Tentamen
ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

18 augusti 2017 kl. 14.00-18.00 sal: M

Förfrågningar: Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat: Rapporteras in i Ladok
Granskning: Onsdag 30 augusti kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311.
Plan 3 i ED-huset (Lummerummet),
i korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt an-
givet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte med 7 sidor)

Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

<table>
<thead>
<tr>
<th>Poäng</th>
<th>0-7.5</th>
<th>8-11.5</th>
<th>12-14.5</th>
<th>15-18</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Betyg</td>
<td>U</td>
<td>3</td>
<td>4</td>
<td>5</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Lycka till!

\[ R_1 = 1.0 \, \text{kΩ} \quad R_2 = 2.0 \, \text{kΩ} \quad R_3 = 4.0 \, \text{kΩ} \]
\[ E = 18.0 \, \text{V} \]

Figur 1: Tvåpol

2. Utgå igrän kretsen i figur 2. Vilket värde får strömmen $i_L$ då späningsskillnaden $u_2 - u_1 = 2.0 \, \text{V}$ ? Antag ideala operationsförstärkare.

\[ R_1 = 20 \, \text{kΩ} \quad R_L = 10 \, \text{kΩ} \quad R_2 = 40 \, \text{kΩ} \]

Figur 2: Operationsförstärkarkrets
3. En passiv $RC$-krets enligt figur 3 realiserar ett bandpassfilter med $u_a(t)$ som insignal och $u_o(t)$ som utsignal. Beräkna filtrets centerfrekvens och bandbredd.

\[ R = 10 \text{ k} \Omega \quad C = 0.20 \mu \text{F} \]

![Diagram för bandpassfilter](image1)

Figur 3: Bandpassfilter

4. Beräkna spänningen $u(t)$ i kretsen som visas i figur 4. Kretsen saknar begynnelseenergi. (Enhetssteget tecknas med $\theta(t)$.)

\[ u_a(t) = \frac{15}{2} e^{-2t} \theta(t) \text{ V} \]

\[ R = 1.0 \; \Omega \]

\[ L = 2.0 \; \text{H} \]

![Diagram för $RL$-krets](image2)

Figur 4: $RL$-krets
5. Beräkna spänningsförstärkningen $\frac{u_o}{u_i}$ hos förstärkaren i figur 5.
Beräkna även förstärkarens inresistans $R_m$, som den är angiven i figuren.
Reaktansen från kapacitansen, $X_C = \frac{1}{\omega C}$, kan försummas vid aktuella signalfrekvenser.

\[
R_S = 10 \, k\Omega \quad R_D = 2.0 \, k\Omega \quad R_G = 100 \, k\Omega \\
E = 15.0 \, V \quad E_G = -1.0 \, V
\]

För transistorn gäller

\[
I_DSS = 5.0 \, mA \quad U_P = -3.0 \, V
\]

![Diagram of JFET amplifier](image)

Figur 5: JFET förstärkare

(a) Beräkna förstärkarkretsens överföringsfunktion

\[ H(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} \]

utan att sätta in några numeriska värden.

(b) Beräkna värdet på \( C_2 \) så att förstärkarens stegsvärde blir så snabbt som möjligt utan att stegsvaret får översvärm.

(c) Vilken stigtid får förstärkaren?

\[ R_1 = R_2 = R_3 = 5.0 \, \text{kΩ} \]
\[ C_1 = 0.15 \, \text{μF} \]

Antag ideal operationsförstärkare.

\[ u_s \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \right}
1. **Tensionspåtning:** \( U_{ab} \)

KVL: \[ 5I_3R_1 + I_3 \left( R_1 + R_2 \right) - E + U_{ab} = 0 \]

\[ U_{ab} = I_3 R_3 \]

\[ U_{ab} + I_3 \left( R_1 + R_2 + 5R_1 \right) = E \]

\[ U_{ab} \left( 1 + \frac{R_1 + R_2 + 5R_1}{R_3} \right) = E \]

\[ U_{ab} = \frac{E}{1 + \frac{1}{R_3} \left( R_2 + 6R_1 \right)} = \frac{18}{1 + \frac{4}{7} \left( 2 + 6 \right)} = 6 \text{ V} \]

2. **Kretsström:** \( I_{ab} \quad \left( U_{ab} = 0 \right) \)

\[ I_{ab} \left( R_1 + R_2 \right) - E = 0 \quad \text{(KVL)} \]

\[ I_{ab} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{18}{1 + 2} \times 10^{-3} = ... = 6 \text{ mA} \]

3. **Ekvivalent Resistance:** \( P_0 = \frac{U_{ab}^2}{I_{ab}} = \frac{6}{6 \times 10^{-3}} = 1.0 \text{ k} \Omega \)
\[ U_2 = 0 \]

\[ U_L = R_L \cdot I_L \]

\[ U_2 - U_1 = P_L \cdot I_L \cdot \frac{P_1}{P_2} \]

\[ I_L = \frac{U_2 - U_1}{P_2} = \frac{P_2}{P_L \cdot P_1} = \frac{Z_0 \cdot 400 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 20} \]

\[ I_L = 0.4 \, mA \]
\[ R = 10 \text{k}\Omega \]
\[ C = 0.20 \mu F \]

\[ Z = \frac{1}{sC} \left( \frac{R}{sC+R} \right) = \frac{R}{sC+R} + \frac{1}{sC} \]

\[ Z + sRC \]

\[ U_0 = U_1 \cdot \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} = U_1 \cdot \frac{sRC}{1+sRC} \quad \text{Spa defining} \]

\[ U_1 = U_0 \cdot \frac{Z}{R+sC} = U_0 \cdot \frac{1}{1 + \frac{R}{sC}} = U_0 \cdot \frac{1}{1 + \frac{R}{sC} \left( \frac{Z+sRC}{R+\frac{1}{sC}} \right)} \]

\[ \frac{U_0 (1+sRC)}{sRC} = U_0 \cdot \frac{R + \frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC} + R (Z+sRC)} \]

\[ \frac{U_0}{U_5} = \frac{(1+sRC) \cdot R}{(1+sRC) \left( \frac{R}{sC+R} + sRC + s^2R^2C \right)} \]

\[ = \frac{sRC}{1 + sRC + sRC + sRC + s^2R^2C} = \frac{SRC}{S^2 + s \frac{3}{RC} + \frac{1}{(RC)^2}} = \frac{SA}{S^2 + BS + W_0^2} \]

Bandbreed: \[ B = \frac{2}{RC} = 1500 \text{ r/s} \]

Centerfrequ. \[ W_0 = \frac{1}{RC} = 500 \text{ r/s} \]
\[ Z = \frac{S L \cdot 2R}{S L + 2R} \]

\[ U = U_s \cdot \frac{Z}{Z + R} = U_s \cdot \frac{1}{s \left( 1 + \frac{R}{Z} \right)} = U_s \cdot \frac{1}{1 + \frac{R}{s} \left( \frac{1}{S L + 2R} \right)} = \]

\[ = U_s \cdot \frac{2 S R L}{S^2 2 R L + S^2 R L + 2 R^2} = U_s \cdot \frac{2 S}{3 S^2 + 2 R^2 L} \]

\[ = U_s \cdot \frac{\frac{2}{3}}{S + \frac{2 R}{3 L}} = \frac{2}{3}, \quad \frac{15}{2}, \quad \frac{S}{(S + \frac{1}{2})(S + 2)} \]

P, B, U: \[ 5 \cdot \frac{S}{(S + \frac{1}{2})(S + 2)} = \frac{A}{S + \frac{1}{3}} = \frac{8}{S + 2} \]

\[ \Rightarrow A = 5 \cdot \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{3} + 2} = -\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5} = -1 \]

\[ B = 5 \cdot \frac{-2}{-2 + \frac{1}{3}} = 5 \cdot \frac{-2}{-\frac{5}{3}} = 6 \]

\[ U(s) = \frac{6}{S + 2} - \frac{1}{S + \frac{1}{3}} \]

Solve: \[ u(t) = 6 e^{2t} - e^{\frac{1}{3} t} \quad V, \quad t > 0 \]
Stor signal

\[ I_g = 0 \]
\[ U_{gs} = E_g = -1 \text{ V} \]

Små signal

\[
\begin{align*}
U_g &= \frac{R_g}{R_s + R_g} \Rightarrow \quad U_s = U_{gs} - \frac{R_s + R_g}{R_g} \\
U_o &= -g_m U_{gs} R_D
\end{align*}
\]

\[
\frac{U_o}{U_s} = -\frac{R_g}{R_s + R_g} = -g_m R_D
\]

\[
g_m = \frac{\partial i_D}{\partial u_{gs}} = \frac{\partial}{\partial u_{gs}} \left( I_{DSs} \left( 1 - \frac{u_{gs}}{u_p} \right) \right) = \frac{2 E_{DSs}}{u_p} \left( 1 - \frac{u_{gs}}{u_p} \right) = -\frac{2 \times 5 \times 10^{-3}}{3} \left( 1 - \frac{1}{3} \right) = \frac{-10^3}{3} = -\frac{2 \times 10^{-3}}{9} \]

\[
\frac{U_o}{U_s} = -\frac{100}{1000} \cdot \frac{2 \times 10^{-3} \cdot 2}{9} = -\frac{4}{9} \\
P_{in} = R_g
\]
KCL_A: \[ \frac{U_5 - U'}{R_1} - U \cdot \frac{1}{R_2} - \frac{U'}{R_2} = 0 \]

KCL_B: \[ \frac{U'}{R_2} + U_5 \cdot \frac{1}{C_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad U' = -U_5 \cdot \frac{R_2}{C_2} \]

\[ \frac{U_5}{R_1} = U \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{C_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - \frac{U_0}{R_3} \]

\[ \frac{U_5}{R_1} = -U_0 \left( \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_3}{R_1} \right) + \frac{R_2}{R_3} \]

\[ \frac{U_5}{R_1} = -U_0 \left( \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_3}{R_1} \right) + \frac{R_2}{R_3} \]

\[ \frac{U_0}{R_1} = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{R_2 + \frac{1}{C_2}} \]

\[ U_5 = \frac{1}{s^2 + \frac{1}{R_2 \cdot \frac{1}{C_2} + \frac{1}{R_3 \cdot \frac{1}{C_2}}}} + \frac{1}{R_2 \cdot \frac{1}{C_2} \cdot \frac{1}{C_2} + \frac{1}{R_3 \cdot \frac{1}{C_2} \cdot \frac{1}{C_2}}} \]

\[ U_5 = \frac{1}{s^2 + \frac{1}{R_1 \cdot \frac{1}{C_1} + \frac{1}{R_2 \cdot \frac{1}{C_1}} + \frac{1}{R_3 \cdot \frac{1}{C_1}}} + \frac{1}{R_2 \cdot \frac{1}{C_2} \cdot \frac{1}{C_2}}} \]
by \[ R_1 = R_2 = R_3 = R = 5.0 \ \text{k}\Omega, \quad C_1 = 0.15 \mu F \]

\[
\frac{U_0}{U_3} = -\frac{1}{\varepsilon_0 c_1 c_2} \left[ S + \frac{3}{2} \frac{1}{\varepsilon_0 c_1} + \frac{1}{\varepsilon_0 c_1 c_2} \right]
\]

Polar: \[ S_{12} = -\frac{3}{2} \frac{1}{\varepsilon_0 c_1} + \sqrt{\left(\frac{3}{2} \frac{1}{\varepsilon_0 c_1}\right)^2 - \frac{1}{\varepsilon_0 c_1 c_2}} \]

\[ q = 0 \]

by double pol. lines

\[
C_2 = \frac{4}{a} \quad C_1 = \frac{4}{a} \quad 0.15 \mu F \approx 67 \text{ nF}
\]

\[
\frac{U_0}{U_3} = -\frac{1}{\varepsilon_0 c_1 c_2} = -\frac{k}{(S + \frac{3}{2} \frac{1}{\varepsilon_0 c_1})^2 (S + \omega_1)^2}
\]

\[
\omega_{tot} = \omega_1 \sqrt{2 \cdot \omega_2 - 1}
\]

\[
T_{tot} = \frac{2 \omega_2}{\omega_{tot}^2} = \frac{2 \omega_2}{\frac{3}{2} \frac{1}{\varepsilon_0 c_1} \sqrt{2 \cdot \omega_2 - 1}} \approx 1.7 \text{ ms}
\]

Alt.: \[ T_{tot} = \frac{1}{1} \sqrt{2 \cdot \frac{t^2}{\omega_1}} = \frac{1}{1} \sqrt{2 \cdot \left(\frac{Z_2}{\omega_1}\right)^2} \approx 1.7 \text{ ms} \]