Tentamen
ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

16 dec 2013 kl. 14.00-18.00 sal: Hörsalsvägen

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås tisdagen den 17 december på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Tisdag 21 jan kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte med 7 sidor)

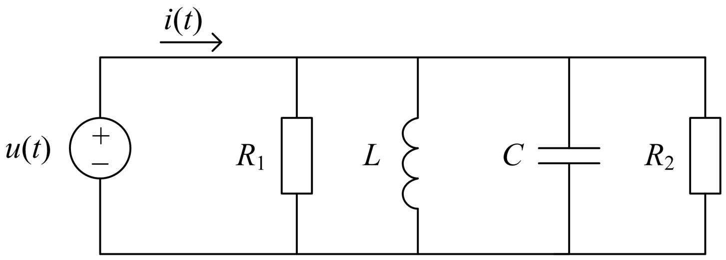
Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

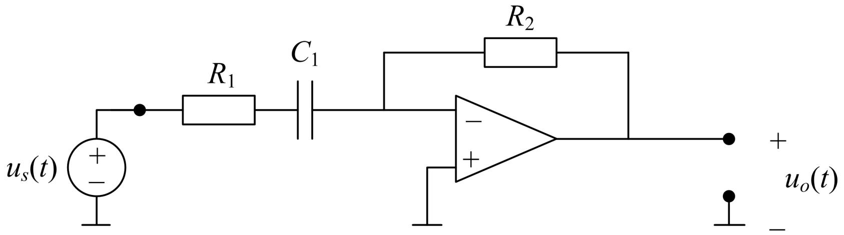
1. Beräkna strömmen $i(t)$ i kretsen i figur 1. Antag sinusformat stationärtillstånd där källan levererar spänningen $u(t) = 10\cos(\omega t + 20°)$ V.

$R_1 = 2.0\ \Omega$ $R_2 = 4.0\ \Omega$ $L = 2.0$ mH
$C = 1.0$ mF $\omega = 1000$ rad/s



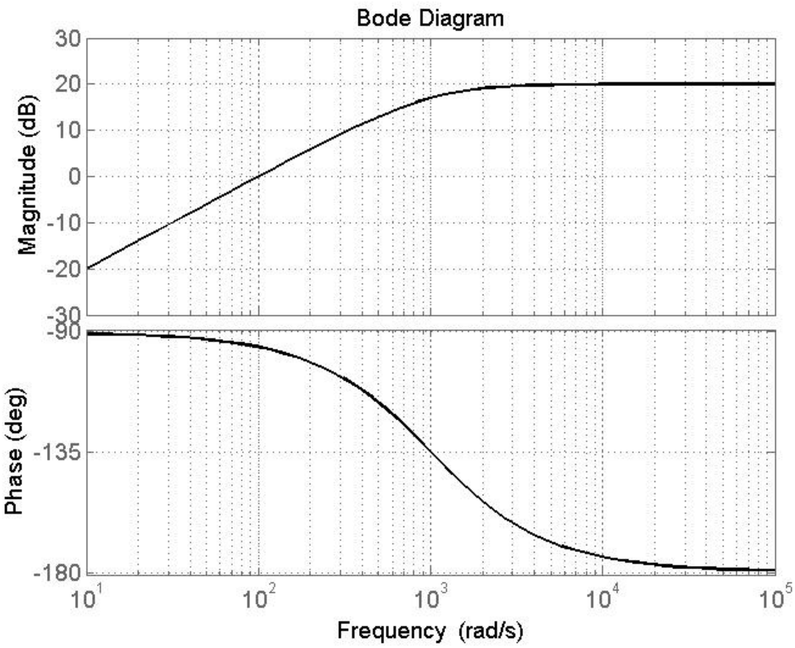
Figur 1: Växelströmskrets

2. Operationsförstärkarkretsen i figur 2 bildar ett högpassfilter. Beräkna filtrets (förstärkarens) överföringsfunktion $H(s) = U_o(s)/U_s(s)$. Filtrets frekvenssvar, $H(j\omega)$, beskrivs i motsvarande Bodediagram [1] i figur 3. Använd Bodediagrammet samt $H(j\omega)$ för att beräkna R_1 och R_2 om $C_1 = 1.0\ \mu$F. Antag ideal operationsförstärkare.



Figur 2: Högpassfilter

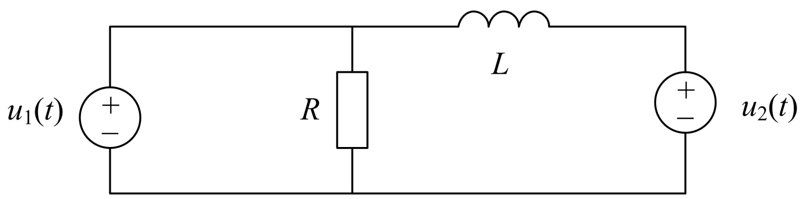
[1] I ordinarie tentates var Phase diagrammet felgraderat. Denna version är korrekt.



Figur 3: Bodediagram

3. Växelströmskretsen i figur 4 har två spänningskällor. Beräkna den medeleffekt som var och en av dessa källor avger (eller mottager). Antag sinusformat stationärtillstånd.

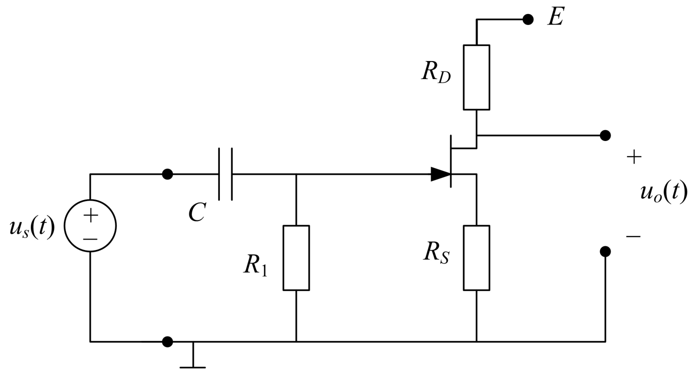
$$R = 2.0\ \Omega \qquad u_1(t) = 12\cos(\omega_1 t + 30^\circ)\ \text{V}$$
$$j\omega_1 L = j1.0\ \Omega \qquad u_2(t) = 6.0\cos(\omega_1 t + 0^\circ)\ \text{V}$$



Figur 4: Växelströmskrets

4. Beräkna förstärkningen u_o/u_s i transistorkretsen som visas i figur 5. För transistorn gäller $I_{DSS} = 6.0$ mA och $U_p = -1.0$ V. Övriga transistorparametrar kan försummas. För aktuella signalfrekvenser är $1/\omega C \approx 0$.

$$R_D = 1.0 \text{ k}\Omega \qquad R_S = 200\ \Omega \qquad R_1 = 500 \text{ k}\Omega$$

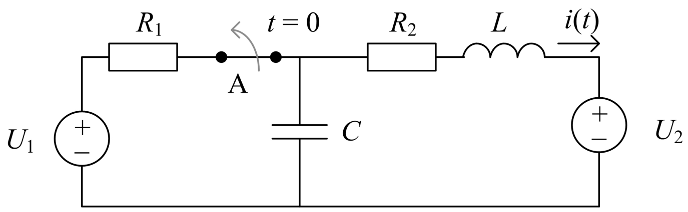


Figur 5: Transistorförstärkare

5. Brytaren A i kretsen som visas i figur 6 har varit sluten under lång tid. Vid tidpunkten $t = 0$ öppnas brytaren. Beräkna strömmen $i(t)$ då $t \geq 0$.

$$R_1 = 8.0\ \Omega \qquad R_2 = 2.0\ \Omega \qquad U_1 = 10 \text{ V} \qquad U_2 = 20 \text{ V}$$

$$L = \frac{1}{3} \text{ H} \qquad C = \frac{3}{8} \text{ F}$$



Figur 6: RLC - krets

6. Betrakta operationsförstärkarkretsen i figur 7.

   (a) Beräkna förstärkarkretsens överföringsfunktion

   $$H(s) = \frac{U_o(s)}{U_s(s)}$$

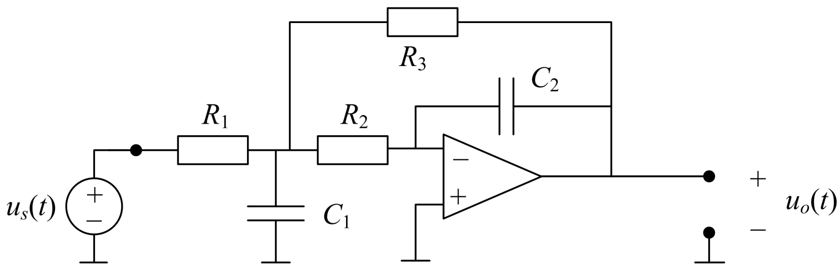
   utan att sätta in några numeriska värden.

   (b) Beräkna värdet på C_2 så att förstärkarens stegsvar blir så snabbt som möjligt utan att stegsvaret får översväng.

   (c) Vilken stigtid får förstärkaren?

$$R_1 = R_2 = R_3 = 5.0\ \text{k}\Omega$$
$$C_1 = 0.15\ \mu\text{F}$$

Antag ideal operationsförstärkare.

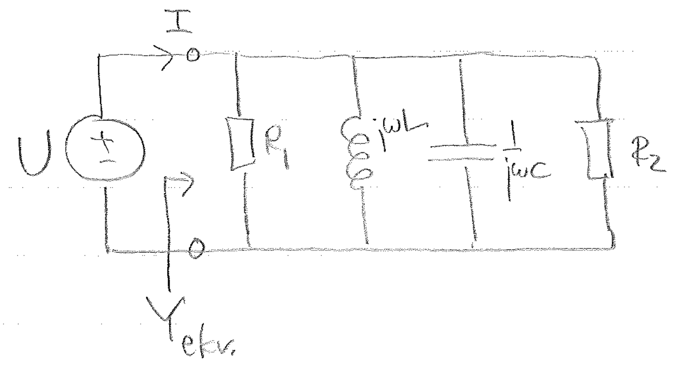


Figur 7: Förstärkarkrets

Elektriska Nät och System, F2

ess116 131216

1. jω-transformera



$u(t) = 10\cos(\omega t + 20°)$ V

$U = 10\underline{/20°}$

$\omega = 1000$ r/s

$j\omega L = j10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = j2\ \Omega$

$\frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{10^3 \cdot 10^{-3}} = -j\ \Omega$

$R_1 = 2.0\ \Omega$

$R_2 = 4.0\ \Omega$

Ekvivalent admittans

$$Y_{ekv} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{j2} + j = \frac{3}{4} + j\left(-\frac{1}{2} + 1\right) =$$

$$= \frac{3}{4} + j\frac{1}{2} = \frac{1}{4}(3 + j2) = \frac{\sqrt{13}}{4}\underline{/33.7°}$$

$$I = U \cdot Y_{ekv} = 10\underline{/20°} \cdot \frac{\sqrt{13}}{4}\underline{/33.7°} =$$

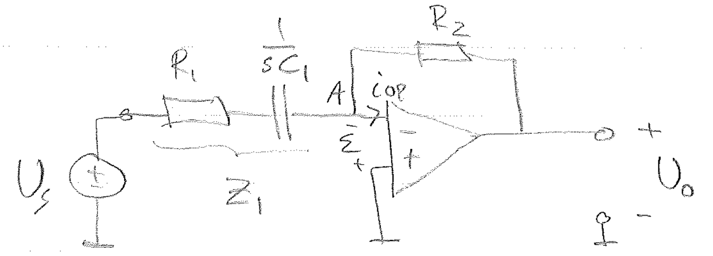
$$= 9.01\underline{/53.7°}$$

Svar: $i(t) = 9.01\cos(1000t + 53.7°)$ A

ess116
13/2/6

Laplace transformera!

2.



$C = 1{,}0\ \mu F$

Ideal Op. förstl. } ⇒ $i_{op} = 0$
Neg. återkoppl. } ⇒ $\varepsilon = 0$

$$KCL_A: \quad \frac{U_s}{Z_1} + \frac{U_o}{R_2} = 0 \quad ; \quad Z_1 = R_1 + \frac{1}{sC_1}$$

$$\frac{U_o}{U_s} = -\frac{R_2}{Z_1} = -\frac{R_2}{R_1 + \frac{1}{sC_1}} = -\frac{sR_2C_1}{1 + sR_1C_1} = H(s)$$

Låt $\omega_2 = \frac{1}{R_2C}$; $\omega_1 = \frac{1}{R_1C}$

$$H(s) = -\frac{s/\omega_2}{1 + \frac{s}{\omega_1}} \Rightarrow H(j\omega) = -\frac{j\frac{\omega}{\omega_2}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{\frac{\omega}{\omega_2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2}} \quad ; \quad H(j\omega)\Big|_{\omega \to \infty} = \frac{\omega}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_1}{\omega} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{R_1C} \cdot \frac{R_2C}{1} = \frac{R_2}{R_1}$$ (= 20 dB enligt Bodediagram)

$$20\,{}^{10}\log\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = 20 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 10$$

$$\arg\{H(j\omega)\} = -90^\circ - \arctan\left\{\frac{\omega}{\omega_1}\right\} = -135^\circ \text{ vid } \omega = \omega_1$$

$\omega_1 = 1000$ r/s enligt Bodediagram

$$\omega_1 = \frac{1}{R_1C} \Rightarrow R_1 = \frac{1}{\omega_1 C} = \frac{1}{1000 \cdot 10^{-6}} = 1000\ \Omega$$

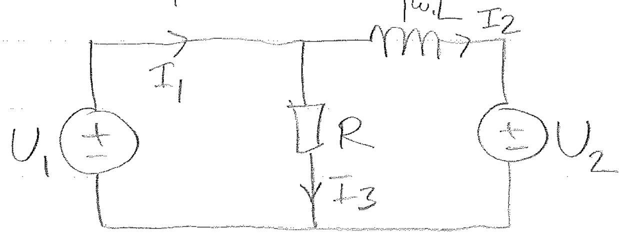
$R_2 = 10 R_1$

Svar: $R_1 = 1{,}0\ k\Omega$, $R_2 = 10\ k\Omega$

ess116

131216

3. jω-transformera



$U_1 = 12\angle 30^\circ$

$U_2 = 6\angle 0^\circ$

$j\omega_1 L = j \cdot 1\ \Omega$

$R = 2{,}0\ \Omega$

$$I_3 = \frac{U_1}{R} = \frac{12\angle 30^\circ}{2} = 6\angle 30^\circ = 6\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right)$$

KVL: $-U_1 + j\omega_1 L \cdot I_2 + U_2 = 0$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{U_1 - U_2}{j\omega_1 L} = \frac{12\angle 30^\circ - 6}{j} =$$

$$= \frac{4{,}39 + 6j}{j} = 6 - j4{,}39 = 7{,}44\angle -36{,}2^\circ$$

KCL: $I_1 = I_2 + I_3 = 6\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{j}{2}\right) + 6 - j4{,}39 =$

$$= 3\sqrt{3} + 3j + 6 - j4{,}39 = 11{,}20 - j1{,}39 = 11{,}28\angle -7{,}09^\circ$$

Förbrukad effekt (Notera ref. riktningar)

U_1: $S_1 = \frac{1}{2} U_1 (-I_1)^* = \frac{1}{2} \cdot 12\angle 30^\circ \cdot (-11{,}20 + j1{,}39)^* =$

$$= 6\angle 30^\circ \cdot 11{,}28\angle 187{,}09^\circ = 6 \cdot 11{,}28\angle 217{,}09^\circ$$

$P_1 = \mathrm{Re}\{S_1\} = -54$ W (Negativt: Effekt levereras!)

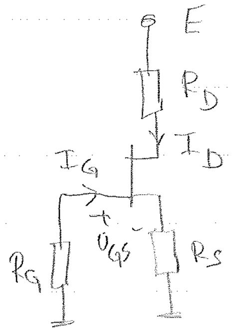
U_2: $S_2 = \frac{1}{2} U_2 I_2^* = \frac{1}{2} \cdot 6\,(6 + j4{,}39)$

$P_2 = \mathrm{Re}\{S_2\} = 18$ W (Positivt: Effekt upptas)

ess116
131216

DC - schema

4.



$I_{DSS} = 6{,}0\ mA$, $U_p = -1{,}0\ V$

$$I_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right)^2$$

Antag $I_G = 0$

$$U_{GS} + R_S I_D = 0 \Rightarrow I_D = -\frac{U_{GS}}{R_S}$$

$$-\frac{U_{GS}}{R_S} = I_{DSS}\left(1 - \frac{2U_{GS}}{U_p} + \frac{U_{GS}^2}{U_p^2}\right)$$

$$-\frac{U_{GS} \cdot U_p^2}{R_S I_{DSS}} = U_p^2 - 2U_{GS}U_p + U_{GS}^2$$

$R_S = 200\ \Omega$

$R_D = 1{,}0\ k\Omega$

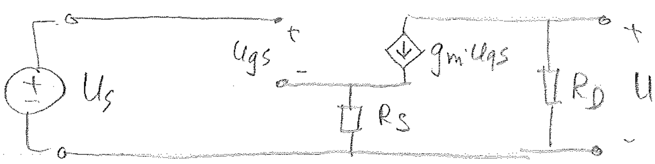
$$U_{GS}^2 + U_{GS}\left(\frac{U_p^2}{R_S I_{DSS}} - 2U_p\right) + U_p^2 = 0$$

$$U_{GS}^2 + U_{GS}\left(\frac{1}{0{,}2 \cdot 6} + 2\right) + 1 = 0 \qquad U_{GS} = -1{,}417 \pm \sqrt{1{,}417^2 - 1}$$

$$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial U_{GS}} = -\frac{2I_{DSS}}{U_p}\left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right) = \qquad U_{GS} = \begin{cases} -0{,}413 \leftarrow \\ (-2{,}42) \end{cases}$$

$$= \frac{-2 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{-1}\left(1 - \frac{0{,}413}{1}\right) = 7{,}04\ mA/V$$

Småsignal schema



$$\begin{cases} U_o = -g_m u_{gs} \cdot R_D \\ U_s = u_{gs} + g_m u_{gs} \cdot R_S \end{cases}$$

$$\frac{U_o}{U_s} = \frac{-g_m R_D}{1 + g_m R_S} =$$

$$= -\frac{7{,}04 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}0 \cdot 10^3}{1 + 7{,}04 \cdot 10^{-3} \cdot 200} =$$

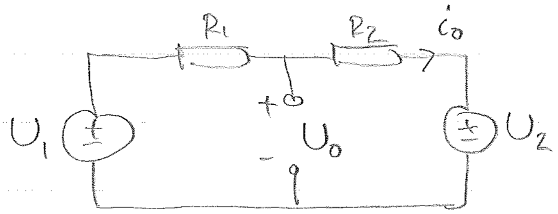
$$= -2{,}9 \quad 995$$

ess116
131216

5. $t < 0$ Brytaren sluten

$C \Rightarrow$ Avbrott , $L \Rightarrow$ kortslutning

$R_1 = 8{,}0\,\Omega$
$R_2 = 2{,}0\,\Omega$
$C = \frac{3}{8}$ F
$L = \frac{1}{3}$ H
$U_1 = 10$ V , $U_2 = 20$ V

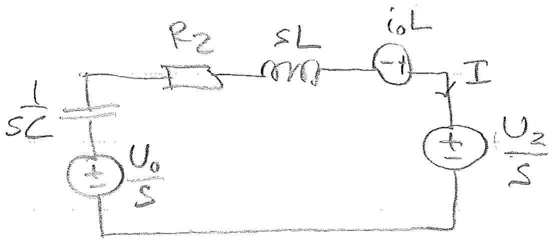


$$i_0 = \frac{U_1 - U_2}{R_1 + R_2} = \frac{10-20}{10} = -1\,A$$ Beg. ström genom L

$$-U_1 + R_1 i_0 + U_0 = 0 \Rightarrow U_0 = U_1 - R_1 i_0 = 10 + 8 = 18\ V$$ Beg. sp. över C

$t \geq 0$

Laplace-transf.



$$I = \frac{\frac{U_0}{s} - \frac{U_2}{s} + i_0 L}{\frac{1}{sC} + sL + R_2} = \frac{U_0 - U_2 + s i_0 L}{s^2 L + s R_2 + \frac{1}{C}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{L}(U_0 - U_2) + s i_0}{s^2 + s\frac{R_2}{L} + \frac{1}{LC}} = \frac{3(18-20) - s}{s^2 + s \cdot 6 + 8} = \ldots =$$

$$= \frac{-(6+s)}{(s+2)(s+4)} = \{P.B.U\} = \frac{1}{s+4} - \frac{2}{s+2}$$

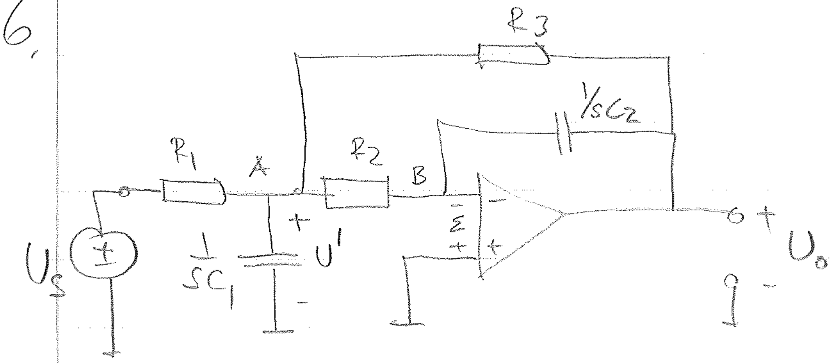
Inv. Laplacetransf.

$$i(t) = e^{-4t} - 2e^{-2t} \quad \text{för} \quad t \geq 0$$

ess116
131216

Laplacetransf.

6.



Ideal op. först.
Neg. återkopplad $\Rightarrow \varepsilon = 0$, $i_{op} = 0$

a/

$$KCL_A: \quad \frac{U_s - U'}{R_1} - U' sC_1 - \frac{U'}{R_2} + \frac{U_0 - U'}{R_3} = 0$$

$$KCL_B: \quad \frac{U'}{R_2} + U_0 sC_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad U' = -U_0 s R_2 C_2$$

$$\frac{U_s}{R_1} = U'\left(\frac{1}{R_1} + sC_1 + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) - \frac{U_0}{R_3}$$

$$\frac{U_s}{R_1} = -U_0\left(\frac{sR_2C_2}{R_1} + \frac{sR_2C_2}{R_2} + \frac{sR_2C_2}{R_3} + s^2 R_2 C_1 C_2 + \frac{1}{R_3}\right)$$

$$U_s \frac{R_3}{R_1} = -U_0\left(s^2 R_2 R_3 C_1 C_2 + sC_2\left(\frac{R_2 R_3}{R_1} + R_3 + R_2\right) + 1\right)$$

$$\frac{U_0}{U_s} = \frac{-\frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}}{s^2 + \frac{sC_2}{R_2 R_3 C_1 C_2}\left(\frac{R_2 R_3}{R_1} + R_3 + R_2\right) + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}}$$

$$\frac{U_0}{U_s} = -\frac{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_3 C_1}\right) + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}}$$

ess116
131216

/ Forts 6

b/ $R_1 = R_2 = R_3 = R = 5{,}0\ k\Omega$, $C_1 = 0{,}15\ \mu F$

$$\frac{U_0}{U_s} = - \frac{\frac{1}{R^2 C_1 C_2}}{s^2 + s\frac{3}{RC_1} + \frac{1}{R^2 C_1 C_2}}$$

Poler: $s_{1,2} = -\frac{3}{2}\frac{1}{RC_1} \pm \underbrace{\sqrt{\left(\frac{3}{2}\frac{1}{RC_1}\right)^2 - \frac{1}{R^2 C_1 C_2}}}_{=0}$

$\frac{9}{4\,R^2 C_1^2} = \frac{1}{R^2 C_1 C_2}$ ty dubbelpol krävs

$$C_2 = \frac{4}{9} C_1 = \frac{4}{9} \cdot 0{,}15\ \mu F \approx 67\ nF$$

c/ $$\frac{U_0}{U_s} = - \frac{\frac{1}{R^2 C_1 C_2}}{\left(s + \frac{3}{2}\frac{1}{RC_1}\right)^2} = - \frac{K}{(s + \omega_1)^2}$$

$$\omega_{\ddot{o}tot} = \omega_1 \sqrt{2^{1/2} - 1}$$

$$t_{r\,tot} \approx \frac{2{,}2}{\omega_{\ddot{o}tot}} = \frac{2{,}2}{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{RC_1} \sqrt{2^{1/2} - 1}} \approx 1{,}7\ ms$$

Alt. $t_{r\,tot} = 1{,}1 \sqrt{2 t_r^2} = 1{,}1 \sqrt{2\left(\frac{2{,}2}{\omega_1}\right)^2} \approx 1{,}7\ ms$

ess 116

131216

6.