Tentamen
ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

6 april 2018 kl. 08.30-12.30 sal: SB

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Tisdag 24 april kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311. Plan 3 i EDIT-huset (Lunnerummet), i korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte med 7 sidor)

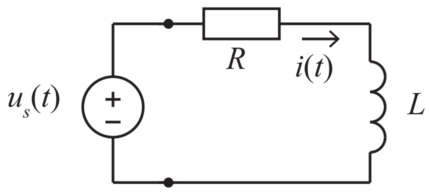
Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. Studera kretsen i figur 1. Beräkna strömmen $i(t)$ för $t \geq 0$. Begynnelseströmmen i kretsen är $i_o = i(0) = 3.0$ A, $R = 4.0\ \Omega$ och $L = 2.0$ H.

$$u_s(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 8.0 \text{ V} & t \geq 0 \end{cases}$$

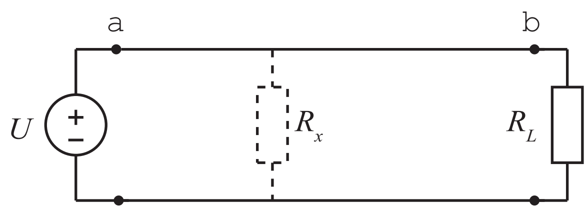


Figur 1: RL-krets

2. Spänningskällan U=500 V driver en belastning R_L via en lång ledning enligt figur 2. Sträckan mellan `a` och `b` är 500 m. Ledningens fram- och återledning har tillsammans resistansen 1.0 Ω (jämnt fördelat längst hela längden med 1.0 mΩ/m). Strömmen genom belastningen är vid normal drift 60 A. Vid ett tillfälle skadas kabeln så att en överledning uppstår mellan fram- och återledaren på ett visst ställe, i figuren illustrerad med R_x. Strömmen ut från spänningskällan ökar då till 135 A och spänningen över belastningsresistansen R_L sjunker till 396 V.

   (a) Hur långt från spänningskällan uppstår skadan ?

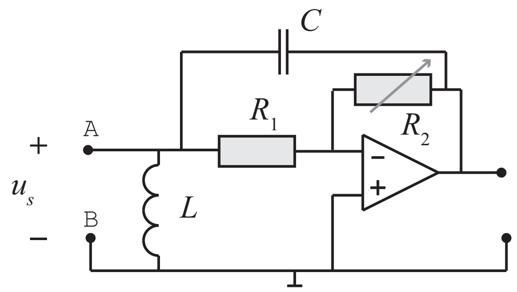
   (b) Hur stor är överledningsresistansen R_x ?



Figur 2: Krets med lång ledning

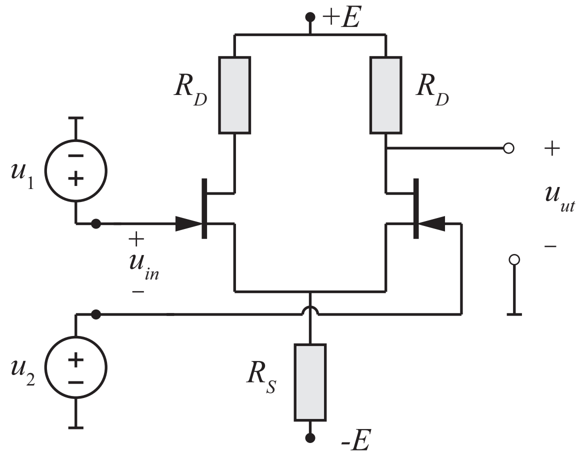
3. Mellan polerna A och B utgör kretsen i figur 3 en resonanskrets. Bestäm de gränser mellan vilka resonansvinkelfrekvensen kan variera då R_2 varierar mellan 10 kΩ och 100 kΩ. Kretsen drivs med en sinusformad signalkälla u_s som kopplas in mellan polerna A och B. Antag ideal operationsförstärkare.

$R_1 = 10$ kΩ $\quad C = 50$ pF $\quad L = 100$ μH



Figur 3: Resonanskrets

4. Beräkna $CMRR$[1] för transistorkretsen i figur 4. För transistorerna som är lika gäller $g_m = 4.0 \cdot 10^{-3}$ A/V. $R_D = 6.8$ kΩ och $R_S = 18$ kΩ.



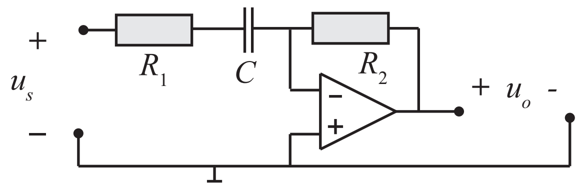
Figur 4: Differentialförstärkare

[1]Common Mode Rejection Ratio

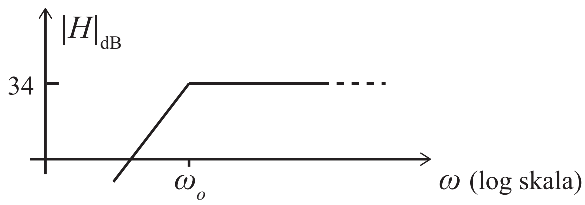
5. Frekvensfunktionen för kretsen i figur 5 kan tecknas

$$H(j\omega) = \frac{U_0(j\omega)}{U_S(j\omega)}$$

med hjälp av $j\omega$-metoden. En skiss av frekvensfunktionens bodediagram visas i figur 6. Lutningen på kurvan för frekvenser $\omega < \omega_o$ är 20dB/dekad. $\omega_o = 500$ rad/s. Beräkna värdet på resistanserna R_1 och R_2 givet att $C = 1.0\ \mu$F. Antag ideal operationsförstärkare.



Figur 5: Operationsförstärkarkrets



Figur 6: Asymptotiskt Bodediagram

6. En förstärkare med förstärkningen (överföringsfunktionen)

$$F(s) = \frac{F_o}{(1+\frac{s}{\omega_1})(1+\frac{s}{\omega_2})}$$

återkopplas rent resistivt. Återkopplingsgraden väljs så att den återkopplade förstärkarens stigtid blir så kort som möjligt utan att stegfunktionssvaret får en översväng.

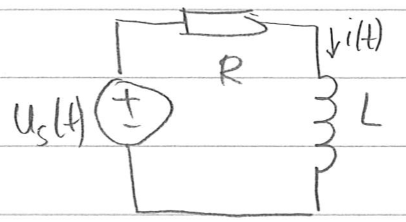
$$\omega_1 = 3.0\pi \cdot 10^6 \text{ rad/s} \quad \omega_2 = 5.0\pi \cdot 10^6 \text{ rad/s} \quad F_o = -80 \text{ ggr}$$

Beräkna följande hos den återkopplade förstärkaren

(a) Övre brytvinkelfrekvens
(b) Stigtid
(c) Maximal förstärkning

Elektriska Nät & System
ess116 , F2 2018-04-06

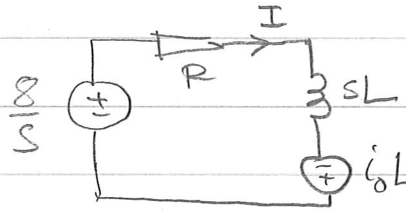
1.



$R = 4{,}0\,\Omega$
$L = 2{,}0\,H$
$i_0 = i(0) = 3{,}0\,A$

$$u_s(t) = \begin{cases} 0 & , t < 0 \\ 8{,}0\,V & , t \geq 0 \end{cases}$$

Laplacetransf.



KVL: $-\frac{8}{s} + I(R+sL) - i_0 L = 0$

$$I = \frac{\frac{8}{s} + i_0 L}{R+sL} = \frac{8 + s i_0 L}{s(R+sL)} = \frac{8+s6}{s(4+s2)}$$

$$I = \frac{4+s3}{s(s+2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+2}$$

$4 + s3 = A(s+2) + Bs$ $\quad s^0:\ 4 = 2A \Rightarrow A = 2$
$\quad s^1:\ 3 = A + B \Rightarrow B = 1$

$$I = \frac{2}{s} + \frac{1}{s+2}$$

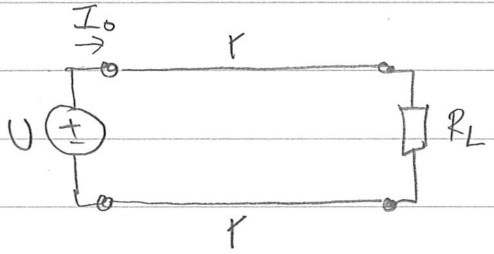
$$i(t) = \mathcal{L}^{-1}\{I\} = 2 + e^{-2t} \quad ; t \geq 0$$

Kontroll $\quad i(0) = 2 + 1 = 3 \quad$ OK

$\quad i(t)\big|_{t\to\infty} = 2 = \frac{8}{R} = \frac{8}{4} \quad$ OK

ess116
2018-04-06

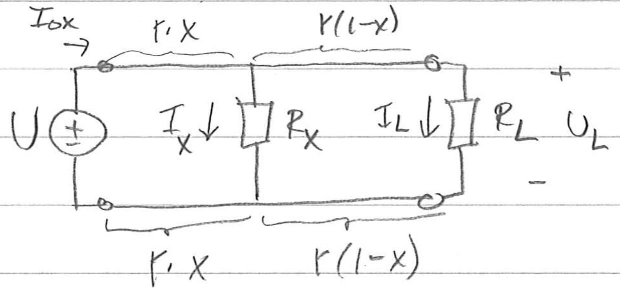
2.



$I_0 = 60A$
$r = 0{,}5\,\Omega$
$U = 500\,V$

$$U = I_0(2r + R_L) \quad ; \quad \frac{U}{I_0} - 2r = R_L$$

$$R_L = \frac{500}{60} - 1 = \frac{50-6}{6} = \frac{44}{6} \approx 7{,}33\,\Omega$$



$0 < x < 1$
$U_L = 396\,V$
$I_{0x} = 135\,A$

$$I_L = \frac{U_L}{R_L} = \frac{396 \cdot 6}{44} = 54\,A$$

$$I_x = I_{0x} - I_L = 135 - 54 = 81\,A$$

KVL: $U = I_{0x} \cdot 2rx + I_L \cdot 2r(1-x) + U_L$

$$U - U_L - I_L \cdot 2r = x(2rI_{0x} - I_L \cdot 2r)$$

$$x = \frac{U - U_L - I_L \cdot 2r}{2r(I_{0x} - I_L)} = \frac{500 - 396 - 54}{135 - 54} = \frac{50}{81}$$

KVL: $U = I_{0x} \cdot 2rx + R_x \cdot I_x$

$$\Rightarrow R_x = \frac{U - I_{0x} \cdot 2rx}{I_x} = \frac{500 - 135 \cdot \frac{50}{81}}{81} \approx 5{,}14\,\Omega$$

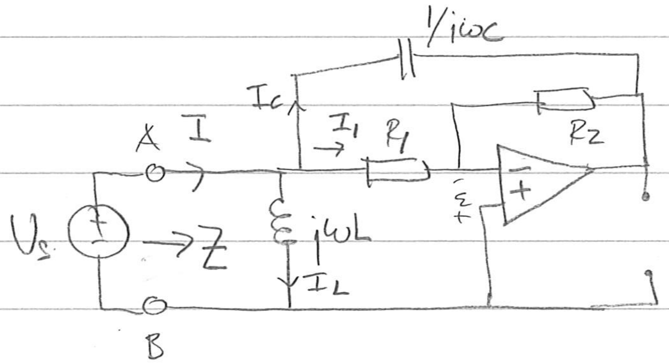
Svar: a) $x \cdot l = \frac{50}{81} \cdot 500 = 309\,m$

b) $R_x = 5{,}14\,\Omega$

ess 116
2018-04-06

3.

$j\omega$ - transformera



$R_1 = 10\ k\Omega$

$C = 50\ pF$

$L = 100\ \mu H$

Ideal op.förstr. } $i_{op}=0$
Neg. återkoppl. } $\varepsilon = 0$

$$Z = \frac{U_s}{I} \quad \text{alt.} \quad Y = \frac{1}{Z} = \frac{I}{U_s}$$

KCL $\quad I = I_1 + I_L + I_C = \frac{U_s}{R_1} + \frac{U_s}{j\omega L} + I_C$

$$I_C \frac{1}{j\omega C} = I_1 (R_1 + R_2) \Rightarrow I_C = j\omega C\, I_1 (R_1 + R_2) =$$

$$= j\omega C \cdot \frac{U_s}{R_1}(R_1 + R_2)$$

$$I = U_s \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega L} + \frac{j\omega C (R_1 + R_2)}{R_1} \right)$$

$$Y = \frac{I}{U_s} \left(\frac{1}{R_1} + j \left(\frac{\omega C (R_1 + R_2)}{R_1} - \frac{1}{\omega L} \right) \right)$$

Resonans: $\mathrm{Im}\{Y\} = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{R_1}{LC(R_1 + R_2)} \doteq \omega_0^2$

$R_2 = 10\ k\Omega \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{10}{100 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot 10^{-12} (10+10)}} = 10 \cdot 10^6$ rad/s

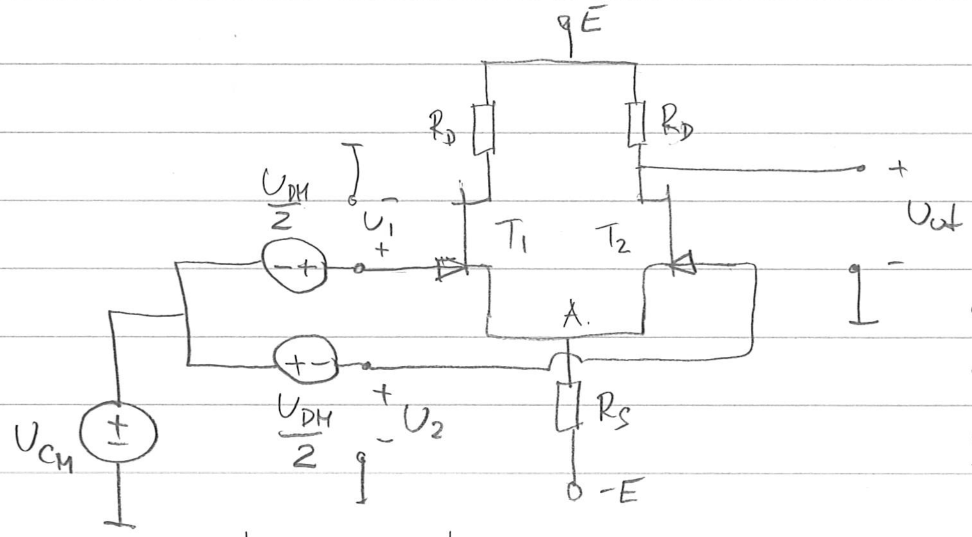
$R_2 = 100\ k\Omega \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{10}{100 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot 10^{-12} (100+10)}} = 4{,}26 \cdot 10^6$ rad/s

Svar: $4{,}26 < \omega_0 < 10$ krad/s

ess 116

2018-04-06

(4.)



$g_m = 4{,}0$ mA/V

$R_D = 6{,}8$ kΩ

$R_S = 18$ kΩ

$CMRR = \left| A_{DM} / A_{CM} \right|$ (småsignalberäkning)

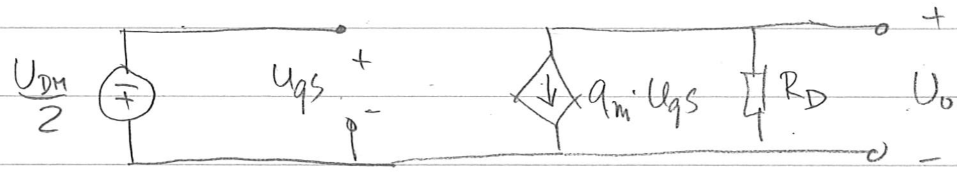
□ $A_{DM} = \left. \frac{U_{ut}}{U_{DM}} \right|_{U_{CM}=0}$

Strömökning i T_1 ger motsvarande strömminskning i T_2

Ingen strömändring i R_S

A: virtuell jord

Högra delen av kretsen, småsignalschema



$$\left.\begin{aligned} U_{ut} &= -g_m \cdot u_{gs} \cdot R_D \\ U_{DM} &= -2 u_{gs} \end{aligned}\right\} A_{DM} = \frac{U_{ut}}{U_{DM}} = \frac{g_m R_D}{2}$$

□ $A_{CM} = \left. \frac{U_{ut}}{U_{CM}} \right|_{U_{DM}=0}$

Samma strömändringar i T_1 och T_2 ger "dubbel" strömförändring i R_S

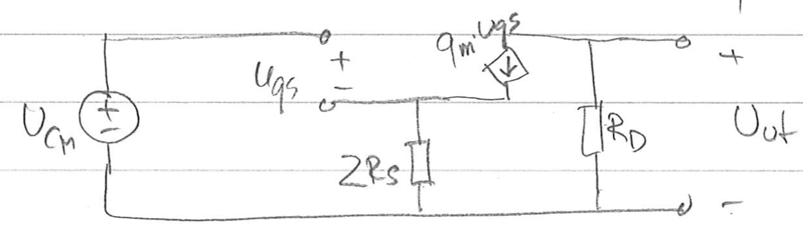
/forts

ess116
2018-04-06

/forts (4)

Högra delen av kretsen, småsignalschema

Notera kompensering för strömändring genom T_1 : $R_s \to 2R_s$



$$\left.\begin{aligned} U_{ut} &= -g_m u_{gs} \cdot R_D \\ U_{CM} &= u_{gs} + g_m u_{gs} \cdot 2R_s \end{aligned}\right\} A_{CM} = \frac{U_{ut}}{U_{CM}} = -\frac{g_m R_D}{1 + g_m \cdot 2R_s}$$

$$CMRR = \left|\frac{A_{DM}}{A_{CM}}\right| = \frac{g_m R_D}{2} \cdot \frac{(1 + g_m \cdot 2R_s)}{g_m \cdot R_D} =$$

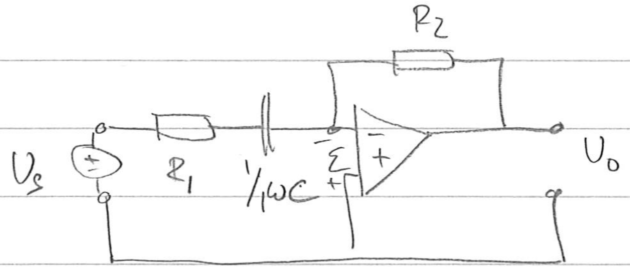
$$= \frac{1 + g_m 2R_s}{2} = \frac{1 + 4 \cdot 2 \cdot 18}{2} = 72{,}5$$

$$CMRR = 72{,}5 \mathrel{\hat{=}} 37{,}2\ \text{dB}$$

Notera:
- Övriga transistorparametrar försummas.
- Transistorerna antas vara i sitt strömområde

ess116
2018-04-06

5. $j\omega$-transformera



$C = 1{,}0\,\mu F$

$\omega_o = 500$ rad/s

Ideal op. först, Neg. återkoppl. $\Big\}$ $i_{op} = 0$, $\varepsilon = 0$

KCL: $$\frac{U_s}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{U_o}{R_2} = 0$$

$$\frac{U_o}{U_s} = -\frac{R_2}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega R_1 C}} = \left\{ \omega_u = \frac{1}{R_1 C} \right\} =$$

$$= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\omega_u}{j\omega}} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{j\omega}{j\omega + \omega_u} = H(j\omega)$$

$$|H(j\omega)| = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_u}{\omega}\right)^2}} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} \text{ då } \omega \rightarrow \infty$$

$\frac{R_2}{R_1} \hat{=} 34$ dB eller 50,1 ggr

Undre brytvinkelfrekvens när $|H(j\omega)| = \frac{|H(j\omega)|_{max}}{\sqrt{2}}$

Alltså då $\omega = \omega_u$ som är ω_o i Bodediagrammet

$$\omega_o = \frac{1}{R_1 C} \Rightarrow R_1 = \frac{1}{\omega_o C} = \frac{1}{500 \cdot 10^{-6}} = 2000\ \Omega$$

$$R_2 = 50{,}1 \cdot R_1 = 100\ k\Omega$$

Svar: $R_1 = 2{,}0\ k\Omega$, $R_2 = 100\ k\Omega$

ess116

2018-04-06

6.

$$F = \frac{F_0}{(1+s/\omega_1)(1+s/\omega_2)}$$

$\omega_1 = 3\pi \cdot 10^6$ r/s

$\omega_2 = 5\pi \cdot 10^6$ r/s

$$F_{tot} = \frac{F}{1+\beta F} = \frac{1}{\frac{1}{F}+\beta} = \frac{F_0}{(1+s/\omega_1)(1+s/\omega_2)+\beta F_0} =$$

$$= \frac{F_0}{1+\beta F_0 + s\left(\frac{1}{\omega_1}+\frac{1}{\omega_2}\right) + \frac{s^2}{\omega_1\omega_2}} =$$

$$= \frac{F_0\,\omega_1\omega_2}{s^2 + s(\omega_1+\omega_2) + (1+\beta F_0)\omega_1\omega_2}$$

Poler:

$$s_{1,2} = -\frac{(\omega_1+\omega_2)}{2} \pm \sqrt{\underbrace{\frac{(\omega_1+\omega_2)^2}{4} - (1+\beta F_0)\omega_1\omega_2}_{=0}}$$

min stigtid

ej översväng i stegsvar

$$F_{tot} = \frac{F_0\,\omega_1\omega_2}{\left(s+\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\right)^2} = \frac{F_0\,\omega_1\omega_2}{(s+\omega_ö)^2}$$

a) $$\omega_{ö tot} = \omega_ö\sqrt{2^{1/n}-1} = \{n=2\} = \frac{\omega_1+\omega_2}{2}\sqrt{2^{1/2}-1} =$$

$$= 2{,}57\,\pi \cdot 10^6 \text{ r/s}$$

b) $$t_{r tot} \approx \frac{2{,}2}{\omega_{ö tot}} = \ldots = 0{,}27\,\mu s$$

c) $$\max|F_{tot}| = |F_{tot}|_{\substack{s=j\omega\\ \omega\to 0}} = \left|\frac{F_0\,\omega_1\omega_2 \cdot 4}{(\omega_1+\omega_2)^2}\right| = \underline{\underline{75}} \text{ ggr}$$