Tentamen
ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

21 augusti 2020 kl. 14.00-18.00 Distanstenta via Zoom

Förfrågningar:	Ants Silberberg, via Zoom, eller ankn: 1808
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng. Fullständiga beräkningar måste redovisas.

Notera

- Fullständiga beräkningar måste redovisas
- Inlämning i Canvas som ett pdf dokument
- Tentamen skall genomföras enskilt. Allt samarbete i någon form med annan person är EJ tillåten.
- Skriv tydligt

Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

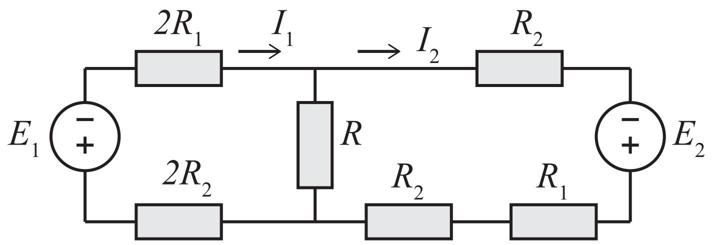
Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. Likspänningskretesn i figur 1 består av sex resistanser och två batterier. Beräkna spänningen som levereras av batteriet E_2. Beräkna även effektutvecklingen i batteriet som betecknas med E_1. Är det en effekt som upptas eller levereras?

$E_1 = 20$ V $\qquad I_2 = 6.0$ A

$R_1 = 7.0\ \Omega \qquad R_2 = 3.0\ \Omega \qquad R = 5.0\ \Omega$



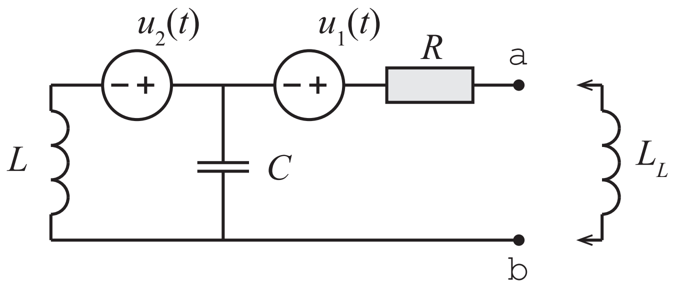
Figur 1: DC-krets

2. (a) Beräkna Thevenins ekvivalenta tvåpol med avseende på polerna `a` och `b` i växelströmskretsen som visas i figur 2. Antag sinusformat stationärtillstånd.

   (b) En last i form av induktansen L_L kopplas in mellan polerna `a` och `b`. Vilken ström går då genom lasten med riktning från `a` till `b` ?

$u_1(t) = 10\cos(500t)$ V $\qquad R = 100\ \Omega \qquad L = 0.40$ H

$u_2(t) = 5.0\cos(500t + 90°)$ V $\qquad C = 20\ \mu$F $\qquad L_L = 0.20$ H

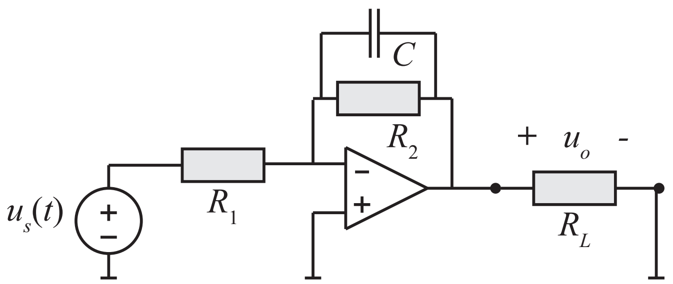


Figur 2: Växelströmskrets

3. Studera operationsförstärkarkopplingen i figur 3. Antag ideal operationsförstärkare. Alla resistansvärden antages vara kända. Då förstärkaren är i vila (ingen laddning över C) påverkas kretsen av en insignal som beskrivs som

$$u_s(t) = \begin{cases} 2.0 \text{ V}, & \text{för } t \geq 0 \\ 0.0 \text{ V}, & \text{för } t < 0 \end{cases}$$

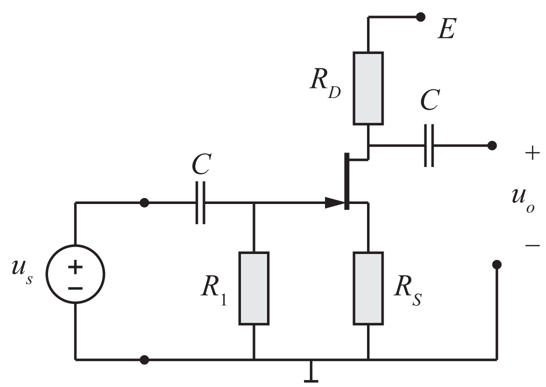
Ange hur värdet på kapacitansen C skall beräknas så att utsignalen $u_o(t)$ når 90% av sitt slutvärde vid tidpunkten $t = T_o$ s.



Figur 3: Operationsförstärkarkrets

4. Beräkna förstärkningen u_o/u_s i transistorkretsen som visas i figur 4. För transistorn gäller $I_{DSS} = 6.0$ mA och $U_p = -1.0$ V. Övriga transistorparametrar kan försummas. För aktuella signalfrekvenser är $1/\omega C \approx 0$.

$R_D = 1.0$ kΩ $\qquad R_S = 200$ Ω $\qquad R_1 = 500$ kΩ

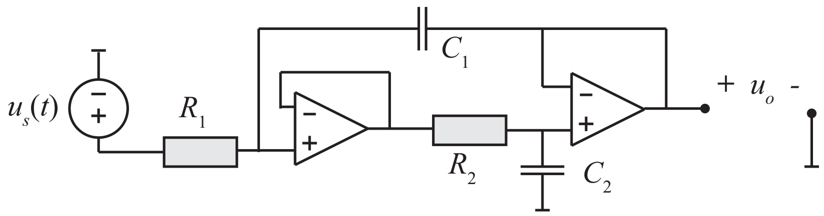


Figur 4: Transistorkrets

5. Studera kretsen i figur 5. Antag ideala operationsförstärkare.

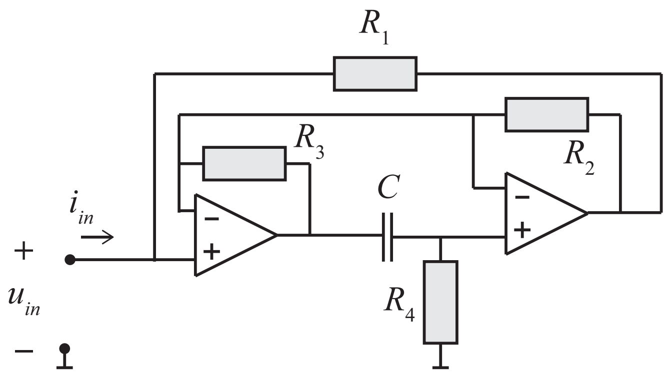
   (a) Beräkna förstärkningsuttrycket (överföringsfunktionen) u_o/u_s för kretsen i figur 5. Använd inga numeriska värden.

   (b) Låt $C_1 = C_2 = 0.10\ \mu$F. Beräkna värdet på resistanserna R_1 och R_2 så att kretsen realiserar ett Butterworthfilter med brytvinkelfrekvensen $\omega_o = 2.0 \cdot 10^3$ rad/s.



Figur 5: Operationsförstärkarkrets

6. Beräkna inimpedansen $Z = \dfrac{u_{in}}{i_{in}}$ till kretsen som visas i figur 6. Vilken typ av impedans representerar Z ? Kontrollera svaret genom att göra en dimensionsanalys. Antag ideala operationsförstärkare.

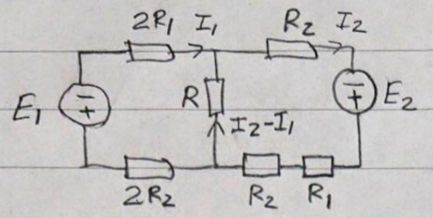


Figur 6: Operationsförstärkarkrets

Elektriska Nät & System

F2 ess116 2020-08-21

1)



$E_1 = 20\,V$, $I_2 = 6A$

$R_1 = 7{,}0\,\Omega$, $R_2 = 3{,}0\,\Omega$, $R = 5{,}0\,\Omega$

$$\begin{cases} \text{KVL: } E_1 + I_1 \cdot 2R_1 - (I_2 - I_1)R + I_1 2R_2 = 0 \\ \text{KVL: } -E_2 + I_2(R_1 + R_2) + (I_2 - I_1)R + I_2 R_2 = 0 \end{cases}$$

$$E_1 + I_1(2R_1 + R + 2R_2) - I_2 R = 0$$

$$I_1 = \frac{I_2 R - E_1}{2(R_1 + R_2) + R} = \frac{6 \cdot 5 - 20}{2(7+3)+5} = 0{,}4\ A$$

$$E_2 = I_2(R_1 + R_2 + R + R_2) - I_1 R =$$
$$= 6(7+3+5+3) - 0{,}4 \cdot 5 = 106\ V$$

Effekt utveckling i E_1

Samordnade ref. riktningar: "ström in vid +"

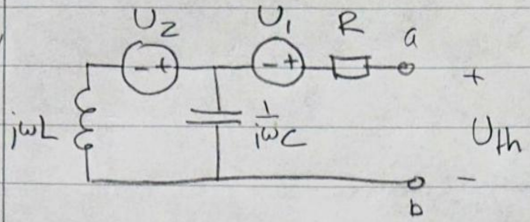
$$P_{E1} = E_1 \cdot I_1 = 20 \cdot 0{,}4 = 8\ W$$

$P_{E1} > 0$ Effekt upptas ⇒ Batteriet laddas

ess116

2020-02-21

2.)



jω – transformera

$u_1(t) = 10\cos(500t) \rightleftarrows U_1 = 10\angle 0^\circ$ V

$u_2(t) = 5\cos(500t + 90^\circ) \rightleftarrows U_2 = 5\angle 90^\circ$ V

$R = 100\,\Omega$, $\omega = 500$ r/s

$j\omega L = j500 \cdot 0{,}40 = j200$

$1/j\omega C = 1/j500 \cdot 20 \cdot 10^{-6} = -j100$

∘ Ekv impedans ($U_1 = U_2 = 0$)

$$Z = R + j\omega L \,//\, \frac{1}{j\omega C} =$$

$$= R + \frac{j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = 100 + \frac{200(+100)}{j200 - j100} = 100 - \frac{-200}{j}$$

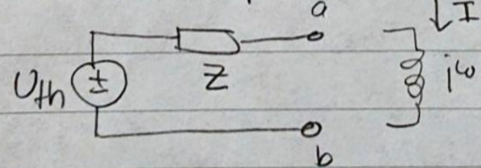
$$Z = 100 - j200 = 223{,}6\,\angle -63{,}4^\circ\ \Omega$$

∘ Tomgångsspänning, U_{th}

$$U_{th} = U_1 + U_2\,\frac{1/j\omega C}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = 10 + j5 \cdot \frac{-j100}{j200 - j100} =$$

$$= 10 - \frac{5 \cdot (j100)}{100} = 10 - j5 = 11{,}2\,\angle -26{,}6^\circ\ \text{V}$$

Thevenins tvåpol



$j\omega L_L = j500 \cdot 0{,}20 = j100\ \Omega$

Ström genom L_L:

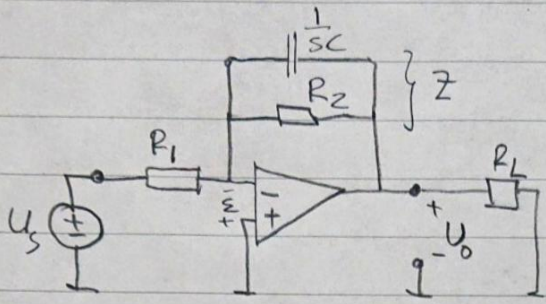
$$I = \frac{U_{th}}{Z + j\omega L_L} = \frac{10 - j5}{100 - j200 + j100} =$$

$$= \frac{10 - j5}{100 - j100} = \frac{11.2\,\angle -26.6^\circ}{\sqrt{2} \cdot 100\,\angle -45^\circ} = 0{,}079\,\angle 18{,}4^\circ$$

$$i(t) = 79\cos(500t + 18{,}4^\circ)\ \text{mA}$$

ess116
2020-08-21

3/



Laplacetransf. kretsen
Ideal op. först $\}\Rightarrow$ $i_{op} = 0$
Neg. återkoppl. $\varepsilon = 0$

$$Z = R_2 \| \frac{1}{sC} = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{sC}}{R_2 + \frac{1}{sC}} = \frac{R_2}{1 + sR_2C}$$

KCL: $\frac{U_s}{R_1} + \frac{U_0}{Z} = 0$; $\frac{U_0}{U_s} = -\frac{Z}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1+sR_2C}$

insignal $u_s(t)$ ett enhetssteg $*2$ $U_s(s) = 2 \cdot \frac{1}{s} = \mathcal{L}\{u_s(t)\}$

$$U_0 = \frac{2}{s} \cdot \left(-\frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1+sR_2C} = -\frac{2R_2}{R_1} \cdot \underbrace{\frac{1}{s(1+sR_2C)}}_{\text{PBU}}$$

$$\frac{1}{s(1+sR_2C)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{1+sR_2C}$$

$1 = A(1+sR_2C) + Bs$ $\quad s=0 \Rightarrow A = 1$

$s = \frac{-1}{R_2C} \Rightarrow 1 = -B \cdot \frac{1}{R_2C} \Rightarrow B = -R_2C$

$$U_0 = -\frac{2R_2}{R_1}\left(\frac{1}{s} + \frac{-R_2C}{1+sR_2C}\right) = \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{1}{R_2C}}\right) \cdot \left(-\frac{2R_2}{R_1}\right)$$

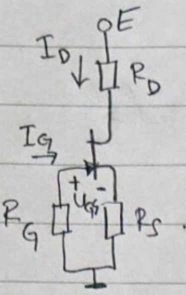
$$u_0(t) = \mathcal{L}^{-1}\{U_0(s)\} = -\frac{2R_2}{R_1}\left(1 - e^{-\frac{t}{R_2C}}\right) \; ; \; t \geq 0$$

90% av slutvärde: $e^{-\frac{t}{R_2C}} = 0{,}1 \Rightarrow e^{+\frac{t}{R_2C}} = \frac{1}{0{,}1} = 10$

$t = T_0$, $e^{\frac{T_0}{R_2C}} = 10$; $\frac{T_0}{R_2C} = \ln 10 \Rightarrow C = \frac{T_0}{R_2 \ln 10}$

ess116
2020-08-21

4/ DC-schema



$I_{DSS} = 6{,}0$ mA $R_S = 200\,\Omega$

$U_P = -1{,}0$ V $R_D = 1{,}0\,k\Omega$

$I_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{U_{GS}}{U_P}\right)^2$ $R_1 = 500\,k\Omega$

Hög inimpedans i JFET, Antag $I_G = 0$

$\Rightarrow$ KVL: $U_{GS} + I_D R_S = 0$

och $I_D = -U_{GS}/R_S$

$$-\frac{U_{GS}}{R_S} = I_{DSS}\left(1 - \frac{2U_{GS}}{U_P} + \frac{U_{GS}^2}{U_P^2}\right)$$

$$-\frac{U_{GS} \cdot U_P^2}{R_S \cdot I_{DSS}} = U_P^2 - 2U_P U_{GS} + U_{GS}^2$$

$$U_{GS}^2 + U_{GS}\left(\frac{U_P^2}{I_{DSS} \cdot R_S} - 2U_P\right) + U_P^2 = 0$$

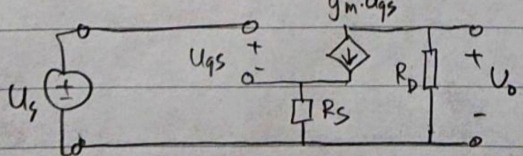
$$U_{GS}^2 + U_{GS}\left(\frac{1}{6 \cdot 0{,}2} + 2\right) + 1 = 0$$ Lös 2:a grads ekv

$$U_{GS} = -1{,}417 \pm 1{,}003 = \begin{cases} -0{,}414 \\ (-2{,}42) \text{ Falsk, Ty} < U_P \end{cases}$$

$$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial U_{GS}} = -\frac{2I_{DSS}}{U_P}\left(1 - \frac{U_{GS}}{U_P}\right) = \frac{-2 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{-1}\left(1 - \frac{0{,}414}{1}\right) \Rightarrow$$

$g_m = 7{,}03 \cdot 10^{-3}$ A/V

Småsignalschema

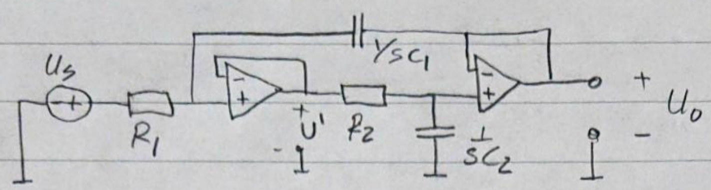


$$\begin{cases} U_o = -g_m u_{gs} \cdot R_D \\ U_s = u_{gs} + g_m u_{gs} \cdot R_S \end{cases}$$

$$\frac{U_o}{U_s} = -\frac{g_m R_D}{1 + g_m R_S} = -\frac{7{,}03 \cdot 1}{1 + 7{,}03 \cdot 0{,}2} = -2{,}9 \text{ ggr}$$

ess116
2020-08-21

5.



Laplacetransf.
Ideala op. först.
Neg. återkoppl. $\Rightarrow$

$\Rightarrow i_{op} = 0,\ \varepsilon = 0$

KCL: $\dfrac{U_s - U'}{R_1} + \dfrac{U_0 - U'}{1/sC_1} = 0$

Sp. deln. $U_0 = U' \cdot \dfrac{\frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}}$; $U_0 = U' \dfrac{1}{1 + sR_2C_2} \Rightarrow U' = U_0(1 + sR_2C_2)$

$$(U_s - U') + sR_1C_1(U_0 - U') = 0 \Rightarrow U_s = U'(1 + sR_1C_1) - U_0 sR_1C_1$$

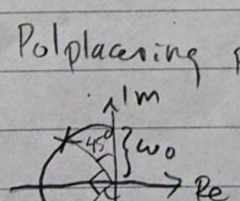
$$U_s = U_0\left[(1 + sR_2C_2)(1 + sR_1C_1) - sR_1C_1\right] =$$
$$= U_0\left[1 + \underline{sR_1C_1} + sR_2C_2 + s^2R_1C_1R_2C_2 - \underline{sR_1C_1}\right]$$

$$\frac{U_0}{U_s} = \frac{1}{s^2R_1R_2C_1C_2 + sR_2C_2 + 1} = \frac{1/R_1R_2C_1C_2}{s^2 + s \cdot \frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}$$

Butterworthfilter: $H(s) = \dfrac{K}{s^2 + s\sqrt{2}\omega_0 + \omega_0^2}$

Poler: $s_{1,2} = -\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{R_1C_1} \pm \sqrt{\dfrac{1}{4R_1^2C_1^2} - \dfrac{1}{R_1R_2C_1C_2}}$

Polplacering på en halvcirkel i VHP med radie $\omega_0 = 2{,}0$ krad/s



$C_1 = C_2 = C = 0{,}10\ \mu F$

$\dfrac{1}{R_1C} = \sqrt{2}\,\omega_0$; $R_1 = \dfrac{1}{\sqrt{2}\,C\,\omega_0} =$

$= \dfrac{1}{\sqrt{2} \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^3} =$

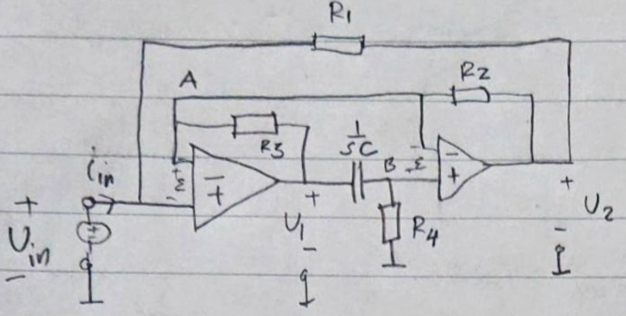
$= 3{,}54 \cdot 10^3\ \Omega$

$R_2 = \dfrac{1}{\omega_0^2 \cdot R_1 \cdot C^2} = \dfrac{1}{(2 \cdot 10^3)^2 \cdot 3{,}54 \cdot 10^3 \cdot (0{,}1 \cdot 10^{-6})^2}$

$= 7{,}07 \cdot 10^3\ \Omega$

ess116
2020-08-21

6)



Ideala op förstr. } ⇒ $i_{op}=0$
Neg. återkoppl } $\varepsilon=0$

Inför spänningar U_1 och U_2 relativt jord.

$$KCL_A: \quad \frac{U_2-U_{in}}{R_2}+\frac{U_1-U_{in}}{R_3}=0 \qquad (1)$$

$$KVL_B: \quad \frac{U_{in}}{R_4}+\frac{U_{in}-U_1}{1/sC}=0 \quad \Rightarrow \quad U_1=U_{in}\left(1+\frac{1}{sR_4C}\right)$$

$$i_{in}=\frac{U_{in}-U_2}{R_1} \quad \Rightarrow \quad U_2=U_{in}-i_{in}R_1$$

Eliminera U_1 och U_2 i ekv. (1)

$$\frac{U_2}{R_2}+\frac{U_1}{R_3}=U_{in}\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)$$

$$\cancel{\frac{U_{in}}{R_2}}-i_{in}\frac{R_1}{R_2}+\cancel{\frac{U_{in}}{R_3}}+U_{in}\frac{1}{sR_3R_4C}=\cancel{\frac{U_{in}}{R_2}}+\cancel{\frac{U_{in}}{R_3}}$$

$$U_{in}\frac{1}{sR_3R_4C}=i_{in}\frac{R_1}{R_2}$$

$$Z=\frac{U_{in}}{i_{in}}=s\frac{R_1R_3R_4C}{R_2}=s\cdot L_{ekv.}$$

Z är en "Induktans"

$$\text{Dim. analys} \left[\frac{R_1R_2R_4C}{R_2}\right]=\Omega\cdot\Omega\cdot F=$$

$$=\frac{V}{A}\cdot\frac{V}{A}\cdot\frac{As}{V}=\frac{Vs}{A}=\Omega s=H \quad /\text{OK!}$$