Tentamen
ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

23 april 2014 kl. 08.30-12.30 sal: M

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås torsdagen den 24 april på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Fredag 9 maj kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte med 7 sidor)

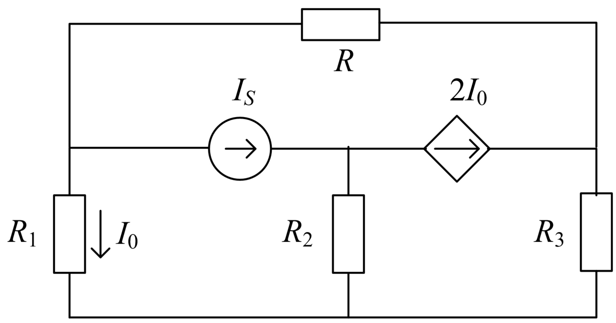
Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. Beräkna strömmen I_0 i kretsen som visas i figur 1.

$$R = 1.0\ \Omega \qquad R_1 = 8R \qquad R_2 = 2R \qquad R_3 = 4R \qquad I_S = 4.0\ \text{A}$$

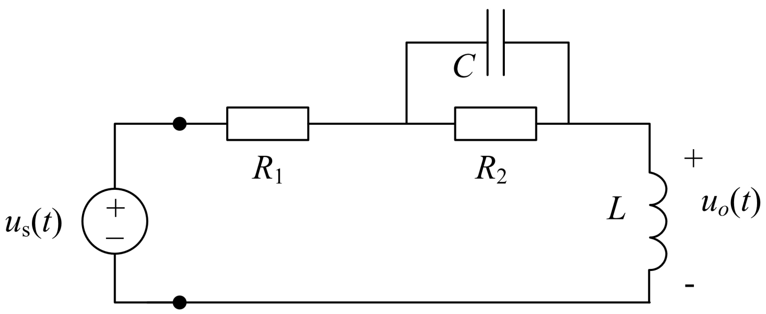


Figur 1: Likströmskrets

2. Växelströmskretsen i figur 2 drivs av en sinusformad spänning där $u_s(t) = 14\cos(200t)$ V. Beräkna spänningen $u_o(t)$ över induktansen L. Antag sinusformat stationärtillstånd.

$R_1 = 30\ \Omega$ $\qquad$ $L = 0.10$ H

$R_2 = 50\ \Omega$ $\qquad$ $C = 50\ \mu$F



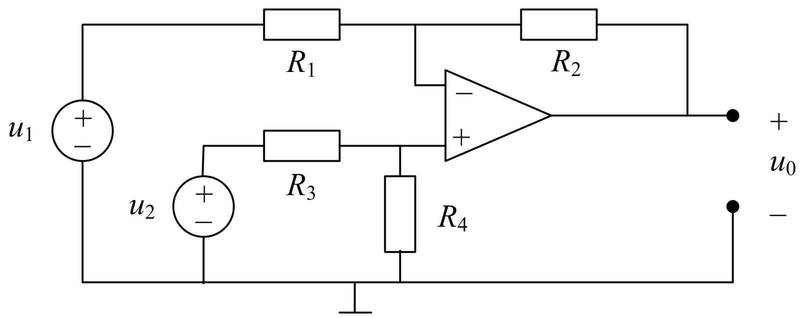
Figur 2: Växelströmskrets

3. Betrakta operationsförstärkarkretsen i figur 3 med två oberoende spänningskällor.

   (a) Beräkna hur utspänningen u_0 beror av inspänningarna u_1 och u_2.

   (b) Antag att spänningen på operationsförstärkarens utgång är begränsad till ± 15 V samt att $u_1 = 3.0$ V. Vilka värden kan då u_2 anta för att den framräknade relationen i uppgift (a) skall gälla?

$R_1 = 10\ \text{k}\Omega \qquad R_2 = 40\ \text{k}\Omega \qquad R_3 = 10\ \text{k}\Omega \qquad R_4 = 15\ \text{k}\Omega$

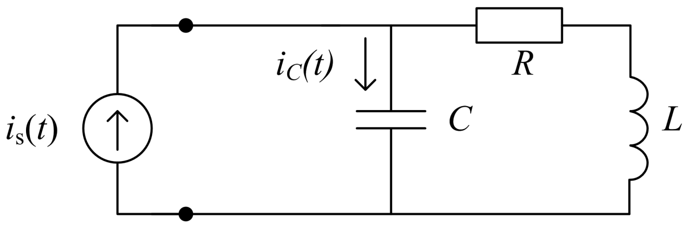


Figur 3: Operationsförstärkarkrets

4. Betrakta kretsen i figur 4 där källan avger en ström $i_s(t)$. Beräkna strömmen $i_C(t)$ om kretsen saknar begynnelseenergier vid $t = 0$.

$R = 2.0\ \Omega \qquad L = 1.0\ \text{H} \qquad C = 0.10\ \text{F}$

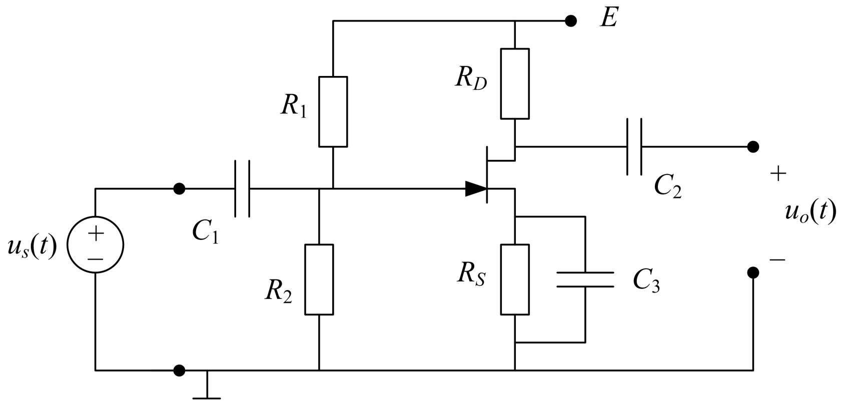
$$i_s(t) = \begin{cases} 5e^{-2t}\ \text{A}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$



Figur 4: Elektrisk krets

5. Studera transistorförstärkaren som visas i figur 5. Beräkna förstärkningen u_o/u_s samt även förstärkarens inresistans R_{in}. För transistorn i aktuell arbetspunkt gäller $g_m = 6.0$ mA/V och $r_{ds} = 20$ kΩ. Övriga transistorparametrar kan försummas. För aktuella signalfrekvenser är $1/\omega C_k \approx 0$ där k=1,2,3.

$$R_1 = 1.0 \text{ M}\Omega \quad R_2 = 220 \text{ k}\Omega \quad R_D = 1.0 \text{ k}\Omega \quad R_S = 0.68 \text{ k}\Omega$$

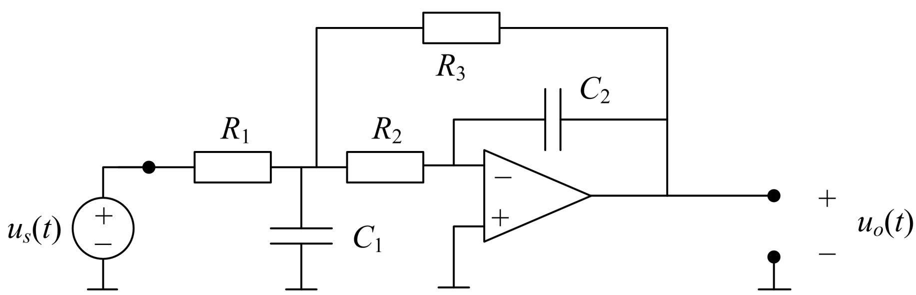


Figur 5: Transistorförstärkare

6. Betrakta operationsförstärkarkretsen i figur 6. Beräkna värdet på C_2 så att förstärkarens stegsvar blir så snabbt som möjligt utan att stegsvaret får översväng. Vilken stigtid får förstärkaren?

$$R_1 = 4.7 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 6.8 \text{ k}\Omega \quad R_3 = 5.6 \text{ k}\Omega \quad C_1 = 0.22\ \mu\text{F}$$

Antag ideal operationsförstärkare.

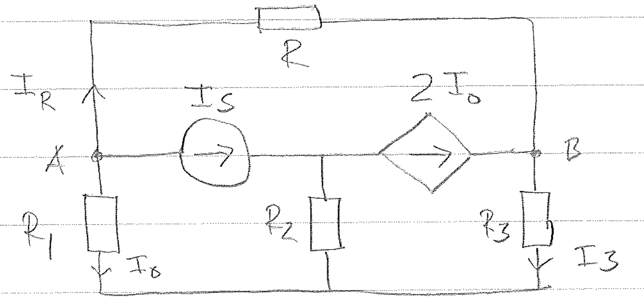


Figur 6: Förstärkarkrets

Elektriska Nät och System, F2

ess116 140423

1.



$R = 1{,}0\,\Omega$

$R_1 = 8R$

$R_2 = 2R$

$R_3 = 4R$

$I_s = 4{,}0\,A$

$KCL_A: \quad I_R + I_S + I_0 = 0$

$\Rightarrow I_R = -I_S - I_0$

$KCL_B: \quad I_R + 2I_0 - I_3 = 0$

$\Rightarrow I_3 = 2I_0 + I_R = 2I_0 - I_S - I_0 = I_0 - I_S$

$KVL: \quad I_R \cdot R + I_3 \cdot R_3 - I_0 R_1 = 0$

$(-I_S - I_0)R + (I_0 - I_S)4R - I_0 \cdot 8R = 0$

$-I_S - I_0 + 4I_0 - 4I_S - 8I_0 = 0$

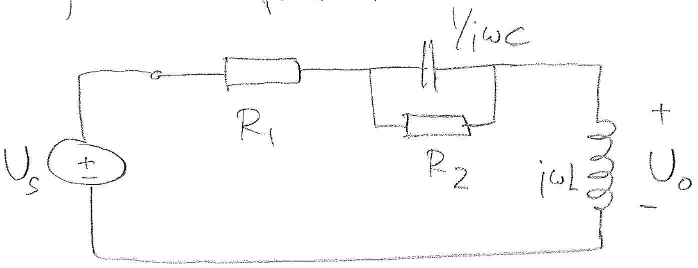
$-5I_S = 5I_0$

$I_0 = -I_S$

Svar: $I_0 = -I_S = -4{,}0\ A$

ess116
140423

2. $j\omega$-transformera



$R_1 = 30\,\Omega$, $R_2 = 50\,\Omega$

$u_s(t) = 14\cos(200t)$ V

$U_s = 14\angle 0^\circ$, $\omega = 200$ r/s

$L = 0{,}10$ H $\quad \omega L = 20$

$C = 50\,\mu F$ $\quad 1/\omega C = 100$

$$Z = R_1 + R_2 /\!/ \frac{1}{j\omega C} = R_1 + \frac{\frac{R_2}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = R_1 + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}$$

Spänningsdelning

$$U_o = U_s \frac{j\omega L}{j\omega L + Z} = U_s \frac{j\omega L}{j\omega L + R_1 + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}} =$$

$$= U_s \frac{j\omega L(1 + j\omega R_2 C)}{R_2 + (R_1 + j\omega L)(1 + j\omega R_2 C)} = U_s \frac{j20(1 + j0{,}5)}{50 + (30 + j20)(1 + j0{,}5)} =$$

$$= U_s \frac{-10 + j20}{50 + 30 - 10 + j(15 + 20)} = \frac{-10 + j20}{70 + j35} \cdot U_s =$$

$$= 14 \cdot \frac{-2 + j4}{14 + j7} = \frac{14}{7} \frac{(-2 + j4)}{(2 + j)} =$$

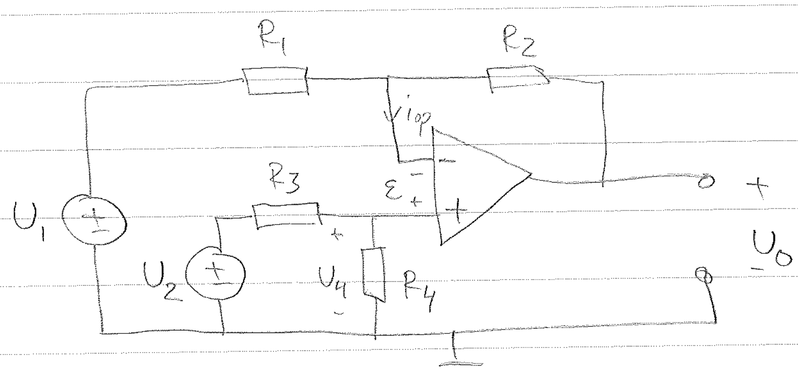
$$= 2 \frac{(-2 + j4)(2 - j)}{(2 + j)(2 - j)} = \frac{2}{5} \cdot (-4 + 2j + j8 + 4) =$$

$$= \frac{2 \cdot j10}{5} = j4 = 4\angle 90^\circ$$

Svar: $u_o(t) = 4\cos(200t + 90^\circ)$ V

ess116
140423

3.



$R_1 = 10\,k\Omega$

$R_2 = 40\,k\Omega$

$R_3 = 10\,k\Omega$

$R_4 = 15\,k\Omega$

a/

Antag ideal op. först. } ⇒ $i_{op} = 0$
Neg. återkoppling } $\varepsilon = 0$

$$\begin{cases} U_4 = U_2 \dfrac{R_4}{R_3+R_4} \\ U_4 = U_1 \dfrac{R_2}{R_1+R_2} + U_0 \dfrac{R_1}{R_1+R_2} \quad \text{(superposition)} \end{cases}$$

$$U_2 \frac{R_4}{R_3+R_4} = U_1 \frac{R_2}{R_1+R_2} + U_0 \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

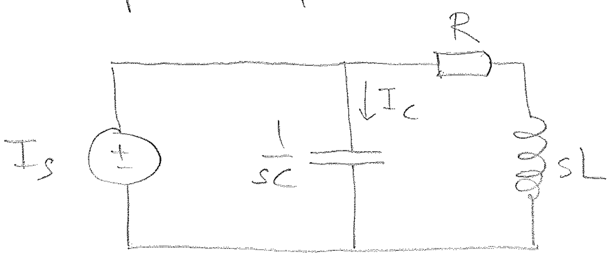
$$U_0 = U_2 \frac{R_4}{R_1} \cdot \frac{(R_1+R_2)}{(R_3+R_4)} - U_1 \frac{R_2}{R_1}$$

$$U_0 = U_2 \frac{15}{10} \frac{(10+40)}{(10+15)} - U_1 \frac{40}{10} = 3U_2 - 4U_1$$

b/ $U_0 = +15\,V$	$U_0 = -15\,V$	Svar:
$U_1 = 3\,V$	$U_1 = 3\,V$	a/ $U_0 = 3U_2 - 4U_1$
$15 = 3U_2 - 12$	$-15 = 3U_2 - 12$	b/ $-1 \le U_2 \le 9\,V$
$U_2 = \frac{27}{3} = 9\,V$	$-3 = 3U_2$	
	$U_2 = -1\,V$	

ess116
140423

4. Laplacetransformera



$i_s(t) = 5e^{-2t}$ A , $t \geq 0$

$i_s(t) = 0$, $t < 0$

$\Rightarrow \mathcal{L}\{i_s(t)\} = I_s = \frac{5}{s+2}$

$R = 2{,}0\,\Omega$, $L = 1{,}0\,H$, $C = 0{,}10\,F$

Strömdelning

$$I_C = I_s \frac{R + sL}{R + sL + \frac{1}{sC}} = I_s \frac{sRC + s^2LC}{1 + sRC + s^2LC} =$$

$$= I_s \frac{s\left(\frac{R}{L} + s\right)}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}} = \frac{5}{(s+2)} \cdot \frac{s(s+2)}{s^2 + 2s + 10} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Komplexa rötter,} \\ \text{kvadratkomplettera} \end{array} \right\} = \frac{5s}{(s+1)^2 + 10 - 1} = \frac{5s}{(s+1)^2 + 3^2} =$$

$$= 5 \frac{s+1-1}{(s+1)^2 + 3^2} = 5 \cdot \frac{s+1}{(s+1)^2 + 3^2} - \frac{5}{3} \frac{3}{(s+1)^2 + 3^2}$$

Inv. Laplacetransf.

$$i_C(t) = 5e^{-t}\cos(3t) - \frac{5}{3}e^{-t}\sin(3t) =$$

$$= 5e^{-t}\left(\cos(3t) - \frac{1}{3}\sin(3t)\right) , \quad t \geq 0$$

ess116
140423

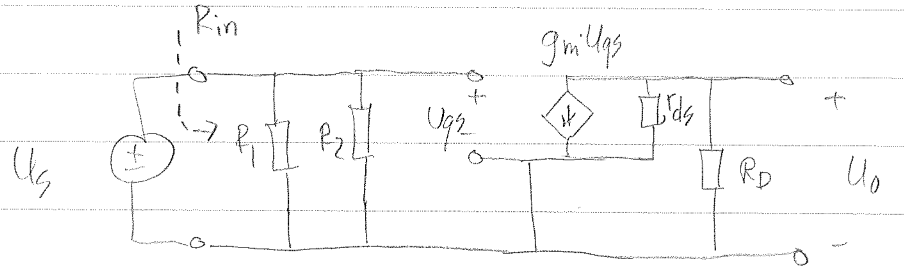
5. Småsignalschema.
Kapacitanser betraktas som kortslutningar

$R_1 = 1{,}0\ M\Omega$

$R_2 = 220\ k\Omega$

$R_D = 1{,}0\ k\Omega$

$R_S = 0{,}68\ k\Omega$



$g_m = 6{,}0\ mA/V$

$r_{ds} = 20\ k\Omega$

$R_1 /\!/ R_2 = R_{12}$, $r_{ds} /\!/ R_D = R_0$

$U_s = U_{gs}$

$U_0 = -g_m U_{gs} \cdot R_0$

$$\frac{U_0}{U_s} = \frac{-g_m U_{gs} \cdot R_0}{U_{gs}} = -g_m R_0$$

$$R_0 = \frac{r_{ds} \cdot R_D}{r_{ds} + R_D} = \frac{20 \cdot 1}{20+1} = \frac{20}{21}\ k\Omega$$

$$\frac{U_0}{U_s} = -6{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{20}{21} \cdot 10^3 = -5{,}7 \text{ ggr}$$

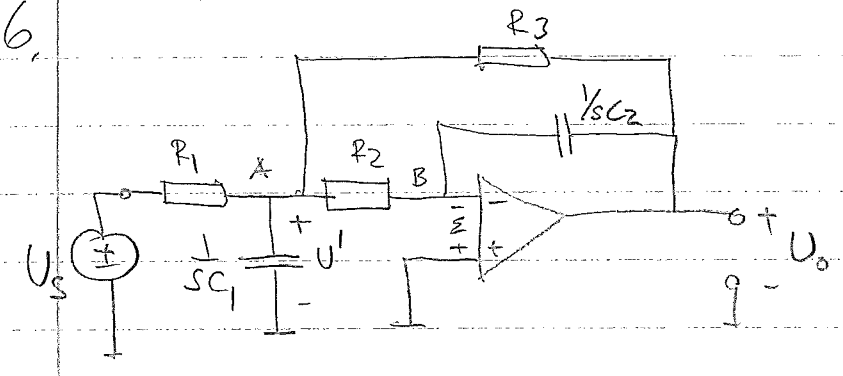
$$R_{in} = R_1 /\!/ R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1{,}0 \cdot 10^6 \cdot 220 \cdot 10^3}{1{,}0 \cdot 10^6 + 220 \cdot 10^3} = 180 \cdot 10^3$$

Svar: $\frac{U_0}{U_s} = -5{,}7$ ggr , $R_{in} = 180\ k\Omega$

ess116
140423

Laplacetransf.

6.



Ideal op. förstk.
Neg. återkopplad $\Rightarrow \varepsilon = 0$, $i_{op} = 0$

a/

$$\text{KCL}_A: \quad \frac{U_s - U'}{R_1} - U' sC_1 - \frac{U'}{R_2} + \frac{U_0 - U'}{R_3} = 0$$

$$\text{KCL}_B: \quad \frac{U'}{R_2} + U_0 sC_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad U' = -U_0 sR_2C_2$$

$$\frac{U_s}{R_1} = U'\left(\frac{1}{R_1} + sC_1 + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) - \frac{U_0}{R_3}$$

$$\frac{U_s}{R_1} = -U_0\left(\frac{sR_2C_2}{R_1} + \frac{sR_2C_2}{R_2} + \frac{sR_2C_2}{R_3} + s^2 R_2C_1C_2 + \frac{1}{R_3}\right)$$

$$U_s \frac{R_3}{R_1} = -U_0\left(s^2 R_2R_3C_1C_2 + sC_2\left(\frac{R_2R_3}{R_1} + R_3 + R_2\right) + 1\right)$$

$$\frac{U_0}{U_s} = \frac{-\frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{1}{R_2R_3C_1C_2}}{s^2 + \frac{sC_2}{R_2R_3C_1C_2}\left(\frac{R_2R_3}{R_1} + R_3 + R_2\right) + \frac{1}{R_2R_3C_1C_2}}$$

$$\frac{U_0}{U_s} = -\frac{\frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_1} + \frac{1}{R_3C_1}\right) + \frac{1}{R_2R_3C_1C_2}}$$

ess116
140423

/forts 6 Poler

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1C_1}+\frac{1}{R_2C_1}+\frac{1}{R_3C_1}\right) \pm \sqrt{\underbrace{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{R_1C_1}+\frac{1}{R_2C_1}+\frac{1}{R_3C_1}\right)^2 - \frac{1}{R_2R_3C_1C_2}}_{=0 \text{ ty dubbelpol krävs}}}$$

$$\frac{1}{4C_1^2}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)^2 = \frac{1}{R_2R_3C_1C_2}$$

$$C_2 = \frac{4C_1}{R_2R_3}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)^{-2} =$$

$$= 4C_1 \cdot \frac{1}{6{,}8\cdot 5{,}6}\cdot\frac{1}{\left(\frac{1}{4{,}7}+\frac{1}{6{,}8}+\frac{1}{5{,}6}\right)^2} =$$

$$= 0{,}362\cdot C_1 = 0{,}080\,\mu F = \underline{\underline{80\,nF}}$$

Poler $s_0 = s_1 = s_2 = -\frac{1}{2C_1}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right) = \omega_ö = 1{,}22\cdot 10^3$

$$\frac{U_o}{U_s} = -\frac{K}{(s+\omega_ö)^2}$$

$$\omega_{ötot} = \omega_ö\sqrt{2^{1/2}-1} = 788 \text{ r/s}$$

$$t_{r\,tot} = \frac{2{,}2}{\omega_{ötot}} = 2{,}8 \text{ ms}$$

Alt. $t_{r\,tot} = 1{,}1\sqrt{t_{r_1}^2 + t_{r_2}^2} = 1{,}1\sqrt{2\cdot t_r^2} = 1{,}1\cdot\sqrt{2}\sqrt{\left(\frac{2{,}2}{\omega_ö}\right)^2} =$

$$= \frac{1{,}1\sqrt{2}}{\omega_ö}\cdot 2{,}2 = \underline{\underline{2{,}8 \text{ ms}}}$$

6.

ess 116

140423