Tentamen
ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

18 augusti 2017 kl. 14.00-18.00 sal: M

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Onsdag 30 augusti kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), i korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte med 7 sidor)

Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

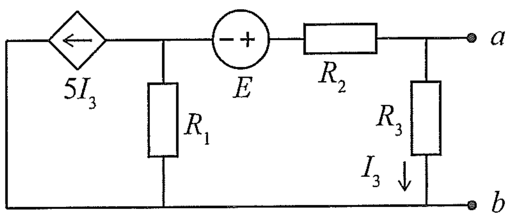
Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. Studera kretsen i figur 1. Beräkna Nortons ekvivalenta tvåpol för kretsen med avseende på polerna a och b.

$R_1 = 1.0$ kΩ $\quad R_2 = 2.0$ kΩ $\quad R_3 = 4.0$ kΩ

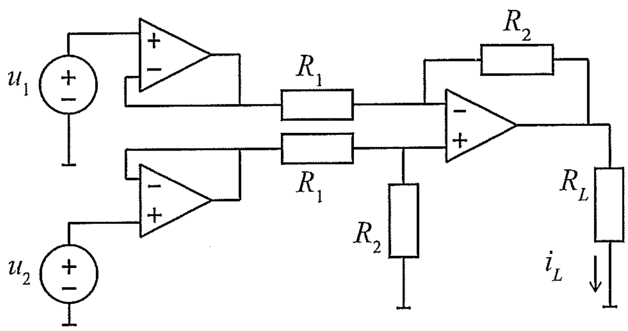
$E = 18.0$ V



Figur 1: Tvåpol

2. Utgå igrån kretsen i figur 2. Vilket värde får strömmen i_L då spänningsskillnaden $u_2 - u_1 = 2.0$ V ? Antag ideala operationsförstärkare.

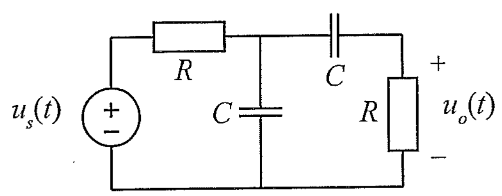
$R_1 = 20$ kΩ $\quad R_L = 10$ kΩ $\quad R_2 = 40$ kΩ



Figur 2: Operationsförstäkarkrets

3. En passiv RC-krets enligt figur 3 realiserar ett bandpassfilter med $u_s(t)$ som insignal och $u_o(t)$ som utsignal. Beräkna filtrets centerfrekvens och bandbredd.

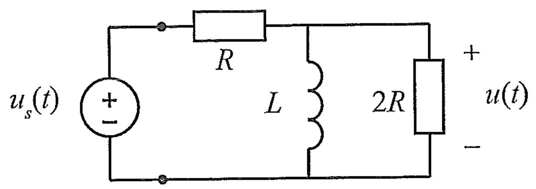
$R = 10$ kΩ $\qquad\qquad C = 0.20$ μF



Figur 3: Bandpassfilter

4. Beräkna spänningen $u(t)$ i kretsen som visas i figur 4. Kretsen saknar begynnelseenergi. (Enhetssteget tecknas med $\theta(t)$.)

$$u_s(t) = \frac{15}{2}\, e^{-2t}\theta(t) \text{ V}$$
$$R = 1.0\ \Omega$$
$$L = 2.0 \text{ H}$$



Figur 4: RL-krets

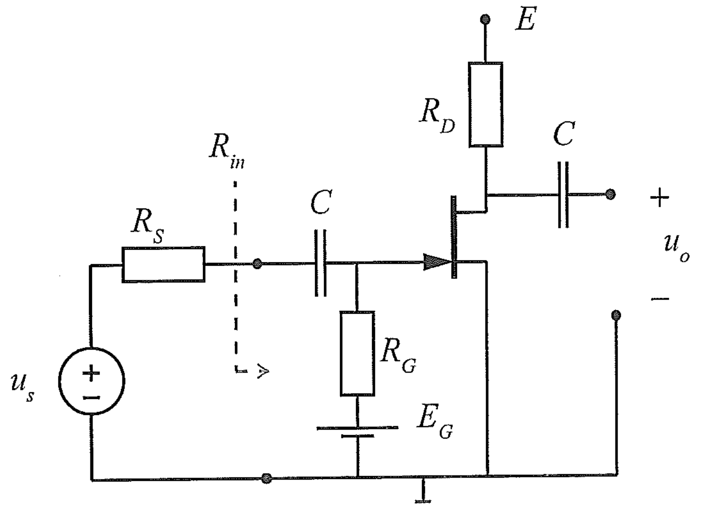
5. Beräkna spänningsförstärkningen $\frac{u_O}{u_s}$ hos förstärkaren i figur 5.
Beräkna även förstärkarens inresistans R_{in} som den är angiven i figuren.
Reaktansen från kapacitansen, $X_C = \frac{1}{\omega C}$, kan försummas vid aktuella signalfrekvenser.

$R_S = 10\ \text{k}\Omega$ $\quad R_D = 2.0\ \text{k}\Omega$ $\quad R_G = 100\ \text{k}\Omega$

$E = 15.0\ \text{V}$ $\quad E_G = -1.0\ \text{V}$

För transistorn gäller

$I_{DSS} = 5.0\ \text{mA}$ $\quad U_P = -3.0\ \text{V}$



Figur 5: JFET förstärkare

6. Betrakta operationsförstärkarkretsen i figur 6.

   (a) Beräkna förstärkarkretsens överföringsfunktion

   $$H(s) = \frac{U_o(s)}{U_s(s)}$$

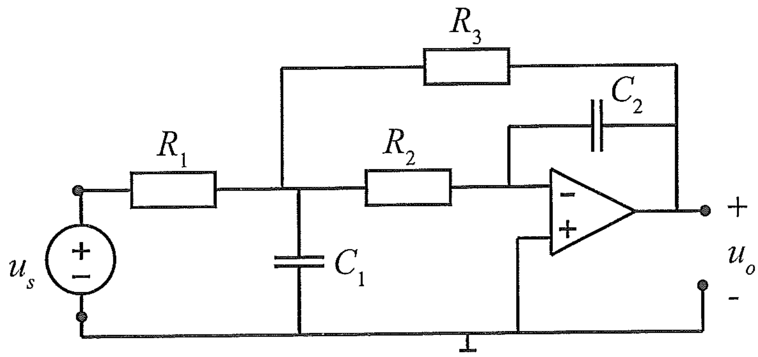
   utan att sätta in några numeriska värden.

   (b) Beräkna värdet på C_2 så att förstärkarens stegsvar blir så snabbt som möjligt utan att stegsvaret får översväng.

   (c) Vilken stigtid får förstärkaren?

$$R_1 = R_2 = R_3 = 5.0\ \mathrm{k}\Omega$$
$$C_1 = 0.15\ \mu\mathrm{F}$$

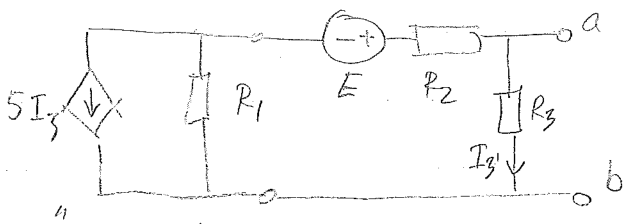
Antag ideal operationsförstärkare.



Figur 6: Förstärkarkrets

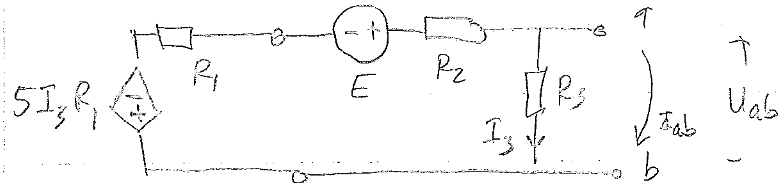
ess116 , F2
2017-08-18

1.



$R_1 = 1{,}0\ k\Omega$
$R_2 = 2{,}0\ k\Omega$
$R_3 = 4{,}0\ k\Omega$
$E = 18\ V$

"Thevenin"



▫ Tomgångsspänning : U_{ab}

$$\text{KVL:} \begin{cases} +5I_3R_1 + I_3(R_1+R_2) - E + U_{ab} = 0 \\ U_{ab} = I_3 R_3 \end{cases}$$

$$U_{ab} + I_3(R_1+R_2+5R_1) = E$$

$$U_{ab}\left(1 + \frac{R_1+R_2+5R_1}{R_3}\right) = E$$

$$U_{ab} = \frac{E}{1+\frac{1}{R_3}(R_2+6R_1)} = \frac{18}{1+\frac{1}{4}(2+6)} = 6\ V$$

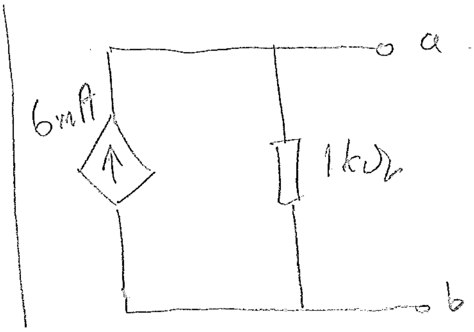
▫ Kortslutningsström : I_{ab} $\quad (U_{ab}=0\ , I_3=0)$

$$I_{ab}(R_1+R_2) - E = 0 \quad \text{(KVL)}$$

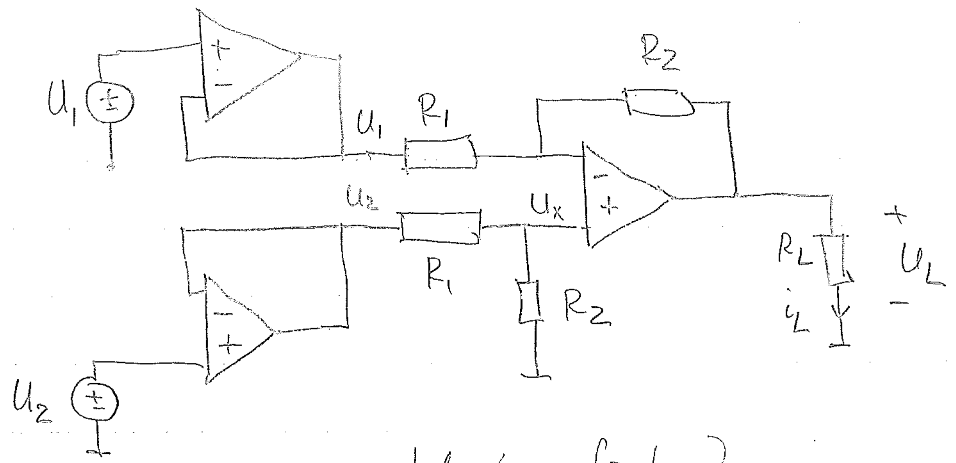
$$I_{ab} = \frac{E}{R_1+R_2} = \frac{18}{1+2}\cdot 10^{-3} = \dots = 6\ mA$$

▫ Ekv. resistans

$$R_0 = \frac{U_{ab}}{I_{ab}} = \frac{6}{6\cdot 10^{-3}} = 1{,}0\ k\Omega$$



2.



Ideala op. först } $\forall\ \varepsilon = 0\ ,\ i_{op} = 0$
Neg. återkoppl. }

KCL:

$$\begin{cases} \frac{u_1 - u_x}{R_1} + \frac{U_L - U_x}{R_2} = 0 \Rightarrow \frac{u_1}{R_1} + \frac{U_L}{R_2} = u_x\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \\ u_x = U_2 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \end{cases}$$

$$\frac{u_1}{R_1} + \frac{U_L}{R_2} = U_2 \frac{\cancel{R_2}}{\cancel{R_1 + R_2}}\left(\frac{\cancel{R_2 + R_1}}{R_1 \cancel{R_2}}\right)$$

$$\frac{u_1}{R_1} - \frac{u_2}{R_1} = -\frac{U_L}{R_2} \Rightarrow u_2 - u_1 = U_L \frac{R_1}{R_2}$$

$$U_L = R_L \cdot i_L$$

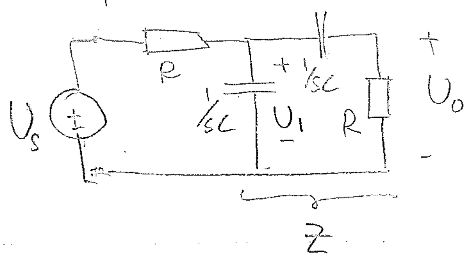
$$u_2 - u_1 = R_L \cdot i_L \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

$$i_L = (u_2 - u_1) \cdot \frac{R_2}{R_L \cdot R_1} = \text{''} = 2{,}0 \cdot \frac{40}{10 \cdot 20} \cdot 10^{-3}$$

$$i_L = 0{,}4 \text{ mA}$$

Laplace

3.



$R = 10 \text{ k}\Omega$

$C = 0{,}20 \, \mu F$

$$Z = \frac{\frac{1}{sC}\left(R + \frac{1}{sC}\right)}{\frac{1}{sC} + R + \frac{1}{sC}} = \frac{R + \frac{1}{sC}}{2 + sRC}$$

$$U_o = U_1 \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} = U_1 \frac{sRC}{1 + sRC}$$ Sp. delning

$$U_1 = U_s \frac{Z}{R + Z} = U_s \cdot \frac{1}{1 + \frac{R}{Z}} = U_s \cdot \frac{1}{1 + \frac{R(2 + sRC)}{R + \frac{1}{sC}}}$$

$$\frac{U_o(1 + sRC)}{sRC} = U_s \cdot \frac{R + \frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC} + R(2 + sRC)}$$

$$\frac{U_o}{U_s} = \frac{(1 + sRC) \cdot R}{(1 + sRC)\left(R + \frac{1}{sC} + 2R + sR^2C\right)}$$

$$= \frac{sRC}{1 + sRC + 2sRC + s^2R^2C^2} =$$

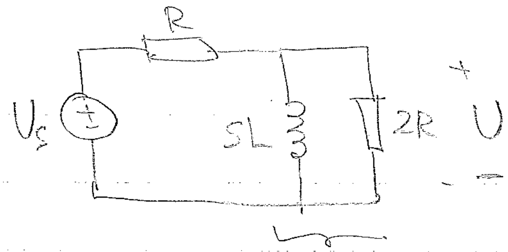
$$= \frac{s/RC}{s^2 + s\,3/RC + \frac{1}{(RC)^2}} = \frac{sA}{s^2 + Bs + \omega_0^2}$$

Bandbredd: $B = \frac{3}{RC} = 1500 \text{ r/s}$

Centerfrekv. $\omega_0 = \frac{1}{RC} = 500 \text{ r/s}$

Laplace

4.



$$u_s(t) = \frac{15}{2} e^{-2t}\,\theta(t)$$

$$\mathcal{L}\{u_s(t)\} = U_s = \frac{15}{2} \cdot \frac{1}{s+2}$$

$R = 1\ \Omega$

$L = 2\ H$

$$Z = \frac{sL \cdot 2R}{sL + 2R}$$

$$U = U_s \cdot \frac{Z}{Z+R} = U_s \cdot \frac{1}{1 + \frac{R}{Z}} = U_s \cdot \frac{1}{1 + \frac{R(sL+2R)}{s2RL}} =$$

$$= U_s \cdot \frac{s\,2RL}{s\,2RL + s\,RL + 2R^2} = U_s \cdot \frac{2 \cdot s}{3s + 2\frac{R}{L}} =$$

$$= U_s \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{s}{s + \frac{2}{3}\frac{R}{L}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{2} \cdot \frac{s}{(s+\frac{1}{3})(s+2)}$$

P.B.U. $$5\,\frac{s}{(s+\frac{1}{3})(s+2)} = \frac{A}{s+\frac{1}{3}} + \frac{B}{s+2}$$

$$\Rightarrow A = 5\,\frac{(-\frac{1}{3})}{(-\frac{1}{3}+2)} = -\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5} = -1$$

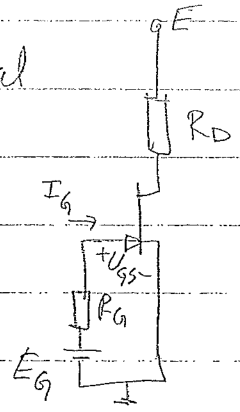
$$B = 5 \cdot \frac{(-2)}{-2+\frac{1}{3}} = 5 \cdot \frac{(-2)3}{(-5)} = 6$$

$$U(s) = \frac{6}{s+2} - \frac{1}{s+\frac{1}{3}}$$

Svar: $u(t) = 6e^{-2t} - e^{-\frac{1}{3}t}$ V, $t \geq 0$

(5)

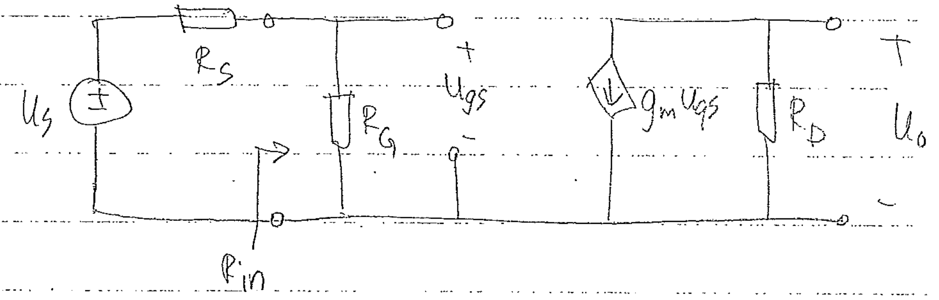
Storsignal



$I_G = 0$

$U_{GS} = E_G = -1\,V$

Småsignal



$$\begin{cases} U_{gs} = U_s \dfrac{R_G}{R_S + R_G} \Rightarrow U_s = U_{gs} \dfrac{R_S + R_G}{R_G} \\ U_o = -g_m U_{gs} R_D \end{cases}$$

$$\frac{U_o}{U_s} = -\frac{R_G}{R_S + R_G} \cdot g_m R_D$$

$$g_m = \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} = \frac{\partial}{\partial u_{GS}}\left(I_{DSS}\left(1 - \frac{U_{GS}}{U_P}\right)^2\right) = -\frac{2 I_{DSS}}{U_P}\left(1 - \frac{U_{GS}}{U_P}\right) =$$

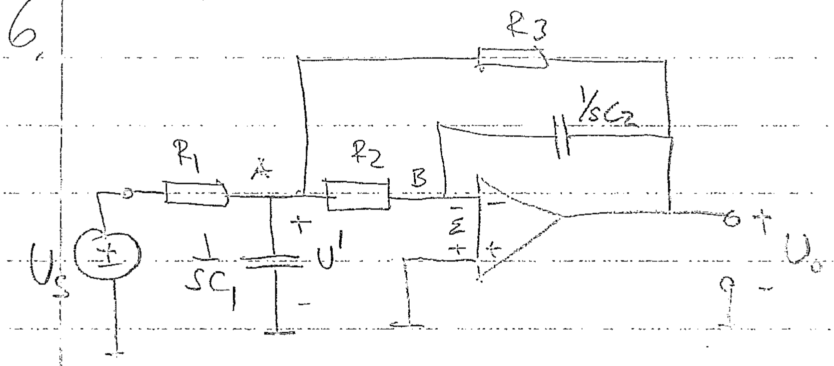
$$= -\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{-3}\left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{10}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 10^{-3} = \frac{20}{9} \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{U_o}{U_s} = -\frac{100}{10+100} \cdot \frac{20}{9} \cdot 2 = -4{,}0$$

$R_{in} = R_G$

Laplacetransf.

6.



Ideal op. först.
Neg. återkopplad
$\Rightarrow \varepsilon = 0,\; i_{op} = 0$

a/

$$KCL_A: \quad \frac{U_s - U'}{R_1} - U' \cdot sC_1 - \frac{U'}{R_2} + \frac{U_0 - U'}{R_3} = 0$$

$$KCL_B: \quad \frac{U'}{R_2} + U_0 sC_2 = 0 \qquad \Rightarrow U' = -U_0 sR_2C_2$$

$$\frac{U_s}{R_1} = U'\left(\frac{1}{R_1} + sC_1 + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) - \frac{U_0}{R_3}$$

$$\frac{U_s}{R_1} = -U_0\left(\frac{sR_2C_2}{R_1} + \frac{sR_2C_2}{R_2} + \frac{sR_2C_2}{R_3} + s^2R_2C_1C_2 + \frac{1}{R_3}\right)$$

$$U_s\frac{R_3}{R_1} = -U_0\left(s^2R_2R_3C_1C_2 + sC_2\left(\frac{R_2R_3}{R_1} + R_3 + R_2\right) + 1\right)$$

$$\frac{U_0}{U_s} = \frac{-\frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{1}{R_2R_3C_1C_2}}{s^2 + \frac{s\,C_2}{R_2R_3C_1\cancel{C_2}}\left(\frac{R_2R_3}{R_1} + R_3 + R_2\right) + \frac{1}{R_2R_3C_1C_2}}$$

$$\frac{U_0}{U_s} = -\frac{\frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_1} + \frac{1}{R_3C_1}\right) + \frac{1}{R_2R_3C_1C_2}}$$

/ forts 6

b) $R_1 = R_2 = R_3 = R = 5{,}0\ k\Omega$, $C_1 = 0{,}15\ \mu F$

$$\frac{U_0}{U_s} = -\frac{\frac{1}{R^2C_1C_2}}{s^2 + s\frac{3}{RC_1} + \frac{1}{R^2C_1C_2}}$$

Poler: $$s_{1,2} = -\frac{3}{2}\frac{1}{RC_1} \pm \underbrace{\sqrt{\left(\frac{3}{2}\frac{1}{RC_1}\right)^2 - \frac{1}{R^2C_1C_2}}}_{=0}$$

$$\frac{9}{4R^2C_1^2} = \frac{1}{R^2C_1C_2}$$ ty dubbelpol krävs

$$C_2 = \frac{4}{9}C_1 = \frac{4}{9}\cdot 0{,}15\ \mu F \approx 67\ nF$$

c) $$\frac{U_0}{U_s} = -\frac{\frac{1}{R^2C_1C_2}}{\left(s + \frac{3}{2}\frac{1}{RC_1}\right)^2} = -\frac{K}{(s+\omega_1)^2}$$

$$\omega_{\ddot{o}tot} = \omega_1\sqrt{2^{1/2}-1}$$

$$t_{r_{tot}} \approx \frac{2{,}2}{\omega_{\ddot{o}tot}} = \frac{2{,}2}{\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{RC_1}\sqrt{2^{1/2}-1}} \approx 1{,}7\ ms$$

Alt. $$t_{r_{tot}} = 1{,}1\sqrt{2t_r^2} = 1{,}1\sqrt{2\left(\frac{2{,}2}{\omega_1}\right)^2} \approx 1{,}7\ ms$$