

# Tentamen

## ess115 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

18 april 2009 kl. 08.30-12.30 sal V

Förfrågningar: Ants Silberberg, tel. 1808  
Lösningar: Anslås måndag 20 april på institutionens anslagstavla, plan 5.  
Resultat: Rapporteras in i Ladok (anonyma tentor)  
Granskning: Torsdag 14 maj kl. 12.00 - 13.00 , rum 5430.  
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

### Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte)

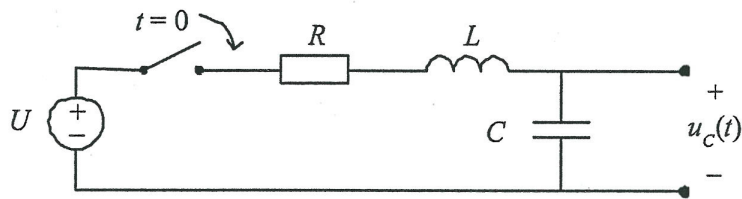
Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

<i>Poäng</i>	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
<i>Betyg</i>	U	3	4	5

Lycka till!

1. Beräkna spänningen  $u_C(t)$  i kretsen i figur 1. Brytaren sluts vid tidpunkten  $t = 0$  och kretsen saknar begynnelseenergi.

$$U = 30 \text{ V} \quad R = 1.5 \text{ k}\Omega \quad L = 0.10 \text{ H} \quad C = 0.20 \text{ }\mu\text{F}$$

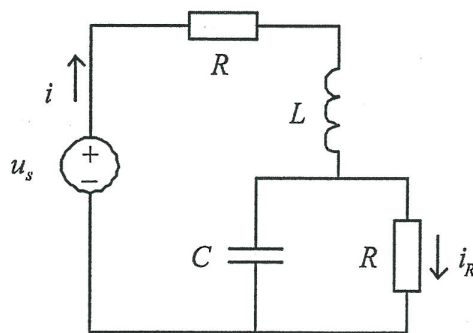


Figur 1: Elektrisk krets

2. Beräkna strömmen  $i_R(t)$  genom en av grenarna i kretsen i figur 2. Antag sinusformat stationärtillstånd.

$$R = 8.0 \text{ }\Omega \quad u(t) = 70 \cos(100t) \text{ mV}$$

$$L = 60 \text{ mH} \quad C = 625 \text{ }\mu\text{F}$$



Figur 2: AC-krets

3. En transistorförstärkare visas i figur 3. Amplituden på strömmen genom lastresistansen  $R_L$  får inte överstiga 35.4 mA (effektbegränsning). Beräkna tillåtna amplitudvärden på småsignalvariationerna i inspänningen  $u_s$ . För aktuella signalfrekvenser kan man anta att  $\frac{1}{\omega C} \approx 0$ .

$$R_S = 5.0 \text{ k}\Omega$$

$$R_C = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = 80 \text{ k}\Omega$$

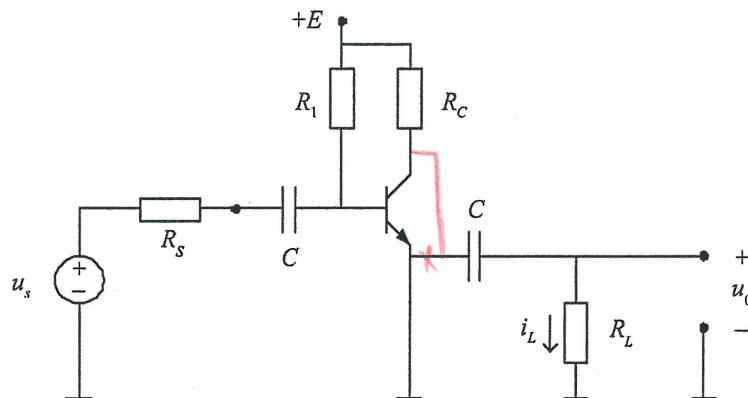
$$R_L = 10 \text{ k}\Omega$$

För transistorn gäller (övriga parametrar kan försummas)

$$h_{ie} = 2.0 \text{ k}\Omega$$

$$h_{fe} = 55$$

$$h_{oe} = 25 \text{ }\mu\text{S}$$

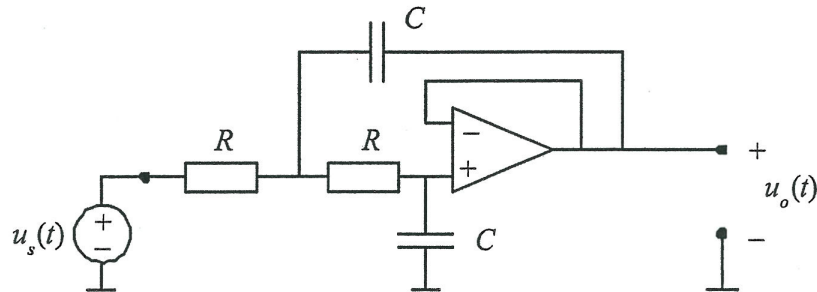


Figur 3: Transistorförstärkare

4. Två lika förstärkare kaskadkopplas. Schemat för en sådan förstärkare visas i figur 4. Beräkna den totala förstärkarens stigtid och pulsfall. Pulslängden är 2.0 ms. Antag ideala operationsförstärkare.

$$R = 15 \text{ k}\Omega$$

$$C = 0.68 \text{ nF}$$



Figur 4: Ett förstärkarsteg

5. Beräkna förstärkningen  $\frac{u_o}{u_s}$  samt in- och utresistanserna hos förstärkaren i figur 5. För transistoren gäller:  $g_m = 1.5 \text{ mA/V}$ . Övriga transistorparametrars inverkan kan försummas. För aktuella signalfrekvenser kan man anta att  $\frac{1}{\omega C} \approx 0$ .

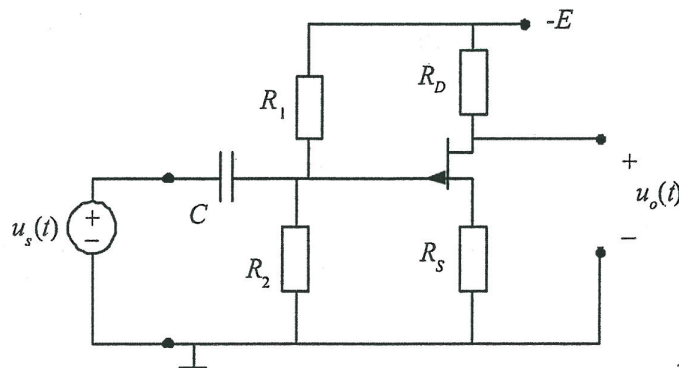
$$R_1 = 1.3 \text{ M}\Omega$$

$$R_D = 18 \text{ k}\Omega$$

$$E = 60 \text{ V}$$

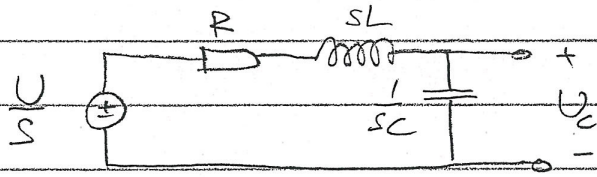
$$R_2 = 200 \text{ k}\Omega$$

$$R_S = 4.0 \text{ k}\Omega$$



Figur 5: Transistorförstärkare

6. En spole och ett motstånd kopplas i serie och bildar impedansen  $Z$ . Motståndet kan anses vara idealt med resistansen  $R = 30 \Omega$ . Spolen är inte ideal men kan beskrivas som en resistans  $r$  i serie med en ideal induktans  $L$ . Impedansen  $Z$  matas nu med en växelspanning vars amplitud är  $\sqrt{2} \cdot 230 \text{ V}$  och frekvensen  $50 \text{ Hz}$ . Med ett oscilloskop studeras spänningarna över motståndet och över spolen. Man finner att amplituden på spänningen över motståndet är  $184 \text{ V}$  och amplituden på spänningen över spolen är  $255 \text{ V}$ . Beräkna effektutvecklingen i spolen. Antag sinusformat stationärtillstånd.

1/ Laplace transf. ( $t \geq 0$ )

Sp. delning

$$U_C = \frac{U}{s} \cdot \frac{\frac{1}{sC}}{R + sL + \frac{1}{sC}} = \frac{U}{s} \left( \frac{1}{sRC + s^2LC + 1} \right) =$$

$$= \frac{U/LC}{s \left( s^2 + s \frac{R}{L} + \frac{1}{LC} \right)} = \frac{1,5 \cdot 10^9}{s \left( s^2 + 5 \cdot 15 \cdot 10^3 + 50 \cdot 10^6 \right)}$$

$$\text{Rötter: } s_{1,2} = -7,5 \cdot 10^3 \pm \sqrt{(7,5 \cdot 10^3)^2 - 50 \cdot 10^6} =$$

$$= (-7,5 \pm 2,5) \cdot 10^3 = \begin{cases} -5 \cdot 10^3 & (s_1) \\ -10 \cdot 10^3 & (s_2) \end{cases}$$

$$U_C(s) = \frac{K}{s(s+s_1)(s+s_2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+s_1} + \frac{C}{s+s_2}$$

$$A = \frac{K}{s_1 s_2} = \frac{1,5 \cdot 10^9}{5 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^3} = 30$$

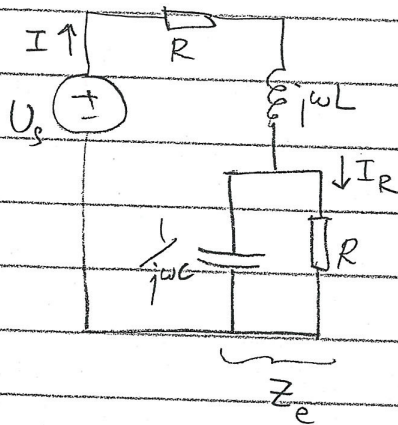
$$B = \frac{K}{-s_1(-s_1+s_2)} = \frac{1,5 \cdot 10^9}{5 \cdot 10^3(5 \cdot 10^3 - 10 \cdot 10^3)} = -60$$

$$C = \frac{K}{-s_2(-s_2+s_1)} = \frac{1,5 \cdot 10^9}{10 \cdot 10^3(10 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^3)} = 30$$

$$U_C(s) = \frac{30}{s} - \frac{60}{s+s_1} + \frac{30}{s+s_2} \quad \text{Inv. Laplace get}$$

$$u_C(t) = 30 \left( 1 - 2e^{-5 \cdot 10^3 t} + e^{-10 \cdot 10^3 t} \right) u(t) \quad \text{V}$$

2/  $j\omega$ -transf.



$$U_s(t) = 70 \cos(100t) \text{ mV} \hat{=} U_s = 0,07 \cdot 10^0$$

$$\omega = 100$$

$$\omega L = 100 \cdot 0,060 = 6 \Omega$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{100 \cdot 625} = 16 \Omega$$

$$R = 8 \Omega$$

$$Z_e = \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

$$= \frac{8}{1 + j0,5} = \frac{8(1 - j0,5)}{1 + 0,25} = 6,4 - j3,2 \Omega$$

$$I = \frac{U_s}{R + j\omega L + Z_e} = \frac{U_s}{8 + j6 + 6,4 - j3,2} = \frac{U_s}{14,4 + j2,8} = \frac{U_s}{\sqrt{215,2} / 11,0^\circ}$$

Strömteilung

$$I_R = I \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = I \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC} = I \frac{1}{1 + j0,5}$$

$$= I \frac{1}{\sqrt{1,25} / 26,6^\circ} = \frac{U_s}{\sqrt{215,2} \sqrt{1,25} / 11,0^\circ / 26,6^\circ}$$

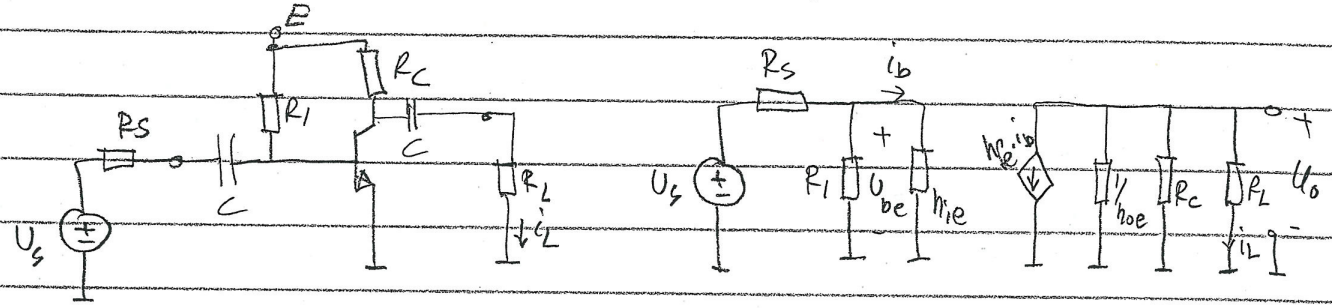
$$= 4,3 \cdot 10^{-3} / -36,6^\circ$$

$$\text{Somit: } i_R(t) = 4,3 \cos(100t - 36,6^\circ) \text{ mV}$$

Figur felritad i tes.

3/ Munlig korrigerig vid tentan.

Småsignalschema ( $\frac{1}{j\omega C} \approx 0$ )



$$U_o = i_L \cdot R_L$$

$$\text{KCL: } h_{fe} \cdot i_b + h_{oe} \cdot U_o + \frac{U_o}{R_c} + \frac{U_o}{R_L} = 0 ; i_b = -\frac{U_o}{h_{fe}} \left( h_{oe} + \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_L} \right)$$

$$i_b = -\frac{i_L}{h_{fe}} \left( R_L h_{oe} + \frac{R_L}{R_c} + 1 \right)$$

Sp. delning  $U_{be} = U_s \frac{R_1 // h_{ie}}{R_1 // h_{ie} + R_s}$

$$i_b = \frac{U_{be}}{h_{ie}} = \frac{1}{h_{ie}} \cdot U_s \frac{R_1 h_{ie}}{R_1 + h_{ie}} = \frac{R_1 h_{ie}}{R_1 + h_{ie}} \cdot \frac{U_s}{h_{ie}}$$

$$= \frac{U_s}{h_{ie}} \frac{R_1 h_{ie}}{R_1 h_{ie} + R_s (R_1 + h_{ie})}$$

" $i_b = i_b$ "

$$U_s \frac{R_1}{R_1 h_{ie} + R_s (R_1 + h_{ie})} = -\frac{i_L}{h_{fe}} \left( R_L h_{oe} + \frac{R_L}{R_c} + 1 \right)$$

$$U_s = -\frac{i_L}{h_{fe}} \frac{(R_L h_{oe} + \frac{R_L}{R_c} + 1)(R_1 h_{ie} + R_s (R_1 + h_{ie}))}{R_1} = \left\{ i_L = i_{L \max} \right\} =$$

$$= -i_L \frac{(0,25 + 1 + 1)}{55} \cdot (20 + 50 \cdot (1 + \frac{2}{20})) \cdot 10^3 = -i_L \cdot 291 \text{ V}$$

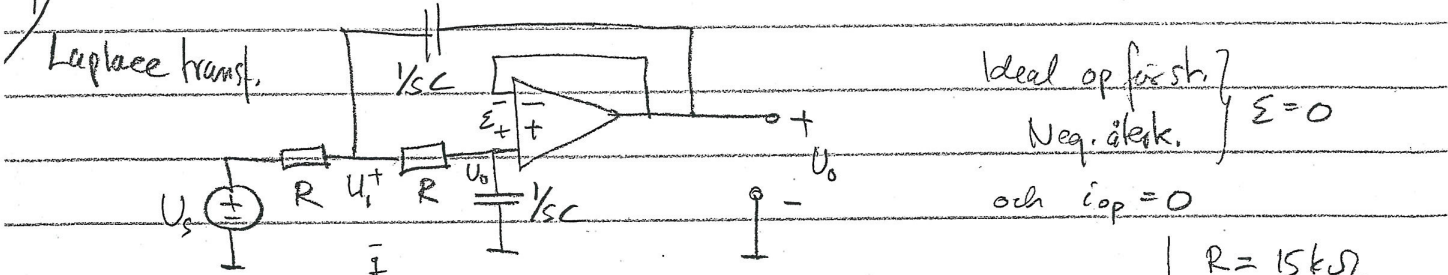
$$i_L = i_{L \max} \Rightarrow U_s \max = 10,3 \text{ V}$$

Notera! Transistorn bultnar långt innan dess.  
Rimligt värde på  $U_{o \max} = \frac{E}{2} = \left\{ \text{sån } E = 15 \text{ V} \right\} = 7,5 \text{ V}$

$$\text{Då blir } i_i = \frac{7,5}{10} = 0,75 \text{ mA}$$



4/



$R = 15 \text{ k}\Omega$   
 $C = 0.68 \text{ nF}$

$$U_o = U_i \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{U_i}{1 + sRC} \quad \text{Sp. delning}$$

KCL:  $\frac{U_s - U_1}{R} + \frac{U_o - U_1}{R} + \frac{U_o - U_1}{1/sC} = 0$

$$U_s - U_1 + U_o - U_1 + sRC(U_o - U_1) = 0$$

$$U_s = U_1(2 + sRC) - U_o(1 + sRC) = \{U_1 = U_o(1 + sRC)\} =$$

$$= U_o(1 + sRC)(2 + sRC) - U_o(1 + sRC) =$$

$$= U_o(1 + sRC)(2 + sRC - 1) = U_o(1 + sRC)^2$$

$$\frac{U_o}{U_s} = \frac{1}{(1 + sRC)^2} \quad \text{Två lika kaskadkopplade steg} \quad H(s) = \frac{1}{(1 + sRC)^4}$$

$$H(s) = \frac{1}{(1 + \frac{s}{\omega_1})^4} \quad \omega_{\text{ö/ot}} = \omega_1 \sqrt{2^{1/4} - 1} \quad \omega_1 = \frac{1}{RC}$$

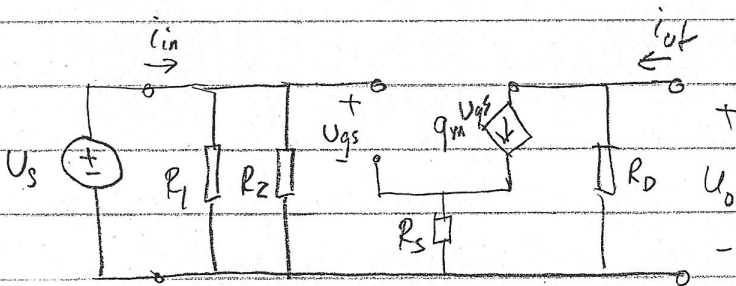
$$\text{stighet } t_{r\text{tot}} \approx \frac{2,2}{\omega_{\text{ö/ot}}} = \frac{2,2 RC}{\sqrt{2^{1/4} - 1}} \approx 5,2 \cdot 10^{-5}$$

(Alt:  $t_{r\text{tot}} = 1,1 \sqrt{4} \cdot t_r^2 = \sqrt{t_r} = \frac{2,2}{\omega_1} = 1,1 \cdot \sqrt{4} \cdot 2,2 \cdot RC \approx 49 \mu\text{s}$ )

Svar:  $t_{r\text{tot}} \approx 52 \mu\text{s}$   
Pulsfall saknas (0%) ty ingen undre brytvinkel frek.

5) Small signal schema

$$R_{12} = R_1 // R_2$$



$$\begin{cases} U_s = U_{gs} + g_m U_{gs} R_S \\ U_o = -g_m U_{gs} R_D \end{cases} \quad \left/ \quad \begin{aligned} \frac{U_o}{U_s} &= - \frac{g_m R_D}{1 + g_m R_S} = \end{aligned} \right.$$

$$= - \frac{1,5 \cdot 18}{1 + 1,5 \cdot 4} = -3,86 \text{ V/V}$$

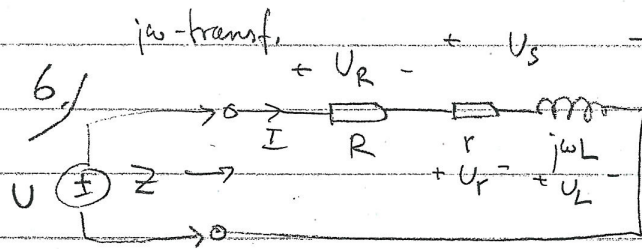
$$R_{in} = \frac{U_{in}}{i_{in}} = \frac{U_s}{i_{in}} = R_1 // R_2 = \frac{1300 \cdot 200}{1300 + 200} \cdot 10^3 = 173 \text{ k}\Omega$$

$$R_{out} = \left. \frac{U_o}{i_{out}} \right|_{U_s=0} = R_D = 18 \text{ k}\Omega$$

Swan:  $\frac{U_o}{U_s} = -3,86 \text{ V/V}$

$$R_{in} = 173 \text{ k}\Omega$$

$$R_{out} = 18 \text{ k}\Omega$$



$$\omega = 2\pi \cdot 50 \text{ r/s}$$

$$R = 30 \Omega$$

$$Z = R + r + j\omega L$$

$$\hat{U} = |U| = \sqrt{2} \cdot 230 \text{ V} \approx 325 \text{ V}$$

$$\hat{U}_R = |U_R| = 184 \text{ V}$$

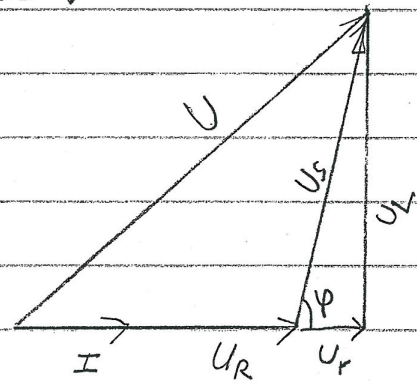
$$\hat{U}_s = |U_s| = 255 \text{ V}$$

$$U = U_R + U_s = U_R + U_r + U_L$$

Visor diagram

$$\hat{U}_R = \hat{U}_s \cos \varphi$$

$$\hat{U}_L = \hat{U}_s \sin \varphi$$



$$(\hat{U}_R + \hat{U}_s \cos \varphi)^2 + (\hat{U}_s \sin \varphi)^2 = \hat{U}^2$$

$$\hat{U}_R^2 + 2\hat{U}_s \hat{U}_R \cos \varphi + \hat{U}_s^2 \cos^2 \varphi + \hat{U}_s^2 \sin^2 \varphi = \hat{U}^2$$

$$\cos \varphi = \frac{\hat{U}^2 - \hat{U}_R^2 - \hat{U}_s^2}{2\hat{U}_s \hat{U}_R} = \frac{2 \cdot 230^2 - 184^2 - 255^2}{2 \cdot 255 \cdot 184} \approx 0,074$$

$$\Rightarrow \varphi \approx 85,8^\circ$$

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}_R}{R} = \frac{184}{30} = 6,13 \text{ A}$$

$$U_r = U_s \cos \varphi$$

$$P_r = \frac{1}{2} U_r \cdot I = \frac{1}{2} \hat{U}_s \cos \varphi \cdot \hat{I} = \frac{1}{2} \cdot 255 \cdot 0,074 \cdot 6,13 =$$

$$= 58 \text{ W}$$