Tentamen
ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

8 januari 2018 kl. 14.00-18.00 sal: M

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Onsdag 24 januari kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311. Plan 3 i EDIT-huset (Lunnerummet), i korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte med 7 sidor)

Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

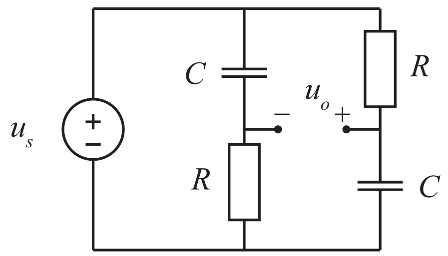
Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. Studera kretsen i figur 1. Beräkna frekvensfunktionen

$$H(j\omega) = \frac{U_0(j\omega)}{U_S(j\omega)}$$

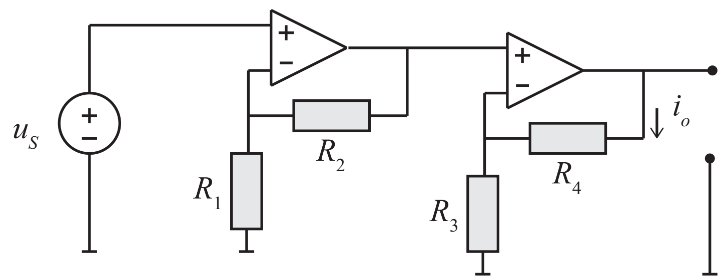
med hjälp av $j\omega$-metoden. Gör en skiss (rita diagram) av $|H(j\omega)|$ som funktion av ω. $R = 1.0$ kΩ och $C = 1.0$ μF.



Figur 1: RC-krets

2. Beräkna värdet på strömmen i_o som den är angiven i kretsen i figur 2 då inspänningen $u_s = 20$ mV. Antag ideala operationsförstärkare.

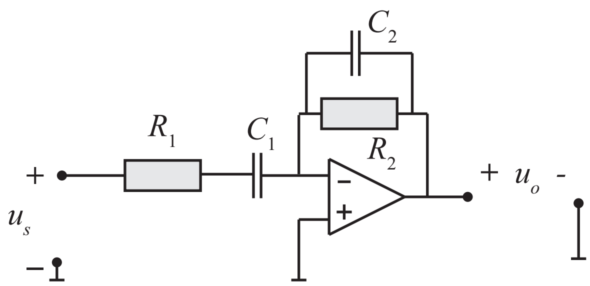
$$R_1 = 3.0 \text{ k}\Omega \qquad R_2 = 12 \text{ k}\Omega \qquad R_3 = 4.0 \text{ k}\Omega \qquad R_4 = 10 \text{ k}\Omega$$



Figur 2: Operationsförstäkarkrets

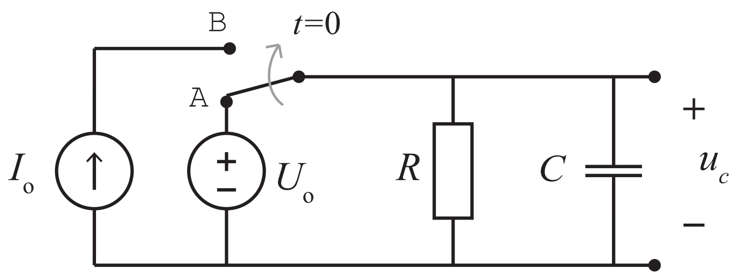
3. Beräkna stigtiden och pulsfallet i % för den totala förstärkare som består av två kaskadkopplade förstärkare enligt figur 3. Pulslängden är 600 μs. Antag ideala operationsförstärkare.

$R_1 = 4.7$ kΩ	$C_1 = 2.2$ μF
$R_2 = 82$ kΩ	$C_2 = 150$ pF



Figur 3: Förstärkare

4. Studera kretsen i figur 4. Brytaren har varit i läge `A` under lång tid men vid tidpunkten $t = 0$ slås den snabbt över till läge `B`. Beräkna späningen $u_c(t)$ för $t > 0$. I_o och U_o är konstanter.

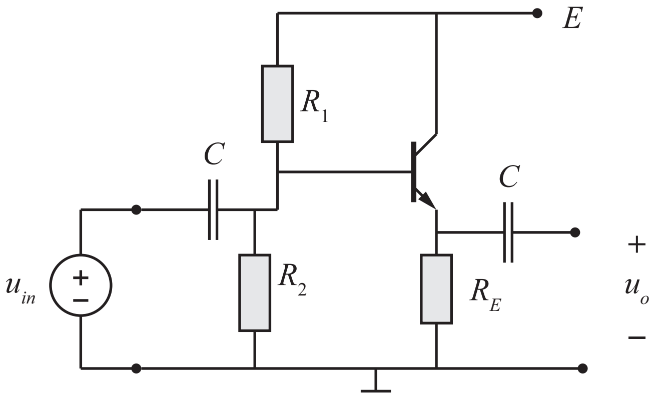


Figur 4: RC-krets med två källor

5. Transistorkretsen i figur 5 kallas för en emitterföljare eller spänningsföljare. Utsignalen tas då vid transistorns emitter. Beräkna förstärkningen u_o/u_{in} samt inresistansen till transistorförstärkaren. Reaktansen från kapacitansen, $X_C = \frac{1}{\omega C}$, kan försummas vid aktuella signalfrekvenser.

   $R_1 = 15$ kΩ $\qquad R_2 = 12$ kΩ $\qquad R_E = 2.2$ kΩ $\qquad E = 20$ V

   För transistorn gäller: h_{fe}=300, $h_{ie} = 1.0$ kΩ och $1/h_{oe} = 5.0$ kΩ.



Figur 5: Transistorkrets

6. En förstärkare med förstärkningen (överföringsfunktionen)

$$F(s) = \frac{10^3}{(1+\frac{s}{\omega_1})(1+\frac{s}{\omega_2})^2}$$

   återkopplas rent resistivt. För vilket värde på återkopplingsfaktorn β erhålls en amplitudmarginal på 20 dB ?

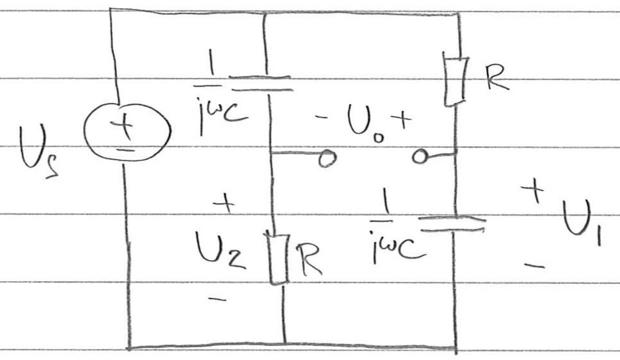
   $\omega_1 = 1.0 \cdot 10^3$ rad/s
   $\omega_2 = 1.0 \cdot 10^5$ rad/s

Elektriska Nät och System, F2

ess116 2018-01-08

1.

jω-transformera



Sp. delning

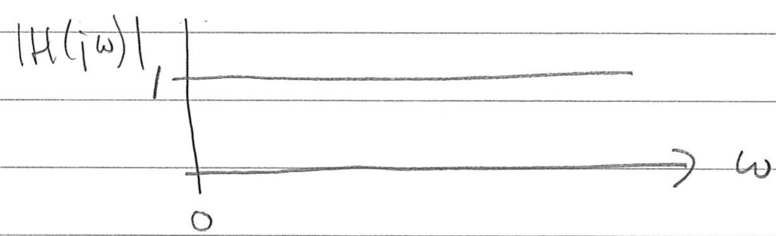
$$U_2 = U_s \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = U_s \cdot \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

$$U_1 = U_s \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = U_s \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$U_0 = U_1 - U_2 = \frac{U_s}{1 + j\omega RC}(1 - j\omega RC)$$

$$\frac{U_0}{U_s} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + j\omega RC} = H(j\omega)$$

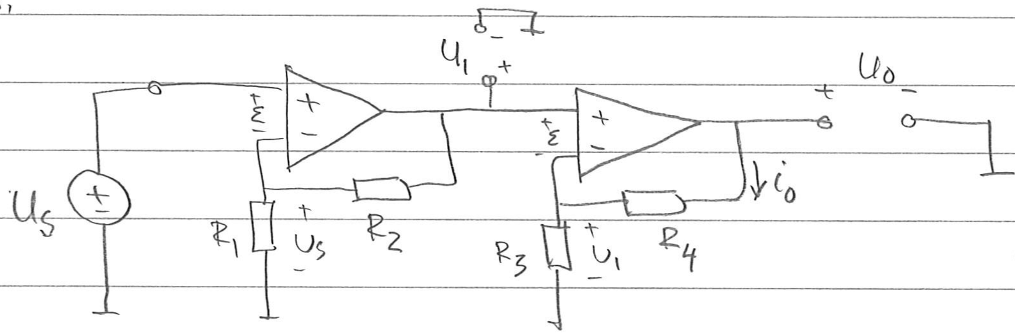
$$|H(j\omega)| = \frac{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} = 1$$



ess116

2018-01-08

2.



$U_s = 20\,mV$

$R_1 = 3{,}0\ k\Omega$

$R_2 = 12\ k\Omega$

$R_3 = 4{,}0\ k\Omega$

$R_4 = 10\ k\Omega$

Ideala op. först.
Neg. återkoppling $\Rightarrow$ $\varepsilon = 0$, $i_{op} = 0$

Sp. delning

$$U_S = U_1 \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

$$U_1 = U_0 \frac{R_3}{R_3+R_4}$$

$$U_s = U_0 \frac{R_1}{R_1+R_2} \cdot \frac{R_3}{R_3+R_4}$$

$$U_0 = U_s \cdot \frac{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}{R_1 R_3}$$

$$i_0 = \frac{U_0}{R_3+R_4} \left(= \frac{U_1}{R_3} \right) =$$

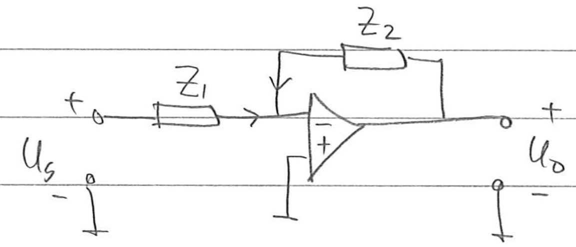
$$= U_s \cdot \frac{R_1+R_2}{R_1 R_3} = 20 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{3+12}{3 \cdot 4} \cdot 10^{-3} =$$

$$= \frac{20 \cdot 15}{12} \cdot 10^{-6} = 25 \cdot 10^{-6}\ A = \underline{25\ \mu A}$$

ess116

2018-01-08

3.



$R_1 = 4{,}7\ k\Omega$

$R_2 = 82\ k\Omega$

$C_1 = 2{,}2\ \mu F$

$C_2 = 150\ pF$

Ideal op. först.
Neg. återkoppl. $\Rightarrow$ $\varepsilon = 0$, $i_{op} = 0$

$\Delta t = 600\ \mu s$

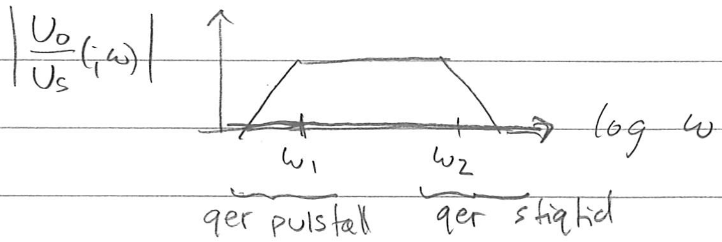
KCL: $\dfrac{U_s}{Z_1} + \dfrac{U_o}{Z_2} = 0 \qquad \dfrac{U_o}{U_s} = -\dfrac{Z_2}{Z_1}$

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{sC_1} = \frac{1+sR_1C_1}{sC_1} \; ; \; Z_2 = \frac{R_2 \cdot 1/sC_2}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} = \frac{R_2}{1+sR_2C_2}$$

$$\frac{U_o}{U_s} = -\frac{sR_2C_1}{(1+sR_1C_1)(1+sR_2C_2)} = -\frac{sR_2C_1}{\left(1+\frac{s}{\omega_1}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_2}\right)}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{R_1C_1} \approx 96{,}7\ \text{rad/s} \; ; \; \omega_2 = \frac{1}{R_2C_2} \approx 81{,}3 \cdot 10^3\ \text{rad/s}$$

$\omega_1 \ll \omega_2$



Stigtid: Ett steg $t_r = \dfrac{2{,}2}{\omega_2}$

Två steg $t_{rtot} \approx 1{,}1\sqrt{2 \cdot t_r^2} = 1{,}1\sqrt{2} \cdot t_r = \ldots = 42\ \mu s$

[Alt: $\omega_{ötot} = \omega_2\sqrt{2^{1/2}-1}$; $t_{rtot} = \dfrac{2{,}2}{\omega_{ötot}} = \ldots = 42\ \mu s$

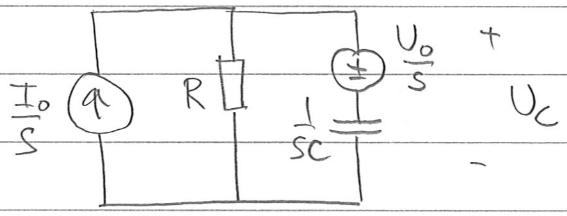
Pulsfall: Ett steg $P_1 = \Delta t \cdot \omega_1 = 600 \cdot 10^{-6} \cdot \omega_1 = 0{,}058 \;\hat{=}\; 5{,}8\ \%$

Två steg $P_{tot} = 2 \cdot P_1 = 11{,}6\ \%$

ess116
2018-01-08

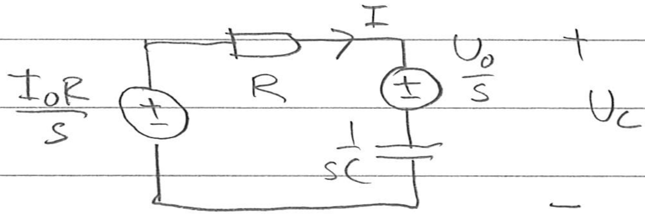
4. $t < 0 \Rightarrow u_c(t) = U_0$ (beg. spänning)

$t \geq 0$



Laplacetransf.

Norton → Thevenin



$$I = \frac{\frac{I_0 R}{s} - \frac{U_0}{s}}{R + \frac{1}{sC}}$$

$$U_C = \frac{U_0}{s} + I \cdot \frac{1}{sC} = \frac{U_0}{s} + \frac{1}{s}\left(\frac{I_0 R - U_0}{1 + sRC}\right)$$

tät $I_0 R - U_0 = \hat{U}$

Partialbråksuppdela $\frac{1}{s} \cdot \frac{\hat{U}}{1+sRC} = \frac{A}{s} + \frac{B}{1+sRC}$

$\hat{U} = A(1+sRC) + Bs \qquad s = 0 \Rightarrow A = \hat{U}$

$s = -\frac{1}{RC} \Rightarrow \hat{U} = -\frac{B}{RC} \Rightarrow B = -RC\hat{U}$

$$U_C = \frac{U_0}{s} + \frac{I_0 R - U_0}{s} - \frac{RC(I_0 R - U_0)}{1 + sRC} =$$

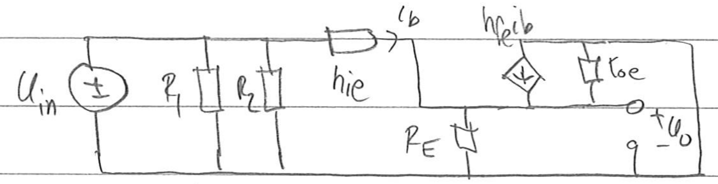
$$= \frac{I_0 R}{s} - RC(I_0 R - U_0) \cdot \frac{1}{1+sRC} =$$

$$= \frac{I_0 R}{s} - (I_0 R - U_0)\frac{1}{s + \frac{1}{RC}}$$; Inv. Laplace ger

$$u_c(t) = I_0 R - (I_0 R - U_0) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}, \quad t > 0$$

ess116
2018-01-08

5, Småsignalschema



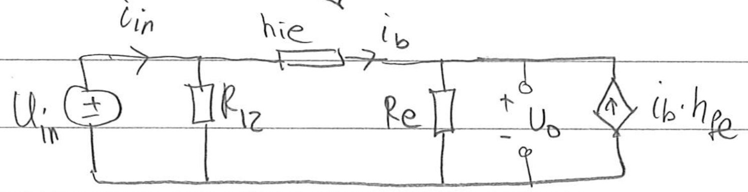
$r_{oe} = \frac{1}{h_{oe}} = 5{,}0\ k\Omega$

$h_{ie} = 1{,}0\ k\Omega \quad h_{fe} = 300$

$R_1 = 15\ k\Omega,\ R_2 = 12\ k\Omega$

$R_E = 2{,}2\ k\Omega$

$R_1 // R_2 = R_{12} \qquad R_E // r_{oe} = R_e$



$$\begin{cases} U_o = i_b(1+h_{fe}) \cdot R_e \\ U_{in} = i_b \cdot h_{ie} + U_o \end{cases} \Rightarrow i_b = \frac{U_o}{(1+h_{fe})R_e}$$

$$U_{in} = U_o\left(\frac{h_{ie}}{(1+h_{fe})R_e} + 1\right) = U_o \frac{h_{ie} + (1+h_{fe})R_e}{(1+h_{fe})R_e} = \left\{ R_e = \frac{R_E \cdot r_{oe}}{R_E + r_{oe}} \right\}$$

$$\frac{U_o}{U_{in}} = \frac{(1+h_{fe})R_e}{h_{ie} + (1+h_{fe})R_e} = \frac{1}{1 + \frac{h_{ie}}{(1+h_{fe})R_e}} = \frac{1}{1 + \frac{h_{ie}\,(R_E + r_{oe})}{(1+h_{fe})R_E \cdot r_{oe}}}$$

$$\frac{U_o}{U_{in}} = \frac{1}{1 + \frac{1\,(2{,}2+5)}{301 \cdot 2{,}2 \cdot 5}} = \underline{0{,}998}$$

$$R_{in} = \frac{U_{in}}{i_{in}} \; ; \; i_{in} = \frac{U_{in}}{R_{12}} + i_b$$

$$U_{in} = i_b h_{ie} + i_b(1+h_{fe})R_e$$

$$\Rightarrow i_b = \frac{U_{in}}{h_{ie} + (1+h_{fe})R_e}$$

$$i_{in} = \frac{U_{in}}{R_{12}} + \frac{U_{in}}{h_{ie} + (1+h_{fe})R_e}$$

$$\frac{1}{R_{in}} = \frac{i_{in}}{U_{in}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{h_{ie} + (1+h_{fe})R_e}$$

$$R_{in} = \frac{R_{12}\,(h_{ie} + (1+h_{fe})R_e)}{R_{12} + h_{ie} + (1+h_{fe})R_e} =$$

$$= \ldots = 6{,}6\ k\Omega$$

ess116
2018-01-08

6. $F(s) = \dfrac{10^3}{\left(1+\frac{s}{\omega_1}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_2}\right)^2}$ $\qquad \omega_1 = 10^3$ rad/s
$\omega_2 = 10^5$ rad/s

$s = j\omega$

$$F(j\omega) = \frac{10^3}{\left(1+j\frac{\omega}{\omega_1}\right)\left(1+j\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}$$

Amplitudmarginal: $G_M = -20\log|\beta F|$ vid $\omega = \omega_\phi$

$\omega = \omega_\phi$ den vinkelfrekvens där $\arg\{\beta F(j\omega)\} = -180^\circ$

$$\arg\{\beta F\} = \arg\{F\} = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right) - 2\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)$$

Notera: $\omega_2 \gg \omega_1$ så vid $\omega = \omega_2$ är

$$\arg\{\beta F\} = \underbrace{-\arctan\left\{\frac{\omega_2}{\omega_1}\right\}}_{\substack{\approx -90^\circ \\ [89{,}4^\circ]}} \underbrace{-2\arctan\left\{\frac{\omega_2}{\omega_2}\right\}}_{-90^\circ} \approx -180^\circ$$

$G_M = 20\text{ dB} \mathrel{\hat{=}} 10$ ggr $\Rightarrow |\beta F| = \frac{1}{10}$ vid $\omega = \omega_2$

$$|F(j\omega)|_{\omega=\omega_2} = \frac{10^3}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2}\left(1+\left(\frac{\omega_2}{\omega_2}\right)^2\right)} = \frac{10^3}{100\cdot 2} = 5$$

$$\beta = \frac{1}{|F|\cdot 10} = \frac{1}{5\cdot 10} \approx 0{,}02 \qquad \hat{=}\ -34\text{ dB}$$