Tentamen
ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

14 januari 2019 kl. 14.00-18.00 sal: M

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Onsdag 30 januari kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311. Plan 3 i EDIT-huset (Lunnerummet), i korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte med 7 sidor)

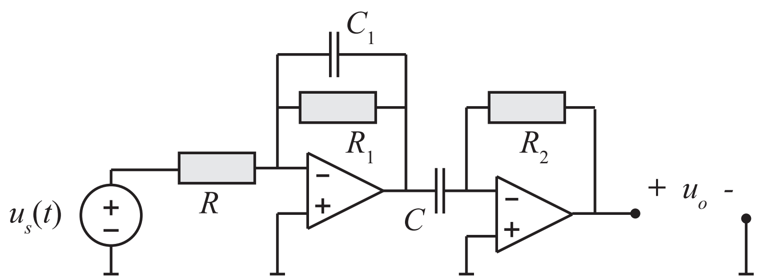
Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. Studera kretsen i figur 1. Den drivs med en sinusformad spänningskälla. Beräkna utspänningen $u_o(t)$. Antag sinusformat stationärtillstånd samt ideala operationsförstärkare.

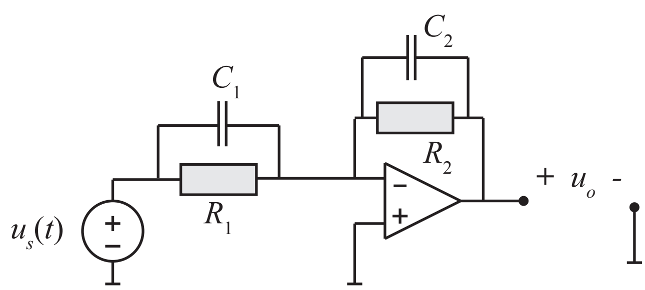
$$R = 10 \text{ k}\Omega \qquad C_1 = 0.10\ \mu\text{F}$$
$$R_1 = 20 \text{ k}\Omega \qquad C = 0.20\ \mu\text{F}$$
$$R_2 = 40 \text{ k}\Omega \qquad u_s(t) = 500\cos(1000t) \text{ mV}$$



Figur 1: Operationsförstärkarkrets

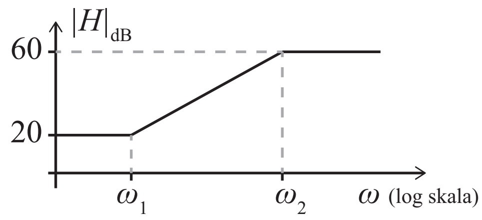
2. Studera kretsen i figur 2. Den utgör en förstärkare med ett frekvenssvar som visas som ett asymptotiskt amplituddiagram [1] (Bode) i figur 3. Beräkna värdet på komponenterna R_2, C_1 och C_2. Antag ideal operationsförstärkare.

$$R_1 = 1.0 \ \ \text{k}\Omega \qquad \omega_1 = 1.0 \cdot 10^3 \ \ \text{rad/s}$$



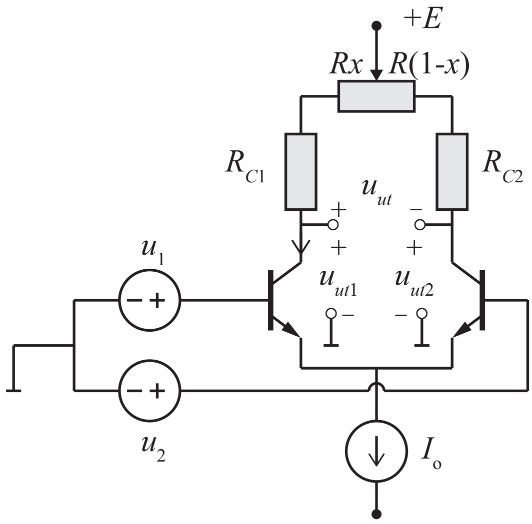
Figur 2: Operationsförstärkarkrets

[1] $X_{dB} = 20 \cdot \log(X)$



Figur 3: Asymptotiskt Bodediagram

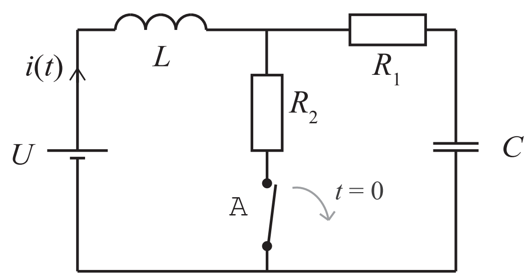
3. För att kunna offsetjustera en differentialförstärkare införs en potentiometer R vid den positiva matningsspänningen enligt figur 4. Man önskar alltså att $u_{ut} = 0$ då $u_1 = u_2 = 0$. Genom att justera mittuttagets läge på potentiometern kan kollektorresistansen till de bägge grenarna i kretsen varieras så att bidraget till ena halvan blir Rx och till den andra $R(1 - x)$. Potentiometerns totala resistans är $R = 1.0$ kΩ och $0 < x < 1$. Vilket värde krävs på x för att offsetjustera kretsen om resistanerna R_{C1} och R_{C2} avviker ifrån sina nominella värden på 5.0 kΩ. R_{C1} har ökat med 4% och R_{C2} har minskat med 4%. Antag lika transistorer. $I_o = 1.0$ mA.



Figur 4: Differentialförstärkare

4. Brytaren `A` i kretsen som visas i figur 5 har varit sluten under lång tid. Vid tidpunkten $t = 0$ öppnas brytaren hastigt. Beräkna strömmen $i(t)$.

$$R_1 = 2.0\ \Omega \qquad R_2 = 5.0\ \Omega \qquad U = 10\ \text{V}$$
$$C = \frac{1}{5}\ \text{F} \qquad L = 1.0\ \text{H}$$



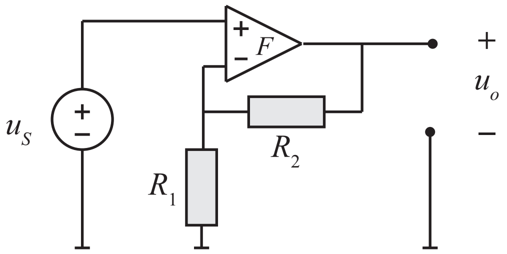
Figur 5: RLC-krets

5. En förstärkare F återkopplas med R_1 och R_2 enligt figur 6. Förstärkaren F har ett frekvensberoende enligt överföringsfunktionen $F(s)$. I övrigt har F ideala egenskaper ($R_i = \infty$ och $R_o = 0$).

   (a) Beräkna den återkopplade förstärkarens maximala förstärknng (u_o/u_s) och den övre brytvinkelfrekvens om $F_o = 10^4$.

   (b) Beräkna den återkopplade förstärkarens maximala förstärknng (u_o/u_s) om F_o minskas till $F_o = 10^3$.

$$R_1 = 1.0\ \text{k}\Omega \qquad R_2 = 9.0\ \text{k}\Omega$$
$$F(s) = \frac{F_o}{1 + s/\omega_o} \qquad \omega_o = 2\pi \cdot 100\ \ \text{rad/s}$$

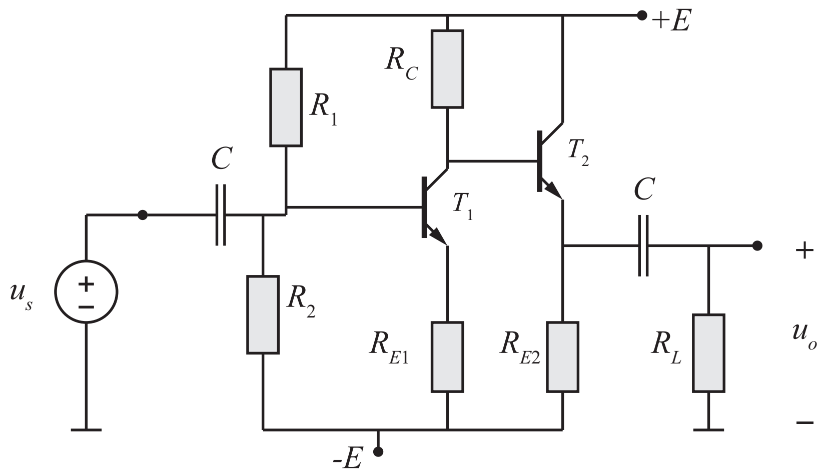


Figur 6: Återkopplad förstärkare

6. Beräkna förstärkningen u_o/u_s och inresistansen i transistorkretsen som visas i figur 7. Transistorerna T_1 och T_2 antas vara i sina aktiva områden. $Z_C = 1/(\omega C) \approx 0$ vid aktuella signalfrekvenser.

$R_1 = 70$ kΩ $\quad R_{E1} = 0.20$ kΩ $\quad R_C = 5.0$ kΩ

$R_2 = 6.0$ kΩ $\quad R_{E2} = 1.5$ kΩ $\quad R_L = 10$ kΩ $\quad E = 5.0$ V

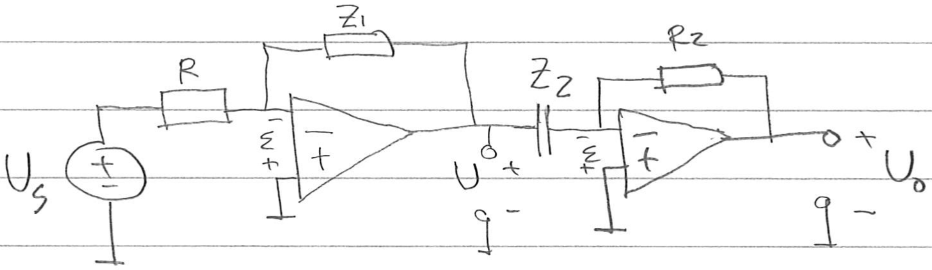


Figur 7: Transistorkrerts

T_1 :	$h_{fe} = 125$	$h_{ie_1} = 8.93$ kΩ
T_2 :	$h_{fe} = 125$	$h_{ie_2} = 674$ Ω

Övriga transistorparametrar kan försummas.

1. $j\omega$-metoden



Ideala Op, Neg. återk. $\Rightarrow$ $\varepsilon = 0$, i_{op}

$U_s = 0{,}5\angle 0^\circ$ V

$\omega = 10^3$

KCL vid 'minus' ingång

$$\frac{U_s}{R} + \frac{U}{Z_1} = 0 \Rightarrow \frac{U}{U_s} = -\frac{Z_1}{R} \qquad Z_1 = \frac{\frac{1}{j\omega C_1}\cdot R_1}{\frac{1}{j\omega C_1} + R_1} = \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_1}$$

$$\frac{U_o}{R_2} + \frac{U}{Z_2} = 0 \qquad \frac{U_o}{U} = -\frac{R_2}{Z_2}\ ; \ Z_2 = \frac{1}{j\omega C} \Rightarrow \frac{U_o}{U} = -j\omega R_2 C$$

$$\frac{U_o}{U_s} = \frac{U_o}{U}\cdot\frac{U}{U_s} = -\frac{R_2}{Z_2}\cdot\left(-\frac{Z_1}{R}\right) = \frac{R_2}{R}\cdot\frac{R_1\,(j\omega C)}{1 + j\omega R_1 C_1}$$

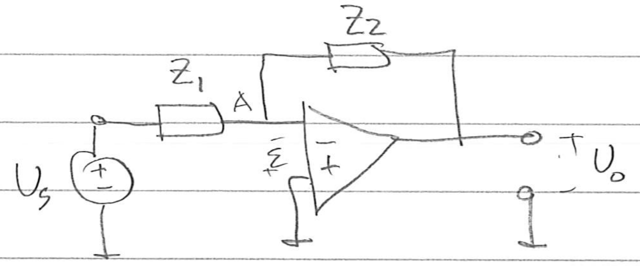
Numeriskt: $\frac{U_o}{U_s} = 4\cdot\frac{j4}{1+j2} = \frac{16\angle 90^\circ}{\sqrt{5}\angle 63{,}4} = \frac{16}{\sqrt{5}}\angle 26{,}6^\circ$

$$U_o = U_s\frac{16}{\sqrt{5}}\angle 26{,}6^\circ = 0{,}5\cdot\frac{16}{\sqrt{5}}\angle 26{,}6^\circ = 3{,}6\angle 26{,}6^\circ$$

Svar: $u_o(t) = 3{,}6\cos(1000t + 26{,}6^\circ)$ V

ess116
2019-01-14

Z_1



Ideal opförst. } ⇒ $\varepsilon = 0$
Neg. återk. } i_{op}

$$KCL_A: \quad \frac{U_S}{Z_1} + \frac{U_o}{Z_2} = 0$$

$$Z_1 = \frac{\frac{1}{sC_1} \cdot R_1}{\frac{1}{sC_1} + R_1} = \frac{R_1}{1 + sR_1C_1}$$

$$Z_2 = \frac{R_2}{1 + sR_2C_2}$$

$$\frac{U_o}{U_S} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1 + sR_1C_1}{1 + sR_2C_2}$$

$\omega_1 = 1{,}0 \cdot 10^3$ r/s
$R_1 = 1{,}0$ kΩ

Frekvenssvar $s = j\omega$

$$H(j\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1 + j\omega R_1C_1}{1 + j\omega R_2C_2} \quad ; \quad |H(j\omega)|_{\omega \to 0} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$20 \log \frac{R_2}{R_1} = 20 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 10 \Rightarrow R_2 = 10 R_1$$

$$H(j\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{j\omega R_1C_1}{j\omega R_2C_2} \cdot \frac{1 + \frac{1}{j\omega R_1C_1}}{1 + \frac{1}{j\omega R_2C_2}} \quad ; \quad |H(j\omega)|_{\omega \to \infty} = \frac{C_1}{C_2}$$

$$20 \log \frac{C_1}{C_2} = 60 \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = 10^3$$

$$\omega_1 = \frac{1}{R_1C_1} \Rightarrow C_1 = \frac{1}{\omega_1 R_1} = 10^{-6}\,F \Rightarrow C_2 = \frac{C_1}{10^3} = 10^{-9}\,F$$

$R_2 = 10 R_1 = 10$ kΩ

$$\omega_1 = \frac{1}{R_1C_1} = 10^3 \ll \omega_2 = \frac{1}{R_2C_2} = 100\,\omega_1$$

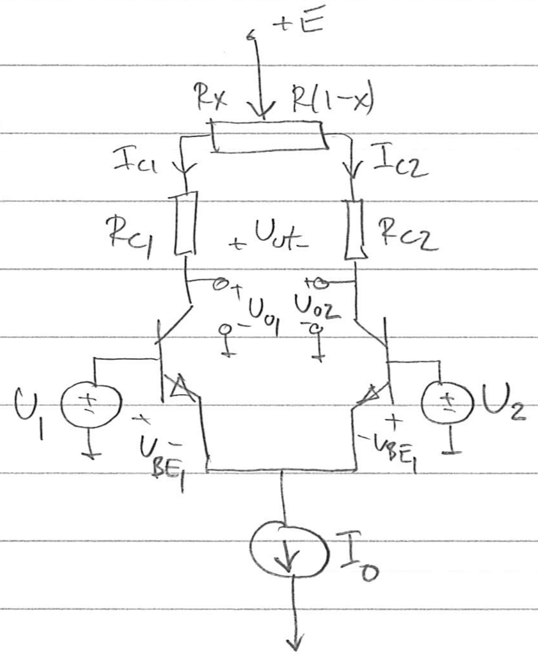
Väl separerade brytfrekvenser

Svar: $R_2 = 10$ kΩ
$C_1 = 1{,}0$ μF
$C_2 = 1{,}0$ nF

ess116

2019-01-14

3.



Lika transistorer

$U_{BE_1} = U_{BE_2} \Rightarrow I_{C_1} = I_{C_2} = I_C$

då $U_1 = U_2 = 0$

Då $U_{ut} = 0$ är

$U_{01} = U_{02}$

$$\begin{cases} E - U_{01} = (Rx + R_{C1}) \cdot I_C \\ E - U_{02} = [R(1-x) + R_{C2}] I_C \end{cases}$$

$Rx + R_{C1} = R(1-x) + R_{C2}$

$R_{C1} = 1{,}04 \cdot R_C$

$R_{C2} = 0{,}96 \cdot R_C$

$R_{C1} - R_{C2} = R - Rx - Rx$

$0{,}08 R_C = R(1-2x)$

$0{,}08 R_C = R - 2Rx$

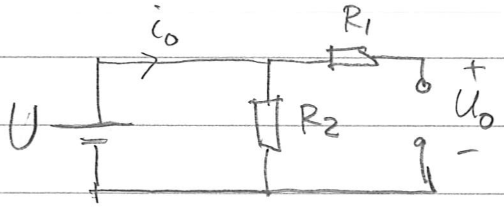
$2Rx = R - 0{,}08 R_C$

$x = \dfrac{R - 0{,}08 R_C}{2R} = \dfrac{1}{2} - 0{,}04 \cdot \dfrac{R_C}{R} =$

$= \dfrac{1}{2} - 0{,}04 \cdot \dfrac{5}{1} = 0{,}3$

ess116
2019-01-14

4. $t<0$ (L: "kortslutning")
(C: "Avbrott")



Beq. ström genom L: $i_0 = \frac{U}{R_2}$

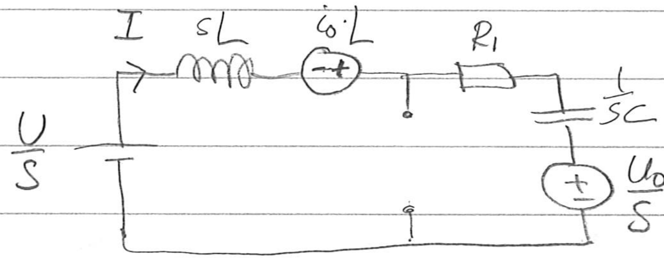
Beq. spänning över C: $u_0 = U$

$R_1 = 2\,\Omega$

$t \geq 0$ (Laplace transf.)

$R_2 = 5\,\Omega$

$U = 10\,V$



$C = \frac{1}{5}\,F$

$L = 1\,H$

$i_0 = \frac{10}{5} = 2\,A$

$$I = \frac{\frac{U}{s} + i_0 L - \frac{u_0}{s}}{sL + R_1 + \frac{1}{sC}} = \left\{ U = u_0 \right\} = \frac{i_0 L}{\frac{L}{s}\left(s^2 + s\frac{R_1}{L} + \frac{1}{LC}\right)} =$$

$$= \frac{s\, i_0}{s^2 + s\frac{R_1}{L} + \frac{1}{LC}} = \frac{2s}{s^2 + s2 + 5} = \left\{ \begin{matrix} \text{komplexa rötter} \\ \text{kvadrat kompl.} \end{matrix} \right\} =$$

$$= \frac{2s}{(s+1)^2 + 4} = 2\left(\frac{s+1-1}{(s+1)^2 + 2^2}\right) =$$

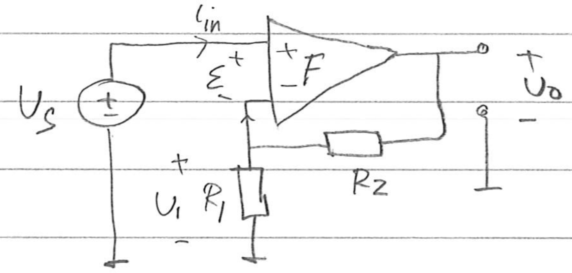
$$= 2\,\frac{s+1}{(s+1)^2 + 2^2} - \frac{2}{(s+1)^2 + 2^2}$$

$$i(t) = \mathcal{L}^{-1}\{I\} = e^{-t}\left(2\cos(2t) - \sin(2t)\right) \cdot \theta(t)$$

ess116

2019-01-14

5.



$R_1 = 1{,}0\ k\Omega$

$R_2 = 9{,}0\ k\Omega$

$$F(s) = \frac{F_0}{1+\frac{s}{\omega_0}}$$

$\omega_0 = 2\pi \cdot 100$ rad/s

F: $R_i = \infty \Rightarrow i_{in} = 0$

$R_0 = 0 \Rightarrow U_0 = \varepsilon \cdot F$

$$\begin{cases} U_s = \varepsilon + U_1 \\ U_0 = \varepsilon \cdot F \\ U_1 = U_0 \frac{R_1}{R_1+R_2} \end{cases}$$

$$U_s = \frac{U_0}{F} + U_0 \frac{R_1}{R_1+R_2} = U_0\left(\frac{1}{F} + \frac{R_1}{R_1+R_2}\right) = \frac{U_0}{F}\left(1 + \frac{FR_1}{R_1+R_2}\right)$$

$$\frac{U_0}{U_s} = \frac{F}{1+\frac{R_1}{R_1+R_2}F} = \left\{\beta = \frac{R_1}{R_1+R_2}\right\} = \frac{1}{\frac{1}{F}+\beta}$$

$$\frac{U_0}{U_s} = \frac{1}{\frac{1+\frac{s}{\omega_0}}{F_0}+\beta} = \frac{F_0}{1+\beta F_0 + \frac{s}{\omega_0}} = \frac{F_0}{1+\beta F_0} \cdot \frac{1}{1+\frac{s}{\omega_0(1+\beta F_0)}}$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_1+R_2} = \frac{1}{10}$$

a) $F_0 = 10^4$ $\quad \left.\frac{U_0}{U_s}\right|_{max} = \left\{\begin{matrix} s=j\omega \\ \omega \to 0 \end{matrix}\right\} = \frac{F_0}{1+\beta F_0} = \frac{10^4}{1+10^3} = 9{,}99$

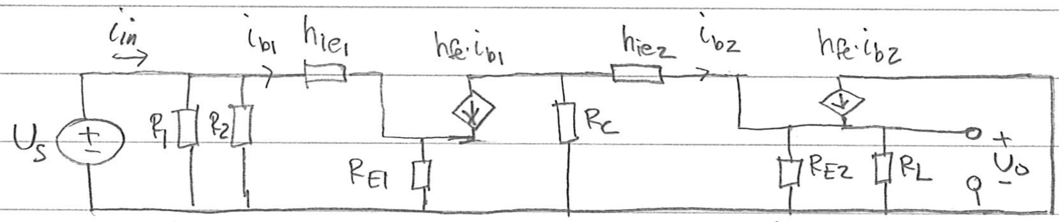
$$\omega_{0f} = \omega_0(1+\beta F_0) = 2\pi \cdot 100(1+10^3) = 2\pi \cdot 100\ \underline{\underline{k}}\ \text{rad/s}$$

b) $F_0 = 10^3$ $\quad \left.\frac{U_0}{U_s}\right|_{max} = \left\{\begin{matrix} s=j\omega \\ \omega \to 0 \end{matrix}\right\} = \frac{F_0}{1+\beta F_0} = \frac{10^3}{1+10^2} = 9{,}9$

ess 116

2019-01-14

6. Småsignalschema



$R_{12} = R_1 // R_2$ $\qquad$ $R_L' = R_{E2} // R_L$

$$\begin{cases} U_s = i_{b1} \cdot h_{ie1} + i_{b1}(1+h_{fe})R_{E1} & (1) \\ (h_{fe} \cdot i_{b1} + i_{b2})R_C + i_{b2} \cdot h_{ie2} + U_0 = 0 & (2) \\ U_0 = i_{b2}(1+h_{fe})R_L' & (3) \end{cases}$$

(3) $\quad i_{b2} = \dfrac{U_0}{(1+h_{fe}) \cdot R_L'}$

(1) $\quad i_{b1} = \dfrac{U_s}{h_{ie1} + (1+h_{fe})R_{E1}}$

(2) $\quad U_0 = -i_{b1}(h_{fe} \cdot R_C) - i_{b2}(h_{ie2} + R_C)$

$$U_0 = -\frac{U_s \, h_{fe} \cdot R_C}{h_{ie1} + (1+h_{fe})R_{E1}} - \frac{U_0 (h_{ie2} + R_C)}{(1+h_{fe})R_L'}$$

$$U_0 \left(1 + \frac{h_{ie2} + R_C}{(1+h_{fe})R_L'}\right) = -U_s \frac{h_{fe} R_C}{h_{ie1} + (1+h_{fe})R_{E1}}$$

$$\frac{U_0}{U_s} = -\frac{h_{fe} \cdot R_C}{h_{ie1} + (1+h_{fe})R_{E1}} \cdot \frac{(1+h_{fe})R_L'}{(1+h_{fe})R_L' + h_{ie2} + R_C}$$

ess116

2019-01-14

/forts 6

$$R_L' = \frac{R_{E2} \cdot R_L}{R_{E2} + R_L} = \frac{1{,}5 \cdot 10}{1{,}5 + 10} = \frac{15}{11{,}5}\ k\Omega \approx 1{,}30\ k\Omega$$

$$\frac{u_o}{u_s} = -\frac{125 \cdot 5}{8{,}93 + 126 \cdot 0{,}2} \cdot \frac{126 \cdot 1{,}3}{126 \cdot 1{,}3 + 0{,}674 + 5} \approx$$

$$\approx -18{,}3 \cdot 0{,}967 = -17{,}7 \quad \text{ggr}$$

Inresistans $R_{in} = \dfrac{u_s}{i_{in}}$

$$\begin{cases} u_s = (i_{in} - i_{b1}) \cdot R_{12} & (1) \\ u_s = i_{b1} \cdot h_{ie1} + i_{b1}(1 + h_{fe}) R_{E1} & (2) \end{cases}$$

$R_{12} = R_1 \| R_2 = \dfrac{70 \cdot 6}{76} = 5{,}53\ k\Omega$

(2): $$i_{b1} = \frac{u_s}{h_{ie1} + (1 + h_{fe}) R_{E1}}$$

(1): $$u_s + \frac{u_s \cdot R_{12}}{h_{ie1} + (1 + h_{fe}) R_{E1}} = i_{in} \cdot R_{12}$$

$$u_s\left(1 + \frac{R_{12}}{h_{ie1} + (1 + h_{fe}) R_{E1}}\right) = i_{in} \cdot R_{12}$$

$$R_{in} = \frac{u_s}{i_{in}} = \frac{R_{12}}{1 + \dfrac{R_{12}}{h_{ie1} + (1 + h_{fe}) R_{E1}}} = \frac{5{,}53}{1 + \dfrac{5{,}53}{8{,}93 + (126) \cdot 0{,}2}} = 4{,}76\ k\Omega$$