

Dugga ess116

Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

19 oktober 2016 kl. 10.00-12.00 sal: SB

Förfrågningar: Ankn. 1808
Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook

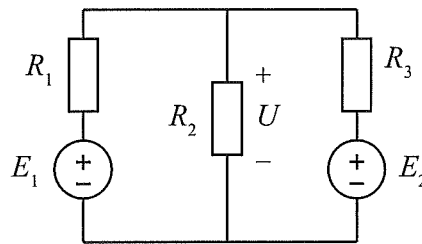
Fyra uppgifter om vardera 3 poäng. Resultat från duggan ger bonuspoäng till ordinarie tentan samma läsår samt till de två omtentor som följer direkt därefter, se tabellen nedan.

<i>Poäng</i>	0-5	6-9	10-12
<i>Bonus</i>	0	1	2

Lycka till!

1. Likströmskretsen i figur 1 består av tre resistanser och två spänningskällor. Beräkna spänningen U över resistans R_2 .

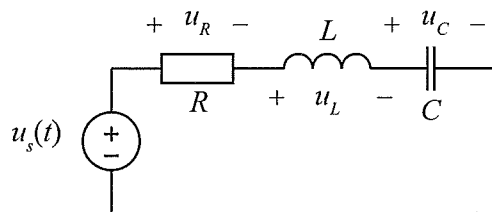
$$\begin{array}{lll} R_1 = 2.0 \, \Omega & R_2 = 4.0 \, \Omega & R_3 = 1.0 \, \Omega \\ E_1 = 2.0 \, \text{V} & E_2 = 6.0 \, \text{V} & \end{array}$$



Figur 1: Likströmskrets

2. Beräkna spänningarna $u_R(t)$, $u_L(t)$ och $u_C(t)$ i växelströmskretsen som visas i figur 2. Antag sinusformat stationärtillstånd. Med användning av $j\omega$ -metoden kan dessa tre spänningar och källans spänning $u_s(t)$ representeras med visare (komplexa tal). Gör en skiss över dessa fyra spänningars visare i ett visardiagram.

$$\begin{array}{lll} R = 3.0 \, \Omega & \omega L = 7.0 \, \Omega & \frac{1}{\omega C} = 3.0 \, \Omega \\ u_s(t) = 50 \cos(\omega t) \, \text{V} & & \end{array}$$

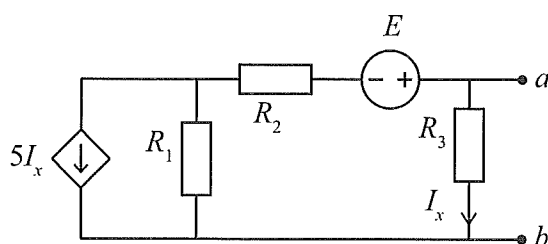


Figur 2: Växelströmskrets

3. Studera kretsen i figur 3. Beräkna Thevenins ekvivalenta tvåpol för kretsen med avseende på polerna a och b .

$$R_1 = 2.0 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 1.0 \text{ k}\Omega \quad R_3 = 3.3 \text{ k}\Omega$$

$$E = 8.0 \text{ V}$$

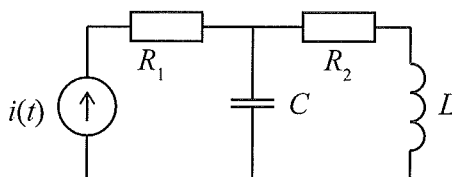


Figur 3: Tvåpol

4. Kretsen i figur 4 drivs med en växelströmkälla. Beräkna den aktiva samt reaktiva effekt som strömkällan levererar. Antag sinusformat stationärtillstånd.

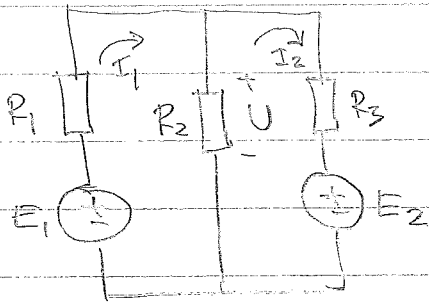
$$R_1 = 2.0 \ \Omega \quad L = 40 \ \mu\text{H} \quad i(t) = 30 \cos(\omega t) \text{ mA}$$

$$R_2 = 5.0 \ \Omega \quad C = 40 \ \mu\text{F} \quad \omega = 25 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$$



Figur 4: Elektrisk krets

1.



$$\begin{aligned} R_1 &= 2,0 \, \Omega & E_1 &= 2,0 \, \text{V} \\ R_2 &= 4,0 \, \Omega & E_2 &= 6,0 \, \text{V} \\ R_3 &= 1,0 \, \Omega \end{aligned}$$

$$\text{KVL. } \begin{cases} -E_1 + I_1 R_1 + (I_1 - I_2) R_2 = 0 \\ E_2 + (I_2 - I_1) R_2 + I_2 R_3 = 0 \end{cases}$$

Maskanalys

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ -E_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -6 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{10 - 24}{30 - 16} = -1$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ -4 & -6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{-36 + 8}{30 - 16} = -2$$

$$\begin{aligned} U &= (I_1 - I_2) R_2 = \\ &= (-1 + 2) \cdot 4 = 4,0 \, \text{V} \end{aligned}$$

Ekv system

$$\begin{cases} 6I_1 - 4I_2 = 2 & \times 2 \\ -4I_1 + 5I_2 = -6 & \times 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12I_1 - 8I_2 = 4 \\ -12I_1 + 15I_2 = -18 \end{cases}$$

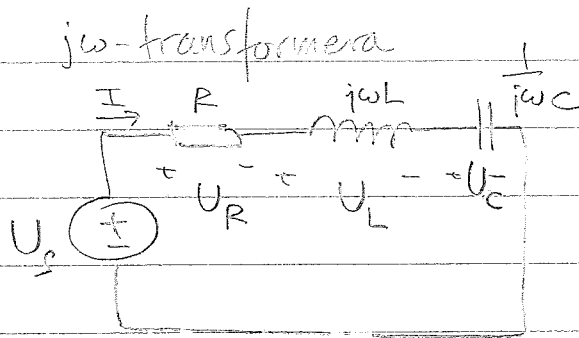
$$7I_2 = -14 \Rightarrow I_2 = -2$$

$$6I_1 - 4(-2) = 2$$

$$6I_1 + 8 = 2 \Rightarrow I_1 = -1$$

$$\begin{aligned} U &= (I_1 - I_2) R_2 = \\ &= (-1 + 2) \cdot 4 = 4,0 \, \text{V} \end{aligned}$$

2.



$$R = 30 \Omega$$

$$\omega L = 70 \Omega$$

$$\frac{1}{\omega C} = 30 \Omega$$

$$U_s(t) = 50 \cos(\omega t)$$

$$\rightarrow U_s = 50/0^\circ$$

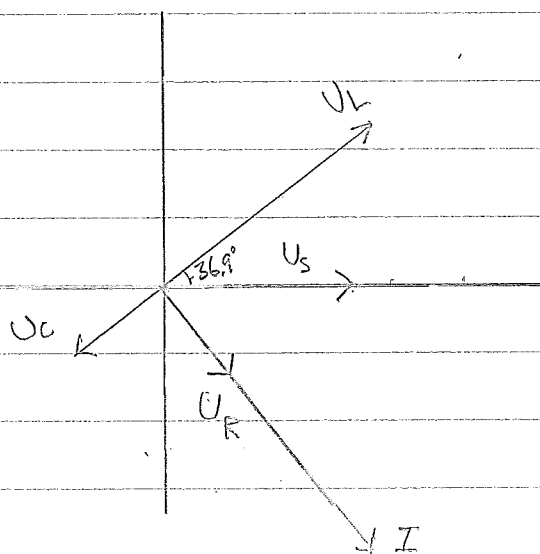
$$I = \frac{U_s}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{50}{3 + j(7-3)} = \frac{50}{3 + j4}$$

$$I = \frac{50}{\sqrt{3^2 + 4^2} \cdot \angle \arctan \frac{4}{3}} = \frac{50}{5 \angle 53.1^\circ} = 10 \angle -53.1^\circ$$

$$U_R = I \cdot R = 30 \angle -53.1^\circ$$

$$U_L = I \cdot j\omega L = 10 \angle -53.1^\circ \cdot 7 \angle 90^\circ = 70 \angle 36.9^\circ$$

$$U_C = I \cdot \frac{1}{j\omega C} = 10 \angle -53.1^\circ \cdot 3 \angle -90^\circ = 30 \angle -143.1^\circ$$

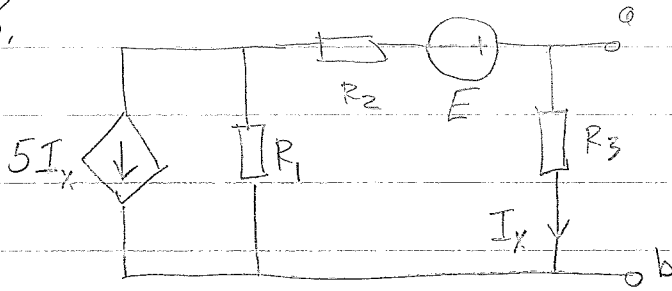


$$u_R(t) = 30 \cos(\omega t - 53.1^\circ) \text{ V}$$

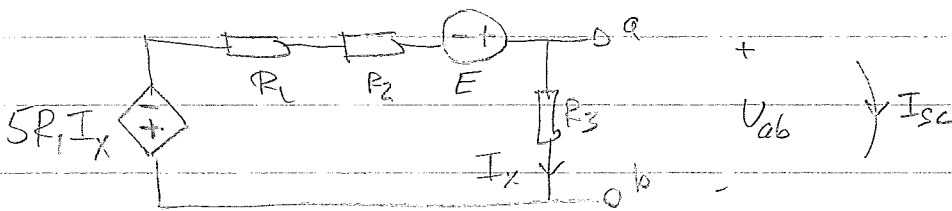
$$u_L(t) = 70 \cos(\omega t + 36.9^\circ) \text{ V}$$

$$u_C(t) = 30 \cos(\omega t - 143.1^\circ) \text{ V}$$

3.



Norton - Thevenin omvandling



Tomgångsspänning $U_{ab} = R_3 \cdot I_x$

$$\text{KVL: } 5R_1 I_x + I_x (R_1 + R_2) - E + U_{ab} = 0$$

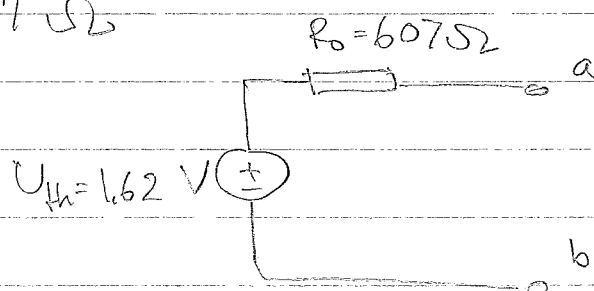
$$\frac{U_{ab}}{R_3} (R_1 + R_2 + 5R_1) + U_{ab} = E ;$$

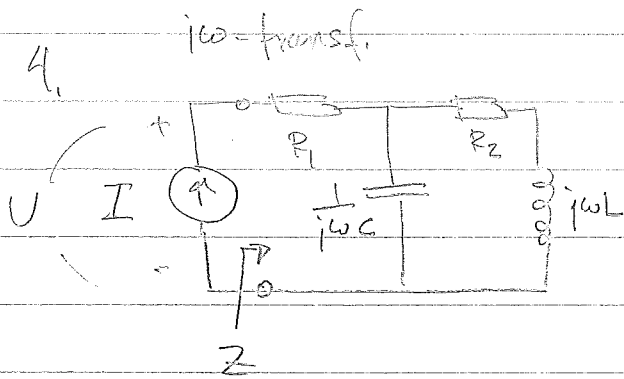
$$U_{ab} = E \cdot \frac{R_3}{R_2 + 6R_1 + R_3} = 8 \cdot \frac{3,3}{1 + 6 \cdot 2 + 3,3} = 1,62 \text{ V}$$

Kortslutn. skön : $U_{ab} = 0 \Rightarrow I_x = 0$

$$I_{sc} (R_1 + R_2) - E = 0 ; I_{sc} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{8}{3 \cdot 10^{-3}} = 2,67 \text{ mA}$$

$$R_0 = \frac{U_{ab}}{I_{sc}} = \frac{1,62}{2,67 \cdot 10^{-3}} = 607 \Omega$$





$$R_1 = 2,0 \Omega \quad L = 40 \mu\text{H}$$

$$R_2 = 5,0 \Omega \quad C = 40 \mu\text{F}$$

$$i(t) = 30 \cos(\omega t) \text{ mA}$$

$$\omega = 25 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow \omega L = 1 \Omega$$

$$\frac{1}{\omega C} = 1 \Omega$$

$$Z = R_1 + \frac{1}{j\omega C} \parallel (R_2 + j\omega L) = R_1 + \frac{\frac{1}{j\omega C} (R_2 + j\omega L)}{\frac{1}{j\omega C} + R_2 + j\omega L} =$$

$$= 2 + \frac{-j(5+j)}{-j+5+j} = 2 + \frac{1-j5}{5} = 2,2 - j$$

Impedansen upptar effekten $S = \frac{1}{2} U I^* = \frac{1}{2} Z \cdot I \cdot I^*$:

$$S = \frac{1}{2} Z |I|^2 = \frac{1}{2} (30 \cdot 10^{-3})^2 (2,2 - j) =$$

$$= 0,99 \cdot 10^{-3} - j 0,45 \cdot 10^{-3}$$

Den effekt som impedansen upptar levereras av strömkällan.

Svar: Aktiv effekt $\text{Re}\{S\} = P = 0,99 \text{ mW}$

Reaktiv effekt $\text{Im}\{S\} = Q = -0,45 \text{ mW}$