Tentamen
ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

26 april 2019 kl. 08.30-12.30 sal: SB-multisal

Förfrågningar:	Jonathan Lock, tel. 5792
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Måndag 13 maj kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311. Plan 3 i EDIT-huset (Lunnerummet), i korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte med 7 sidor)

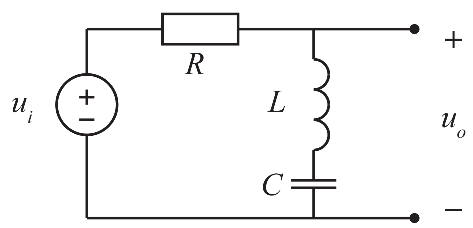
Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. Kretsen i figur 1 kan betraktas som ett filter med insignalen $u_i(t)$ och utsignal $u_o(t)$.
   (a) Beräkna övergöringsfunktionen $H(s) = \dfrac{U_o(s)}{U_i(s)}$.
   (b) Vilken typ av filter bildar $H(s)$?
   (c) Filtret kan spärra (släcka ut) en frekvens. Vilken?

$R = 0.50$ kΩ $\qquad C = 10\ \mu$F $\qquad L = 0.10$ H

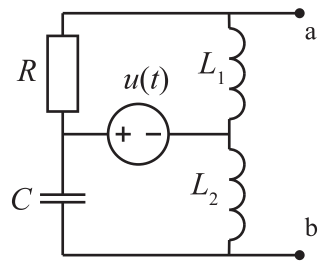


Figur 1: Filterkrets

2. Beräkna Thevenins ekvivalenta tvåpol (a - b) till kretsen i figur 2. Antag sinusformat stationärtillstånd.

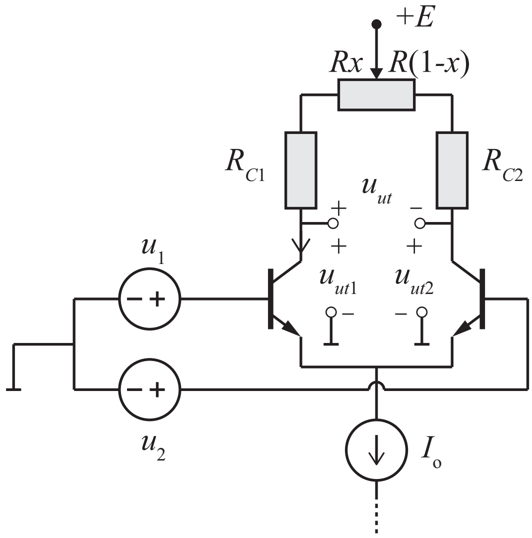
$L_1 = 0.10$ H $\qquad R = 8.0\ \Omega \qquad u(t) = 5.0\cos(100t - 90°)$ V

$L_2 = 0.20$ H $\qquad C = 4.2$ mF

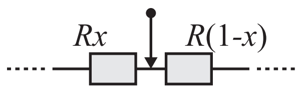


Figur 2: Växelströmskrets

3. För att kunna offsetjustera en differentialförstärkare införs en potentiometer R vid den positiva matningsspänningen enligt figur 3. Man önskar alltså att $u_{ut} = 0$ då $u_1 = u_2 = 0$. Genom att justera mittuttagets läge på potentiometern kan kollektorresistansen till de bägge grenarna i kretsen varieras så att bidraget till ena halvan blir Rx och till den andra $R(1-x)$. Se figur 4. Potentiometerns totala resistans är $R = 1.0$ kΩ och $0 < x < 1$. Vilket värde krävs på x för att offsetjustera kretsen om resistanerna R_{C1} och R_{C2} avviker ifrån sina nominella värden på 4.7 kΩ. R_{C1} har ökat med 3% och R_{C2} har minskat med 3%. Antag lika transistorer. $I_o = 1.3$ mA.



Figur 3: Differentialförstärkare



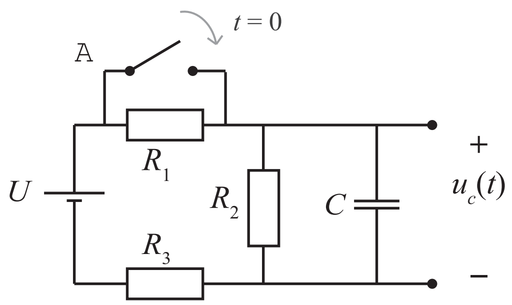
Figur 4: Potentiometer - förtydligande

4. Brytaren `A` i kretsen som visas i figur 5 har varit öppen under lång tid. Vid tidpunkten $t = 0$ sluts (stängs) brytaren vilket gör att den blir ledande.

   (a) Beräkna spänningarna $u_c(0)$ samt $u_c(t)$ då $t \to \infty$.

   (b) Beräkna $u_c(t)$ för $t > 0$. Kontrollera svaret mot (a) ovan.

$R_1 = 18\ \Omega$	$R_2 = 4.0\ \Omega$	$U = 24\ \mathrm{V}$
$R_3 = 2.0\ \Omega$	$C = \dfrac{5}{4}\ \mathrm{F}$	



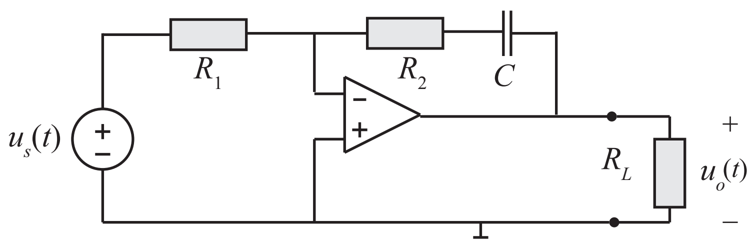
Figur 5: RC-krets

5. Insignalen till kretsen i figur 6 är $u_s(t)$ och utsignalen $u_o(t)$. Beräkna R_1 och R_2 så att

   (i) Förstärkningen $|\frac{u_o}{u_s}|$=10 vid höga frekvenser.

   (ii) Beloppet av fasskillnaden mellan in- och utsignal $|\phi| = 135°$ vid ω=1000 rad/s.

$C = 0.20\ \ \mu$F   Antag ideal operationsförstärkare.



Figur 6: Operationsförstärkarkrets

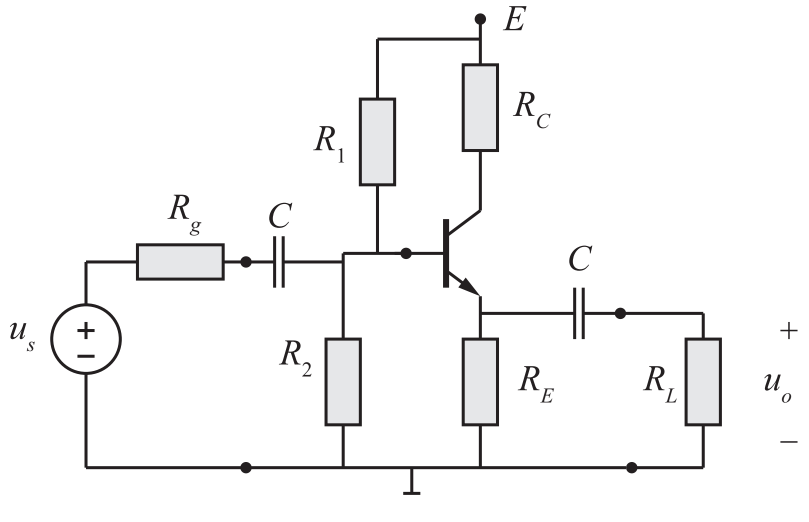
6. ⌈ Figur 7 var felaktig under tentamenstillfället men är här korrigerad i denna tes. ⌉

   Studera kretsen i figur 7. Beräkna den medeleffekt som utvecklas i belastningsresistansen R_L då insignalen $u_s(t) = 6.0 \sin(10^3 t)$ mV. Antag sinusformat stationärtillstånd. $Z_C = 1/(\omega C) \approx 0$ vid aktuell signalfrekvens.

   $R_1 = 33$ kΩ $\quad R_2 = 10$ kΩ $\quad R_C = 5.0$ kΩ
   $R_E = 1.0$ kΩ $\quad R_L = 1.0$ kΩ $\quad R_g = 1.0$ kΩ
   $E = 12$ V

   För transistorn gäller (övriga parametrar kan försummas):

   $h_{fe} = 300 \quad h_{ie} = 4.0$ kΩ $\quad h_{oe} = 50\ \mu\Omega^{-1}$

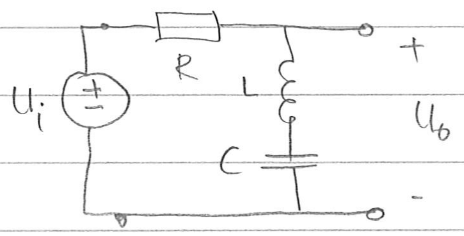


Figur 7: Transistorkrerts

Elektriska Nät och System, F2

ess116 2019-04-26

1,

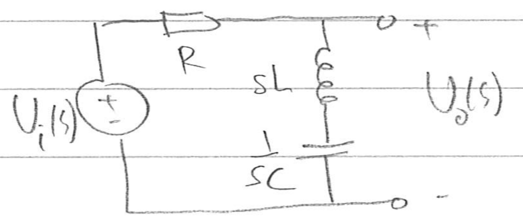


$R = 500\,\Omega$

$C = 10\,\mu F$

$L = 0{,}10\ H$

Laplacetransf. kretsen



Sp. delning

$$U_o(s) = U_i(s) \cdot \frac{sL + \frac{1}{sC}}{R + sL + \frac{1}{sC}}$$

a/

$$H(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{s^2L + \frac{1}{C}}{s^2L + sR + \frac{1}{C}} = \frac{s^2 + \frac{1}{LC}}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

$$H(s) = \frac{s^2 + 10^6}{s^2 + s \cdot 5000 + 10^6}$$

b/ Bandspärr (BS) filter (Notchfilter)

c/ Frekvenssvar, $j\omega$-metoden $(s = j\omega)$

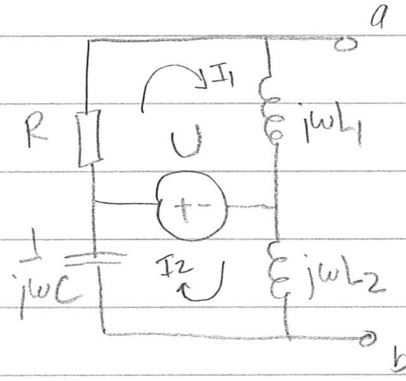
$$H(j\omega) = \frac{-\omega^2 + 10^6}{-\omega^2 + j\omega 5000 + 10^6}$$

$H(j\omega) = 0$ då $10^6 - \omega^2 = 0 \Rightarrow \omega = (\pm)\sqrt{10^6} = 10^3\ \text{rad/s}$

ess116

2019-04-26

2. $j\omega$-metoden



$u(t) = 5{,}0\cos(100t - 90°)$ V

$U = 5{,}0\angle -90° = -5j$

$\omega = 100$

$L_1 = 0{,}1$ H , $\omega L = 10$

$L_2 = 0{,}2$ H , $\omega L = 20$

$C = 4{,}2$ mF $\frac{1}{\omega C} = 2{,}38$

$R = 8\,\Omega$

Ekv. impedans $(U=0)$

$$Z_{ab} = R // j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C} // j\omega L_2 = \frac{8 \cdot j10}{8 + j10} + \frac{\frac{L_2}{C}}{j20 - j2{,}38} =$$

$$= \frac{80j(8 - j10)}{8^2 + 16^2} - j2{,}7 = 4{,}88 + j3{,}9 - j2{,}7 = 4{,}88 + j1{,}2 = 5{,}0\angle 13{,}8°$$

Tomgångsspänning (KVL)

$$I_1(R + j\omega L_1) - U = 0 \; ; \quad I_1 = \frac{U}{R + j\omega L_1}$$

$$I_2\left(j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C}\right) + U = 0 \; ; \quad I_2 = -\frac{U}{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C}}$$

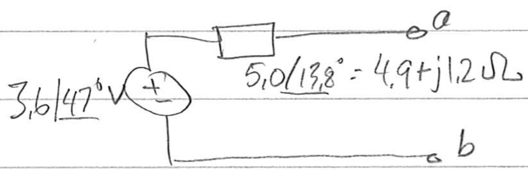
$$U_{ab} = I_1 \cdot j\omega L_1 + I_2 j\omega L_2 =$$

$$= U\left(\frac{j\omega L_1}{R + j\omega L_1} - \frac{j\omega L_2}{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C}}\right) = U\left(\frac{1}{1 + \frac{R}{j\omega L_1}} - \frac{1}{1 + \frac{1}{j^2\omega^2 L_2 C}}\right) =$$

$$= -5j\left(\frac{1}{1 - j0{,}8} - \frac{1}{1 - 0{,}12}\right) = -5j\left(\frac{1 + j0{,}8}{1{,}64} - 1{,}14\right) =$$

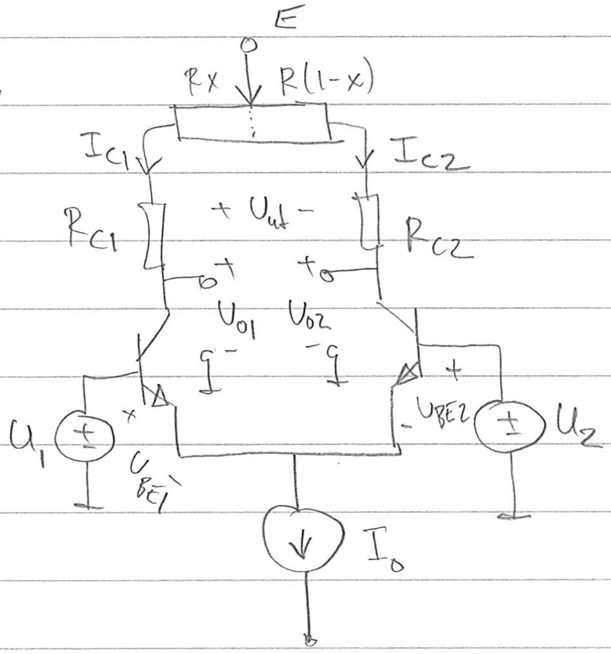
$$= \frac{5 \cdot 0{,}8}{1{,}64} + j\left(-\frac{5}{1{,}64} + 1{,}14 \cdot 5\right) = 2{,}44 + j2{,}65 = 3{,}6\angle 47° \text{ V}$$

Svar:



ess116
2019-04-26

3,



Lika transistorer

$U_{BE1} = U_{BE2}$

För $U_1 = U_2$ blir då

$I_{C1} = I_{C2} = I_C$

Då $U_{ut} = 0$ är $U_{01} = U_{02}$

$$\begin{cases} U_{01} = E - I_C (Rx + R_{C1}) \\ U_{02} = E - I_C (R(1-x) + R_{C2}) \end{cases}$$

Alltså $Rx + R_{C1} = R(1-x) + R_{C2}$

$$R_{C1} - R_{C2} = R - Rx - Rx = R(1-2x)$$

$$\frac{R_{C1} - R_{C2}}{R} = 1 - 2x \quad ; \quad 2x = 1 - \frac{(R_{C1} - R_{C2})}{R}$$

$$x = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{(R_{C1} - R_{C2})}{R}\right)$$

$R_{C1} = R_C \cdot 1{,}03$ $\qquad R_C = 4{,}7\ k\Omega$

$R_{C2} = R_C \cdot 0{,}97$ $\qquad R = 1{,}0\ k\Omega$

$$x = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{R_C \cdot 0{,}06}{R}\right) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{4{,}7 \cdot 0{,}06}{1{,}0}\right)$$

$x \approx 0{,}36$

ess116
2019-04-26

4, Vid $t<0$ och $t\to\infty$ betraktas
C som ett "avbrott" (DC-fall)

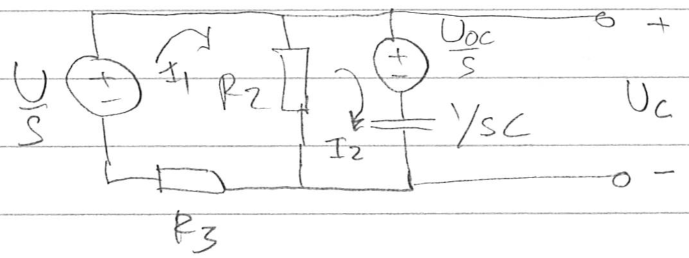
$U=24$
$R_1=18\Omega$
$R_2=4{,}0\Omega$
$R_3=2{,}0\Omega$
$C=\frac{5}{4}F$

a) $t<0$ Sp. delning $U_c = U\dfrac{R_2}{R_1+R_2+R_3} =$

$$= 24\cdot\frac{4}{18+4+2} = 4V$$

$t\to\infty$ $U_c = U\dfrac{R_2}{R_2+R_3} = 24\dfrac{4}{4+2} = 16\ V$

b) Beg. spänning över C är $U_{oc}=4V$ (se ovan)
$t>0$ Laplace transf.



Maskanalys (KVL)

$$\begin{bmatrix} R_2+R_3 & -R_2 \\ -R_2 & R_2+\frac{1}{sC}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{U}{s} \\ -\frac{U_{oc}}{s}\end{bmatrix}$$

Beräkna I_2
Cramers regel

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} R_2+R_3 & \frac{U}{s} \\ -R_2 & -\frac{U_{oc}}{s}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_2+R_3 & -R_2 \\ -R_2 & R_2+\frac{1}{sC}\end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 6 & \frac{24}{s} \\ -4 & -\frac{4}{s}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 4+\frac{4}{5s}\end{vmatrix}}$$

ess116

2019-04-26

/forts 4

$$I_2 = \frac{-\frac{24}{s} + \frac{24\cdot 4}{s}}{24 + \frac{1}{s}\frac{24}{5} - 16} =$$

$$= \frac{\frac{24}{s}(4-1)}{\frac{24}{s}\left(\frac{1}{5} + \left(1 - \frac{16}{24}\right)s\right)} = \frac{3}{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}s} =$$

$$= \frac{9}{s + \frac{3}{5}}$$

$$U_c = \frac{U_{0C}}{s} + I_2 \cdot \frac{1}{sC} = \frac{4}{s} + \frac{9}{s+\frac{3}{5}} \cdot \frac{4}{s5} =$$

$$= \frac{4}{s} + \frac{9\cdot 4}{5} \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{(s+\frac{3}{5})\,s}\right)}_{P.B.U} = \frac{4}{s} + \frac{9\cdot 4}{5}\left(\frac{A}{s+\frac{3}{5}} + \frac{B}{s}\right)$$

$$1 = As + B\left(s + \frac{3}{5}\right) \Rightarrow A + B = 0$$

$$1 = B\cdot\frac{3}{5} \qquad B = -A = \frac{5}{3}$$

$$U_c = \frac{4}{s} + \frac{9\cdot 4}{5}\cdot\frac{5}{3}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\frac{3}{5}}\right) = \frac{4}{s} + \frac{12}{s} - \frac{12}{s+\frac{3}{5}} =$$

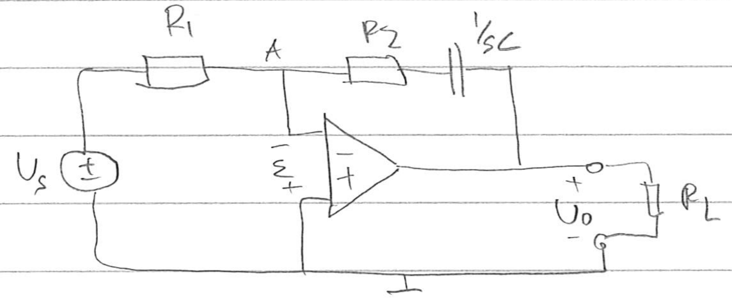
$$= \frac{16}{s} - \frac{12}{s+\frac{3}{5}} \qquad \mathcal{L}^{-1}\{U_c\} = u_c(t) = 16 - 12e^{-\frac{3}{5}t}, \quad t \geq 0$$

Kontroll: $t = 0 \Rightarrow u_c(0) = 4$ OK!

$t \to \infty \Rightarrow u_c = 16$ OK!

ess116
2019-04-26

5.



$C = 0{,}20\,\mu F$

$\omega = 1000$ rad/s (ii)

$\left|\frac{U_o}{U_i}\right|_{\omega\to\infty} = 10$

Ideal Op. först.
Neg. återk. $\Rightarrow \varepsilon = 0$, $i_{op} = 0$

Laplacetransf.

$$KCL_A: \quad \frac{U_s}{R_1} + \frac{U_o}{R_2 + \frac{1}{sC}} = 0$$

$$\frac{U_o}{U_s} = -\frac{R_2 + \frac{1}{sC}}{R_1} = -\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{sR_1C}\right)$$

(i) Frekvenssvar, $j\omega$ metoden, sätt $s = j\omega$

$$H(j\omega) = \frac{U_o}{U_s}(j\omega) = -\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{j\omega R_1 C}\right) \rightarrow -\frac{R_2}{R_1} \text{ då } \omega \to \infty$$

$$\frac{R_2}{R_1} = 10 \quad ; \quad R_2 = 10R_1$$

(ii) $\omega = 1000$

$$\phi = \arg\{H(j\omega)\} = \arg\left\{-\left(\frac{R_2}{R_1} - \frac{j}{\omega R_1 C}\right)\right\} = \arg\left\{-\frac{R_2}{R_1} + j\frac{1}{\omega R_1 C}\right\}$$

Negativ realdel, positiv Im-del $\Rightarrow$ Addera 180° (2:a kvadranten)

$$\phi = \operatorname{atan}\left\{\frac{-R_1}{\omega R_1 C \cdot R_2}\right\} + 180 = 135$$

$$\operatorname{atan}\left\{-\frac{1}{\omega C R_2}\right\} = -45^\circ \Rightarrow \frac{1}{\omega C R_2} = 1 \Rightarrow R_2 = \frac{1}{\omega C}$$

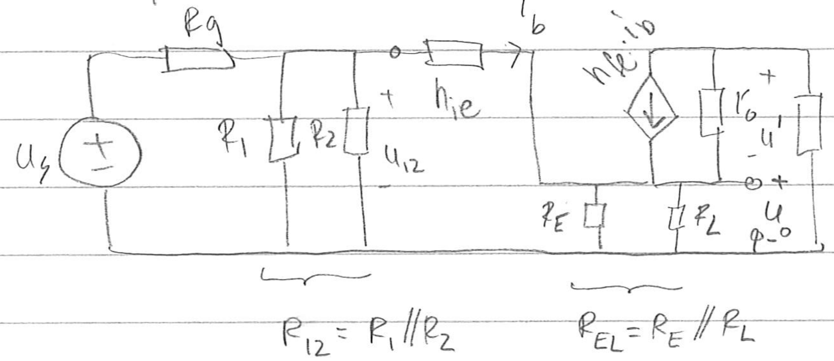
$$R_2 = \frac{1}{1000 \cdot 0{,}20 \cdot 10^{-6}} = \underline{5000\ \Omega} \Rightarrow \underline{R_1 = 500\ \Omega}$$

ess 116

2019-04-26

Småsignalschema

6/



$R_1 = 33\,k\Omega$ $R_2 = 10\,k\Omega$

$R_C = 5{,}0\,k\Omega$ $R_E = 1{,}0\,k\Omega$

$R_L = 1{,}0\,k\Omega$

$h_{fe} = 300$ $h_{ie} = 4{,}0\,k\Omega$

$h_{oe} = \frac{1}{r_o} = 50\,\mu\Omega^{-1}$

KCL: $\frac{u_s - u_{12}}{R_g} = \frac{u_{12}}{R_{12}} + i_b$ $\quad \frac{u_s}{R_g} = u_{12}\left(\frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_{12}}\right) + i_b$ (A)

$u_{12} = i_b h_{ie} + u_o$ $\quad \frac{u_s}{R_g} = (i_b h_{ie} + u_o)\left(\frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_{12}}\right) + i_b$ (B)

KCL: $i_b + h_{fe} i_b + \frac{u'}{r_o} = \frac{u_o}{R_{EL}}$ $\quad i_b(1 + h_{fe}) = \frac{u_o}{R_{EL}} - \frac{u'}{r_o}$ (*)

$u' + u_o = -R_c\left(h_{fe} i_b + \frac{u'}{r_o}\right)$ $\quad u'\left(1 + \frac{R_c}{r_o}\right) = -u_o - R_c h_{fe} i_b$ (**)

(**) $u' = -\frac{u_o + R_c h_{fe} i_b}{1 + \frac{R_c}{r_o}}$

(*) $\frac{u'}{r_o} = \frac{u_o}{R_{EL}} - i_b(1 + h_{fe})$

$u' = u_o \frac{r_o}{R_{EL}} - i_b r_o (1 + h_{fe})$ Sätt "$u' = u'$"

$-\frac{u_o + R_c h_{fe} i_b}{1 + \frac{R_c}{r_o}} = u_o \frac{r_o}{R_{EL}} - i_b r_o (1 + h_{fe})$

Sök $i_b = f(u_o)$ och gör insättning i (B)

ess116

2019-04-26

Forts 6

$$-u_o - R_C h_{fe}\, i_b = u_o \frac{r_o}{R_{EL}}\left(1+\frac{R_C}{r_o}\right) - i_b\, r_o(1+h_{fe})\left(1+\frac{R_C}{r_o}\right)$$

$$-u_o - u_o\left(\frac{r_o}{R_{EL}} + \frac{R_C}{R_{EL}}\right) = i_b\left[R_C h_{fe} - r_o(1+h_{fe})\left(1+\frac{R_C}{r_o}\right)\right]$$

$$-u_o\left[1 + \frac{r_o}{R_{EL}} + \frac{R_C}{R_{EL}}\right] = i_b\left[R_C h_{fe} - r_o(1+h_{fe})\left(1+\frac{R_C}{r_o}\right)\right]$$

$$i_b = -u_o \cdot \frac{1+\frac{r_o}{R_{EL}}+\frac{R_C}{R_{EL}}}{R_C h_{fe} - r_o(1+h_{fe})\left(1+\frac{R_C}{r_o}\right)}$$

$$R_{EL} = \frac{1\cdot 1}{1+1} = 0{,}5\ k\Omega \quad ; \quad R_{12} = \frac{33\cdot 10}{33+10} = 7{,}67\,k\Omega$$

$$i_b = -u_o\left[\frac{1+\frac{1}{50\cdot 10^{-6}\cdot 0{,}5\cdot 10^3}+\frac{5}{0{,}5}}{[5\cdot 300 - 301\cdot(20+5)]\cdot 10^3}\right] = \frac{51}{6{,}025\cdot 10^6}\cdot u_o$$

(B) $$\frac{u_s}{R_g} = i_b\left[1+h_{ie}\left(\frac{1}{R_g}+\frac{1}{R_{12}}\right)\right] + u_o\left[\frac{1}{R_g}+\frac{1}{R_{12}}\right]$$

$$\frac{u_s}{R_g} = u_o\left\{\frac{51}{6{,}025\cdot 10^6}\left[1+h_{ie}\left(\frac{1}{R_g}+\frac{1}{R_{12}}\right)\right] + \left[\frac{1}{R_g}+\frac{1}{R_{12}}\right]\right\}$$

$$\frac{6\cdot 10^{-3}}{1\cdot 10^3} = u_o\left[\frac{51}{6{,}025\cdot 10^6}\left(1+\frac{4}{1}+\frac{4}{7{,}67}\right) + \left(\frac{1}{10^3}+\frac{1}{7{,}67\cdot 10^3}\right)\right]$$

$$6\cdot 10^{-6} = u_o\cdot 1{,}18\cdot 10^{-3} \quad \Rightarrow u_o = 5{,}08\cdot 10^{-3}\ \text{mV (Amplitud)}$$

Effekt: $$P = \frac{1}{2}U_L I_L^* = \frac{1}{2}U_L\cdot\frac{U_L^*}{R_L} = \frac{1}{2}u_o^2\cdot\frac{1}{R_L} =$$

$$= \frac{1}{2}(5{,}08\cdot 10^{-3})^2/10^3 = 1{,}3\cdot 10^{-8} = 13\ nW$$