u_i = (i_1 - i_b)R_{12} & \Rightarrow i_b = i_1 - \frac{u_i}{R_{12}} \\ u_i = i_b \cdot h_{ie} + (1+h_{fe})i_b \cdot R_{EL} & \Rightarrow i_b = \frac{u_i}{h_{ie}+(1+h_{fe})R_{EL}} \end{cases}$$

$$\frac{u_i}{h_{ie}+(1+h_{fe})R_{EL}} = i_1 - \frac{u_i}{R_{12}}$$

$$u_i\left(\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{h_{ie}+(1+h_{fe})R_{EL}}\right) = i_1$$

$$u_i\left(\frac{h_{ie}+(1+h_{fe})R_{EL}+R_{12}}{R_{12}\left[h_{ie}+(1+h_{fe})R_{EL}\right]}\right) = i_1$$

$$Z_{in} = \frac{u_i}{i_1} = \frac{R_{12}\cdot\left(h_{ie}+(1+h_{fe})R_{EL}\right)}{R_{12}+\left(h_{ie}+(1+h_{fe})R_{EL}\right)}$$

Z_{in} en parallellkoppling mellan

R_{12} och $h_{ie}+(1+h_{fe})R_{EL}$,

6. $F(s) = \dfrac{a}{s+b} = \dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{s}{b}+1} = \dfrac{F_0}{1+\frac{s}{\omega_0}}$

$F_0 = \dfrac{a}{b}$, $b = \omega_0 = 20$ rad/s (brytvinkelfrekv.)

$a = 20 \cdot 10^5$

Återkoppling $\omega_f = 10 \cdot 10^3$ rad/s

$$F_f = \frac{F}{1+\beta F} = \frac{1}{\frac{1}{F}+\beta} = \frac{1}{\frac{1+\frac{s}{\omega_0}}{F_0}+\beta} = \frac{F_0}{1+\beta F_0 + \frac{s}{\omega_0}}$$

$$F_f = \frac{F_0}{1+\beta F_0} \cdot \frac{1}{1+\frac{s}{\omega_0(1+\beta F_0)}} = F_{f_0} \cdot \frac{1}{1+\frac{s}{\omega_f}}$$

$$F_{0f} = \frac{F_0}{1+\beta F_0}$$

$$\omega_f = \omega_0(1+\beta F_0) \Rightarrow \frac{\omega_f}{\omega_0} = 1+\beta F_0$$

$$\frac{\omega_f}{\omega_0} - 1 = \beta F_0 \Rightarrow \beta = \frac{\omega_f/\omega_0 - 1}{F_0} = \frac{b}{a} \cdot \left(\frac{\omega_f}{\omega_0} - 1\right)$$

$$\beta = \frac{20}{20 \cdot 10^5}\left(\frac{10 \cdot 10^3}{20} - 1\right) \simeq 4.99 \cdot 10^{-3}$$

$$F_{0f} = \frac{1}{\frac{1}{F_0}+\beta} = \frac{1}{\frac{b}{a}+\beta} \simeq 200.995$$