Tentamen
ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

12 april 2017 kl. 08.30-12.30 sal: Samhällsbyggnad

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Fredag 28 april kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), i korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

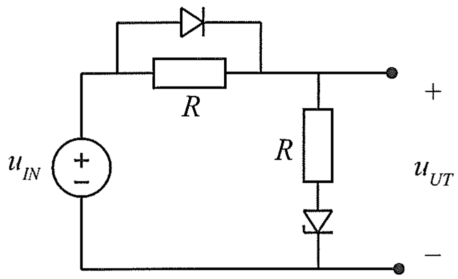
- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte med 7 sidor)

Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

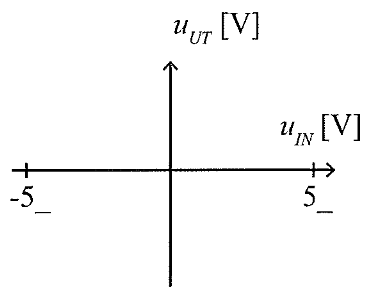
Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. En krets består av två resistanser, en ideal diod och en ideal zenerdiod med zenerspänning $U_z = 3.0$ V enligt figur 1. Beräkna relationen mellan spänningarna U_{IN} och U_{UT} och illustrera resultatet genom ett diagram enligt figur 2. Låt U_{IN} variera mellan -5 och +5 V. $R = 1.0$ kΩ.



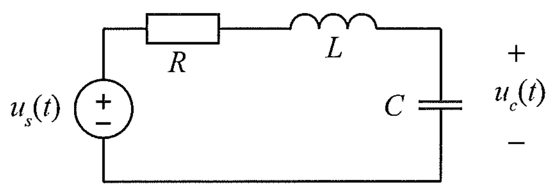
Figur 1: Diodkrets



Figur 2: Karakteristik

2. Kretsen i figur 3 saknar begynnelseenergi och drivs med en oberoende spänningskälla $u_s(t)$. Beräkna spänningen $u_c(t)$ över kapacitansen.

$$u_s(t) = e^{-t}\,\theta(t) \text{ V} \qquad R = 6.0 \;\Omega$$
$$L = 1.0 \text{ H} \qquad C = \frac{1}{10} \text{ F}$$



Figur 3: RLC-krets

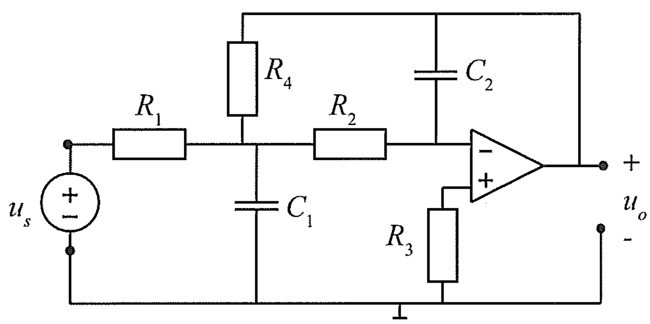
3. Studera operationsförstärkarkretsen i figur 4.

   (a) Beräkna överföringsfunktionen $\dfrac{u_o}{u_s}$.

   (b) Ange förstärkningen vid låga frekenser ($\omega \to 0$).

   (c) Vilken typ av filter bildar kretsen?

   Antag ideal operationsförstärkare. Inga numeriska värden används i denna uppgift.



Figur 4: Operationsförstärkarkrets

4. En transistorförstärkare har ett utseende enligt figur 5.

   (a) Beräkna spänningsförstärkningen u_o/u_{in} med brytaren `A` öppen.

   (b) Beräkna spänningsförstärkningen u_o/u_{in} med brytaren `A` stängd.

$R_1 = 100\ \text{k}\Omega$ $R_C = 2.0\ \text{k}\Omega$

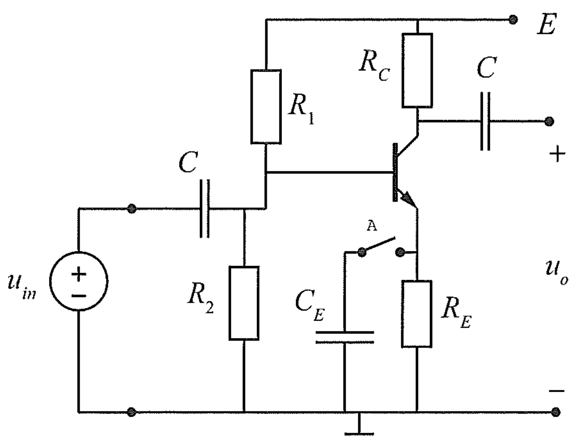
$R_2 = 10\ \text{k}\Omega$ $R_E = 500\ \Omega$

Kapacitansernas impedanser kan försummas vid aktuella signalfrekvenser $\left(\frac{1}{\omega C} \approx \frac{1}{\omega C_E} \approx 0\right)$.

För transistorn gäller

$h_{ie} = 2.0\ \text{k}\Omega$ (övriga transistorparametrar kan försummas)

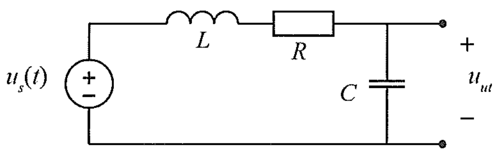
$h_{fe} = 100$



Figur 5: Transistorförstärkare

5. Med hjälp av passiva komponenter vill man konstruera ett lågpassfilter av typ Butterworth. Kretslösningen visas i figur 6 med spänningen $u_s(t)$ som insignal och spänningen $u_{ut}(t)$ som utsignal. Beräkna R och C så att filtrets bandbredd (övre brytfrekvens) blir 500 Hz.

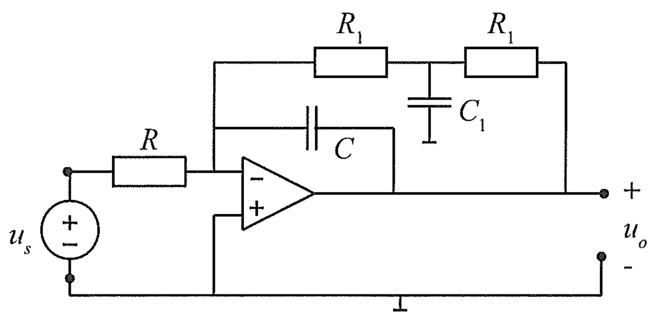
   $L = 25$ mH



Figur 6: Passivt RLC-filter

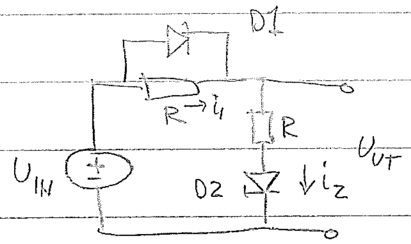
6. Utgå ifrån operationsförstärkarkretsen i figur 7. Beräkna och ange de värden på C som krävs för att förstärkarens stegsvar skall vara icke-oscillatoriskt. Antag ideal operationsförstärkare.

   $C_1 = 200$ pF $\qquad R_1 = 50$ kΩ $\qquad R = 10$ kΩ



Figur 7: Operationsförstärkarkrets

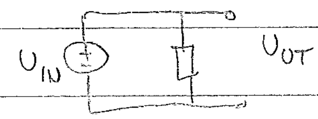
1,



D1 : ideal diod

D2 : ideal zenerdiod, $U_z = 3V$

Fall (1) $U_{IN} > 0$ D1 och D2 ledande och framspända

$\Rightarrow$ 

$\boxed{U_{UT} = U_{IN}}$

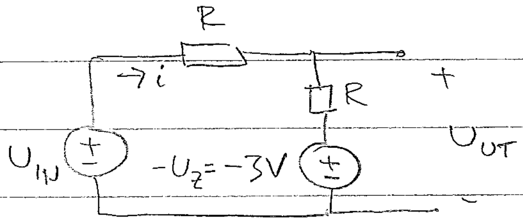
Fall (2) $-3V < U_{in} < 0$ D1 spärrar

D2 spärrar $\Rightarrow i_z = 0 \Rightarrow i_1 = 0$

$i_1 \cdot R = 0 \Rightarrow \boxed{U_{UT} = U_{IN}}$

Fall (3) $U_{IN} < -3V$ D1 spärrar

D2 i sitt zenerområde med spänningsfall $U_z = 3V$ (katod + / anod −)



$$\begin{cases} U_{UT} = i \cdot R - U_z \\ U_{IN} = i \cdot 2R - U_z \end{cases}$$

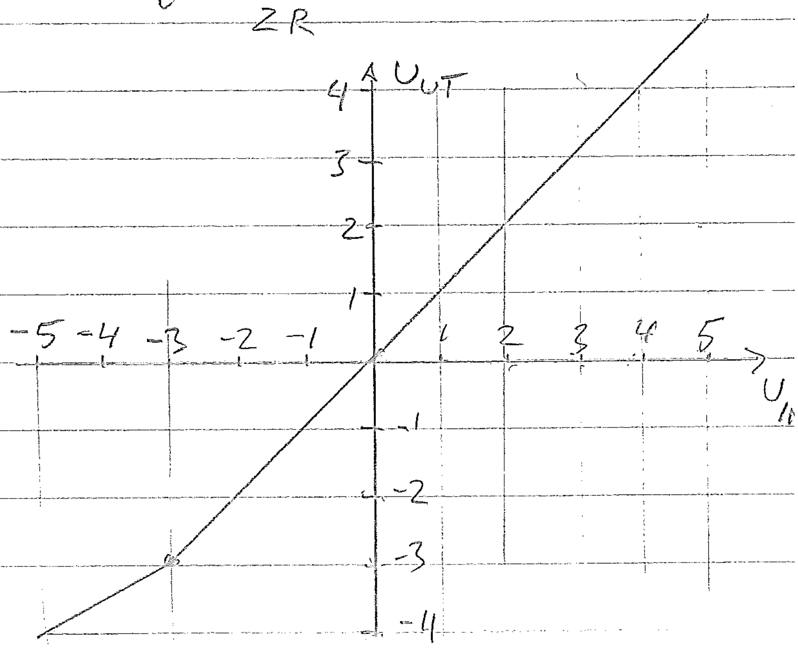
$$i = \frac{U_{IN} + U_z}{2R}$$

$$U_{UT} = \frac{U_{IN} + U_z}{2} - U_z =$$

$$= \frac{U_{IN}}{2} - \frac{U_z}{2} =$$

$$= \frac{1}{2}\left(U_{IN} - U_z\right)$$

U_{IN}	U_{UT}
−3	$\frac{1}{2}(-3-3) = -3$
−5	$\frac{1}{2}(-5-3) = -4$

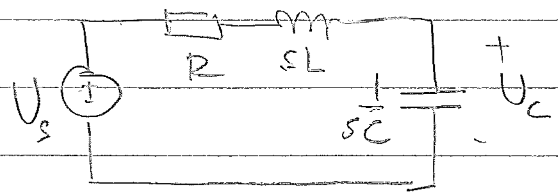


ess 11.6
2017-04-12

2, Laplacetransf.

$u_s(t) = e^{-t} \cdot \theta(t)$ V

$\Rightarrow U_s(s) = \frac{1}{s+1}$



$R = 6{,}0\,\Omega$, $L = 1{,}0$ H, $C = \frac{1}{10}$ F

Spänningsdela

$$U_C = U_s \cdot \frac{1/sC}{R + sL + \frac{1}{sC}} = U_s \cdot \frac{1}{s^2LC + sRC + 1} = U_s \cdot \frac{1/LC}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

$$U_C = \frac{1}{s+1} \cdot \frac{10}{s^2 + s6 + 10} = \left\{ \begin{matrix} \text{komplexa} \\ \text{rötter} \end{matrix}, \cancel{\text{kvadrat kompl.}} \right\} =$$

$$= \frac{1}{s+1} \cdot \frac{10}{(s+3)^2 + 1} = \{\text{P.B.U.}\} = \frac{A}{s+1} + \frac{Bs + C}{s^2 + s6 + 10}$$

$$10 = A(s^2 + s6 + 10) + (Bs + C)(s+1)$$

s^0: $10 = A \cdot 10 + C$	$A = -B$	$10 = 10A - 5A = 5A$
s^1: $0 = A \cdot 6 + B + C$	$0 = 5A + C$	$A = 2$, $B = -2$
s^2: $0 = A + B$	$C = -5A$	$C = -10$

$$U_C = \frac{2}{s+1} - \frac{2s + 10}{(s+3)^2 + 1} = \frac{2}{s+1} - 2 \cdot \frac{s+5}{(s+3)^2 + 1} =$$

$$= \frac{2}{s+1} - 2\left(\frac{s+3}{(s+3)^2 + 1} + \frac{2}{(s+3)^2 + 1} \right)$$

$$u_c(t) = \mathcal{L}^{-1}\{U_c(s)\} = 2e^{-t} - 2e^{-3t}\cos t - 4e^{-3t}\sin t$$

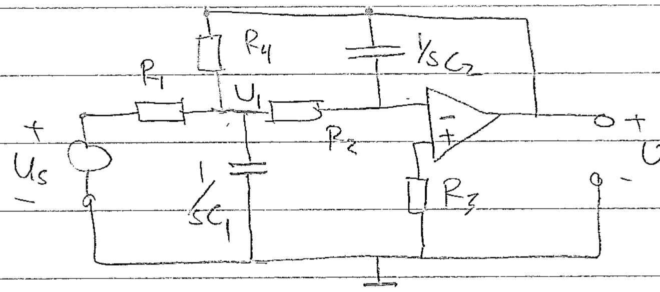
Gäller för $t \geq 0$

ess116

2017-04-12

3, Laplace transf.

Ideal op. först
Neg. återkoppl. $\Big\} \Rightarrow$ $\varepsilon = 0$, $i_{op} = 0$



Ström genom $R_3 = 0$
+ ingång jordpotential

Inför spänning U_1 mot jord

KCL: $\frac{U_s - U_1}{R_1} + \frac{U_o - U_1}{R_4} - \frac{U_1}{R_2} - U_1 s C_1 = 0$

KCL: $\frac{U_1}{R_2} + U_o \cdot s C_2 = 0$ $\Rightarrow U_1 = -U_o s R_2 C_2$

a)

$$\frac{U_s}{R_1} = -\frac{U_o}{R_4} + U_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2} + sC_1\right) = 0$$

$$U_s = -U_o \frac{R_1}{R_4} + U_1\left(1 + \frac{R_1}{R_4} + \frac{R_1}{R_2} + sR_1C_1\right) = -U_o\left(\frac{R_1}{R_4} + sR_2C_2\left(1 + \frac{R_1}{R_4} + \frac{R_1}{R_2} + sR_1C_1\right)\right) =$$

$$\cancel{R_2}R_4 \cdot U_s = -U_o\left(R_1\cancel{R_2} + s\cancel{R_2}C_2\left(R_2R_4 + R_1R_2 + R_1R_4 + sR_1R_2R_4C_1\right)\right) = 0.$$

$$\frac{U_o}{U_s} = -\frac{R_4}{R_1 + sC_2\left(R_2R_4 + R_1R_2 + R_1R_4 + sR_1R_2R_4C_1\right)}$$

$$\frac{U_o}{U_s} = -\frac{R_4/R_1}{1 + s\left(\frac{R_2R_4}{R_1} + R_2 + R_4\right)C_2 + s^2R_2R_4C_1C_2}$$

$$\frac{U_o}{U_s} = -\frac{1/R_1R_2C_1C_2}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2}\right)\frac{1}{C_1} + \frac{1}{R_2R_4C_1C_2}}$$

b) $\left.\frac{U_o}{U_s}\right|_{\substack{s=j\omega \\ \omega \to 0}} = -\frac{R_2R_4C_1C_2}{R_1R_2C_1C_2} = -\frac{R_4}{R_1}$

c) Lågpass
(Konstant i täljaren)

es5116

2017-04-12

4/ Småsignalschema $\left(\frac{1}{\omega C} \approx \frac{1}{\omega C_E} = 0\right)$

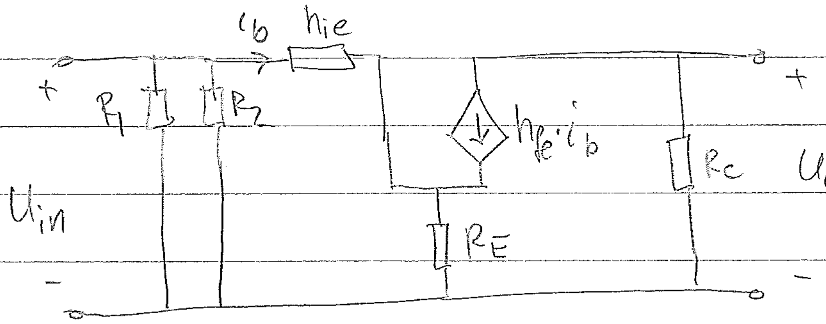
$R_C = 2{,}0\ k\Omega$

$R_E = 500\ \Omega$

$h_{fe} = 100$

$h_{ie} = 2{,}0\ k\Omega$

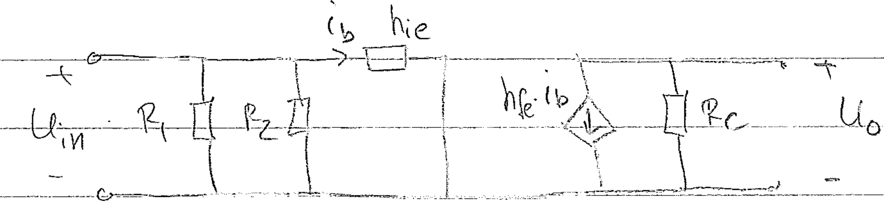
a/



$$\begin{cases} U_0 = -h_{fe} \cdot i_b \cdot R_C \\ U_{in} = i_b h_{ie} + (i_b + i_b h_{fe}) R_E \end{cases}$$

$$\frac{U_0}{U_{in}} = -\frac{h_{fe} \cdot R_C}{h_{ie} + (1 + h_{fe}) R_E} = -\frac{100 \cdot 2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^3 + (101) \cdot 500} = -3{,}8 \text{ ggr}$$

b/



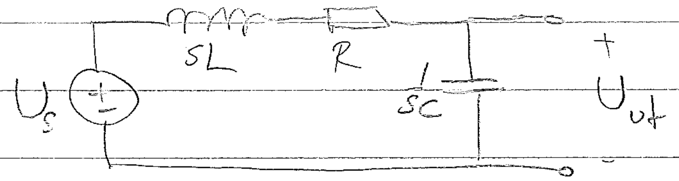
$$\begin{cases} U_0 = -h_{fe} \cdot i_b \cdot R_C \\ U_{in} = i_b \cdot h_{ie} \end{cases}$$

$$\frac{U_0}{U_{in}} = -\frac{h_{fe} \cdot R_C}{h_{ie}} = -\frac{100 \cdot 2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^3} = -100 \text{ ggr}$$

ess116

2017-04-12

5. Laplacetransformera



$L = 25\ mH$

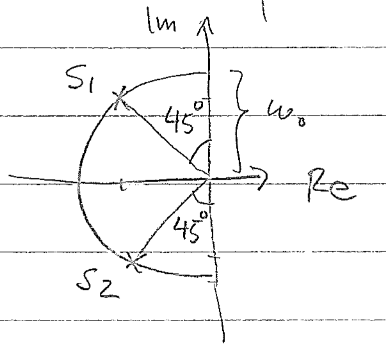
$B = \omega_0 = 500 \cdot 2\pi$ rad/s

Spänningsdela

$$U_{ut} = U_s \frac{1/sC}{sL + R + \frac{1}{sC}} = \frac{U_s}{s^2LC + sRC + 1} = \frac{U_s \cdot 1/LC}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

Polplacering: 2:a ordn Butterworth LP-filter

Halv-cirkel



$$\frac{U_{ut}}{U_s} = H(s) = \frac{\frac{1}{LC}}{(s - s_1)(s - s_2)} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 - s(s_1 + s_2) + s_1 s_2}$$

$$s_1 = -\frac{\omega_0}{\sqrt{2}} + j\frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$$

$$s_2 = s_1^* = -\frac{\omega_0}{\sqrt{2}} - j\frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$$

Identifiera:

$$-(s_1 + s_2) = \sqrt{2}\,\omega_0 = \frac{R}{L}$$

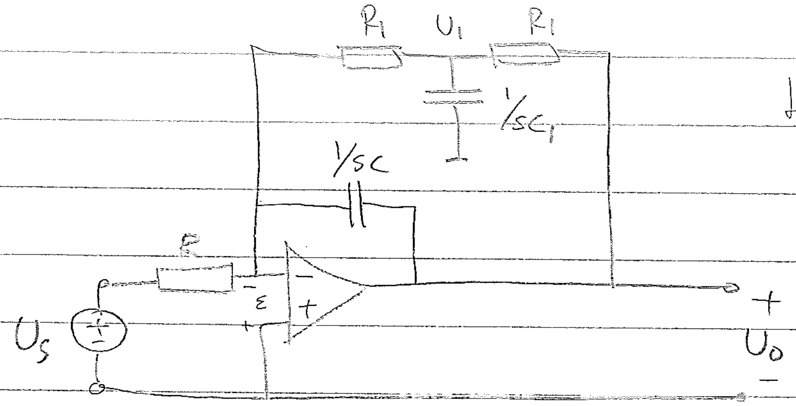
$$R = \sqrt{2} \cdot \omega_0 \cdot L = \sqrt{2} \cdot 500 \cdot 2\pi \cdot 25 \cdot 10^{-3} = 111\ \Omega = 0{,}11\ k\Omega$$

$$s_1 s_2 = \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$C = \frac{1}{L\omega_0^2} = \frac{1}{25 \cdot 10^{-3}(500 \cdot 2\pi)^2} = 4{,}1 \cdot 10^{-6}\ F$$

ess116
2017-04-12

6.



Laplacetransformera.

Ideal op.försk. } ⇒ $i_{op}=0$
Neg. återkoppl. } $\varepsilon = 0$

Inför spänning U' mot jord

Ta fram överföringsfunktionen.

$$\text{KCL:}\quad \frac{U_s}{R} + \frac{U_1}{R_1} + U_0 sC = 0 \qquad U_s = -\frac{R}{R_1}U_1 - U_0 sRC$$

$$\text{KCL:}\quad \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_1 - U_0}{R_1} + U_1 sC_1 = 0 \qquad U_1\left(\frac{2}{R_1} + sC_1\right) = +\frac{U_0}{R_1}$$

$$U_1(2 + sR_1C_1) = -U_0 \qquad U_1 = \frac{U_0}{2 + sR_1C_1}$$

$$U_s = -\frac{R}{R_1}\cdot\frac{U_0}{2+sR_1C_1} - U_0 sRC = -U_0\left(\frac{R}{R_1}\cdot\frac{1}{(2+sR_1C_1)} + sRC\right) =$$

$$= -U_0\frac{R}{R_1}\left(\frac{1}{2+sR_1C_1} + \frac{R_1}{R}\cdot sRC\right) = -U_0\frac{R}{R_1}\left(\frac{1}{2+sR_1C_1} + sR_1C\right)$$

$$\frac{U_s}{U_0}\cdot\frac{R_1}{R} = \frac{1 + sR_1C(2 + sR_1C_1)}{(2+sR_1C_1)} = \frac{1 + s2R_1C + s^2R_1^2CC_1}{2+sR_1C_1}$$

$$\frac{U_0}{U_s} = -\frac{2 + sR_1C_1}{s^2R_1^2CC_1 + s2R_1C + 1}$$

Sök poler: $s^2 + 2\frac{1}{RC_1} + \frac{1}{R_1^2CC_1} = 0$

$$s_{1,2} = -\frac{1}{R_1C_1} \pm \sqrt{\frac{1}{R_1^2C_1^2} - \frac{1}{R_1^2CC_1}} =$$

$$= \frac{1}{R_1C_1} \pm \underbrace{\sqrt{\frac{1}{R_1^2C_1}\left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C}\right)}}_{\geq 0}$$

Icke oscillatoriskt stegsvar } ⇒ Krav: Reella Poler ⇒ $\boxed{C \geq C_1}$