

Tentamen

ess115 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

10 december 2005 kl. 08.30-12.30 sal V

- Förfrågningar: Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar: Anslås måndagen den 12 december på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat: Anslås onsdagen den 11 januari kl. 13 på institutionens anslagstavla, plan 5.
Granskning: 1: måndagen den 16 januari kl. 13.00 - 14.15 , rum 5430.
2: onsdagen den 18 januari kl. 13.00 - 14.15 , rum 5430.
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte)

Bonuspoäng från inlämningsuppgift och WebQuiz adderas till tentaresultatet enligt kurshemsidan. Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

<i>Poäng</i>	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
<i>Betyg</i>	U	3	4	5

OBS! Skriv namn och personnummer på varje sida. Lycka till!

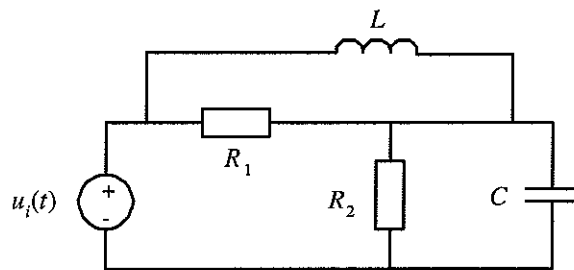
1. Beräkna den aktiva och den reaktiva effekt som spänningskällan i figur 1 avger. Antag sinusformat stationärtillstånd med $u_i(t) = 10 \cos(2t)$ V.

$$R_1 = 20/3 \Omega$$

$$R_2 = 2 \Omega$$

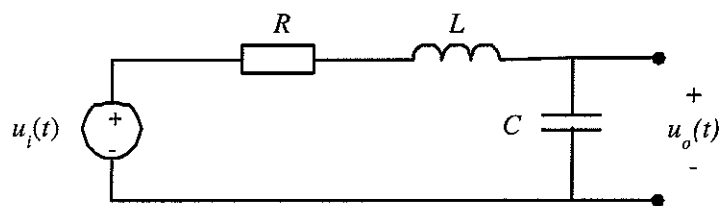
$$L = 10 \text{ H}$$

$$C = 0.25 \text{ F}$$



Figur 1: Växelströmsnät

2. Beräkna L och C i kretsen i figur 2 så att frekvensberoendet i överföringsfunktionen $\frac{U_o}{U_i}$ motsvarar ett Butterworthfilter med brytfrekvensen (3-dB frekvensen) 10 kHz. $R = 1.0 \text{ k}\Omega$.



Figur 2: Butterworthfilter

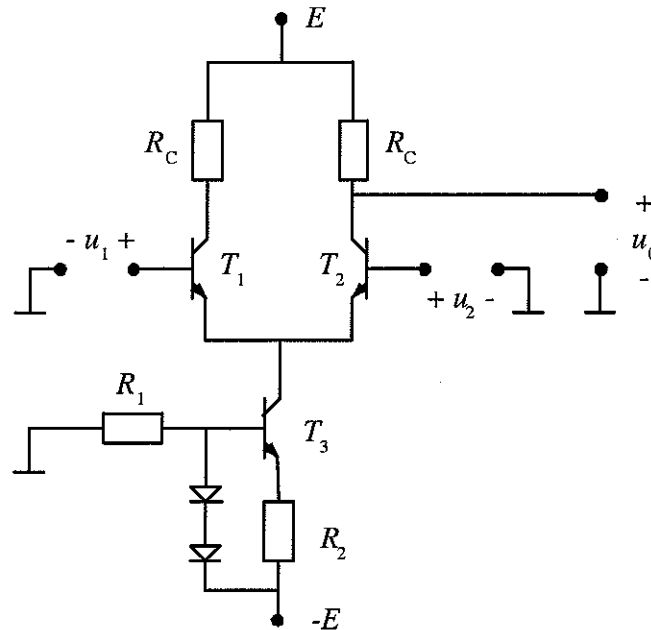
3. Betrakta differentialförstärkaren i figur 3 nedan. Beräkna arbetspunkten (kollektorström och kollektor-emitter spänning) för transistorerna T_1 och T_2 i förstärkaren. Ansätt $u_1 = u_2 = 0$ i jämviktsläget då arbetspunkten beräknas. $U_{BE} = 0.7$ V för alla transistorer i aktiva området. Spänningsfallet över dioderna är $U_D = 0.7$ V då dessa är ledande. Transistorerna T_1 och T_2 är lika och har strömförstärkningsfaktor $\beta = 200$. Motsvarande faktor för transistor T_3 är $\beta_3 = 100$.

$$R_C = 28 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 1.4 \text{ k}\Omega$$

$$E = 12 \text{ V}$$



Figur 3: Differentialförstärkare

4. Beräkna förstärkningen

$$F_{DM} = \frac{u_0}{u_1 - u_2}$$

för differentialförstärkaren i figur 3.

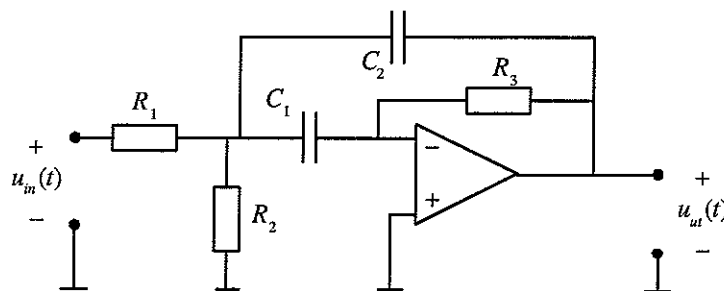
Transistorparametrar (T_1, T_2): $h_{ie} = 20 \text{ k}\Omega$ och $h_{fe} = 200$.

5. Ett bandpassfilter realiseras med en operationsförstärkarkrets enligt figur 4. Beräkna följande tre viktiga parametrar som karakteriserar filtret
- Maximal förstärkning
 - Centerfrekvens
 - Bandbredd

Antag ideal operationsförstärkare.

$$R_1 = 62 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 2.2 \text{ k}\Omega \quad R_3 = 160 \text{ k}\Omega$$

$$C_1 = 0.01 \text{ }\mu\text{F} \quad C_2 = 0.01 \text{ }\mu\text{F}$$



Figur 4: Bandpassförstärkare

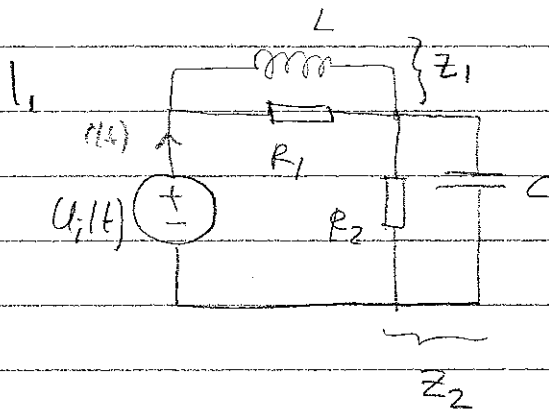
6. En förstärkare $A(s)$ återkopplas och förstärkningsuttrycket för den återkopplade förstärkaren kan skrivas

$$A_v(s) = \frac{A(s)}{1 + A(s)\beta(s)}$$

För att utreda om den återkopplade förstärkaren är stabil analyseras termen $A(s)\beta(s)$ som visar sig vara

$$A(s)\beta(s) = \frac{2 \cdot 10^{19}}{(s + 10^5)(s + 10^6)(s + 10^7)}$$

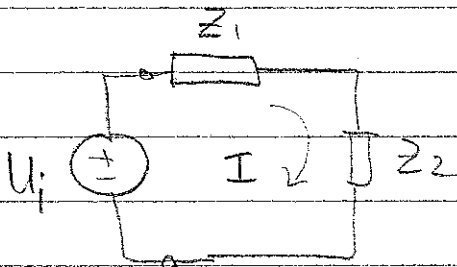
Beräkna aktuell amplitud- eller fasmarginal. Är förstärkaren stabil?


 $j\omega$ -transf.

$$Z_1 = \frac{j\omega L \cdot R_1}{j\omega L + R_1}$$

$$Z_2 = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}$$

$$\begin{aligned} \omega &= 2 \text{ rad/s} \\ R_1 &= 20/3 \ \Omega \\ R_2 &= 2 \ \Omega \\ L &= 10 \ \text{H} \\ C &= 0,25 \ \text{F} \end{aligned}$$



Den effekt som sp.källan avger upptas av nätet ($Z_1 + Z_2$)

$$\text{Komplex effekt } S = \frac{1}{2} U_i I^* = \frac{1}{2} \frac{U_i U_i^*}{(Z_1 + Z_2)^*} = \frac{1}{2} \frac{|U_i|^2}{(Z_1 + Z_2)^*}$$

$$Z_1 + Z_2 = \frac{j2 \cdot 10 \frac{20}{3}}{j2 \cdot 10 + \frac{20}{3}} + \frac{2}{1 + j2 \cdot 2 \cdot 0,25} = \frac{j20}{1+j3} + \frac{2}{1+j}$$

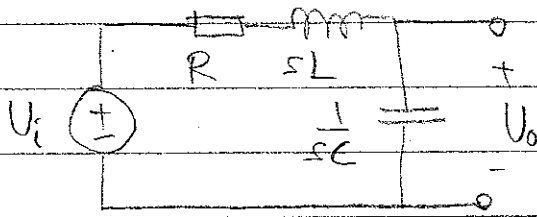
$$= \frac{j20(1+j) + 2(1+j3)}{(1+j3)(1+j)} = \frac{9 - j13}{1 - j2} = 7 + j$$

$$S = \frac{1}{2} \frac{|U_i|^2}{(Z_1 + Z_2)^*} = \frac{1}{2} \frac{10^2}{7 - j} = \frac{1}{2} \frac{100(7+j)}{(7-j)(7+j)}$$

$$= \frac{50}{50} (7+j) = 7 + j = P + jQ$$

Sp.källan avger Aktiv effekt $P = 7 \text{ W}$
 Reaktiv effekt $Q = 1 \text{ VAR}$

2.



Laplace transf.
notet

$$R = 1,0 \text{ k}\Omega$$

$$f_0 = 10 \text{ kHz}$$

$$U_o = U_i \cdot \frac{\frac{1}{sC}}{R + sL + \frac{1}{sC}} = U_i \cdot \frac{1}{s^2 LC + sRC + 1} = U_i \cdot \frac{1}{s^2 + s \frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

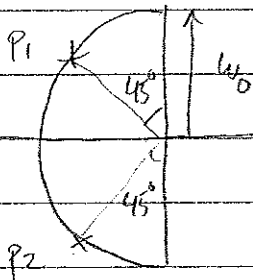
Poles: $s_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$

Allgemein: $\frac{U_o}{U_i} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + s \frac{R}{L} + \frac{1}{LC}} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2k\omega_0 s + \omega_0^2}$

Poles $s_{1,2} = -\omega_0 \left[-k \pm \sqrt{k^2 - 1} \right] = \omega_0 \left[-k \pm j\sqrt{1-k^2} \right]$

Butterworth

$n=2$



$$p_{1,2} = -\frac{\omega_0}{\sqrt{2}} \pm j \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$$

$$\because k = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{R}{2L} = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow L = \frac{\sqrt{2} R}{2\omega_0} = \frac{R}{\sqrt{2} \omega_0}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega_0^2} = \frac{\sqrt{2}\omega_0}{R\omega_0^2} = \frac{\sqrt{2}}{R\omega_0}$$

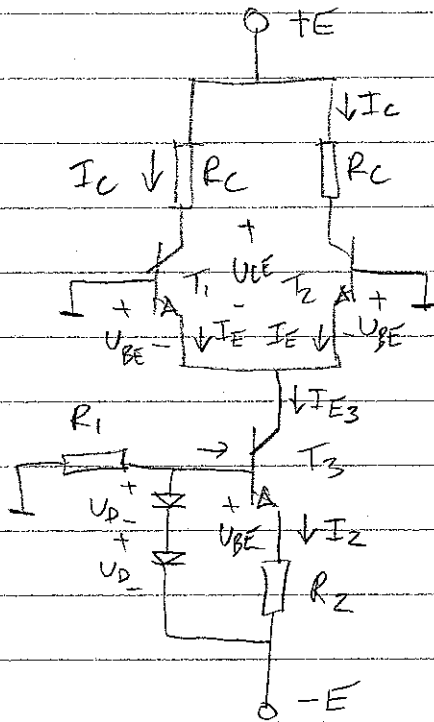
$$R = 1,0 \text{ k}\Omega$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \cdot 10 \cdot 10^3$$

$$L = \frac{1 \cdot 10^3}{\sqrt{2} \cdot 2\pi \cdot 10^4} = 11 \text{ mH}$$

$$C = \frac{\sqrt{2}}{10^3 \cdot 2\pi \cdot 10^4} = 0,0225 \mu\text{F}$$

3.



Eftersom $E = 12\text{ V}$ kan transistorerna antas vara i aktiva området för $u_1 = u_2 = 0$ samt dioder ledande

$$\text{KVL: } U_D + U_D - I_2 R_2 - U_{BE} = 0$$

$$I_2 = \frac{2U_D - U_{BE}}{R_2} = \frac{0,7}{1,4 \cdot 10^{-3}} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$I_{E3} = I_2 + \frac{I_2}{\beta_3} = I_2 \left(1 + \frac{1}{\beta_3}\right) = \frac{I_2}{1 + 1/100} = \frac{I_2}{1,01}$$

$$2I_E = I_{E3} \Rightarrow I_E = \frac{I_{E3}}{2} \quad \text{Lika transistorer!}$$

$$I_E = I_C \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$I_C = \frac{I_E}{\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)} = \frac{I_{E3}/2}{\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)} = \frac{I_2}{2 \left(1 + \frac{1}{\beta_3}\right) \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{2(1,005)(1,01)} = 2,46 \cdot 10^{-4} = 0,246 \text{ mA}$$

$$\text{KVL: } E = I_C R_C + U_{CE} - U_{BE} \Rightarrow U_{CE} = E + U_{BE} - I_C R_C = 12,7 - 28 \cdot 0,246 = 5,8 \text{ V}$$

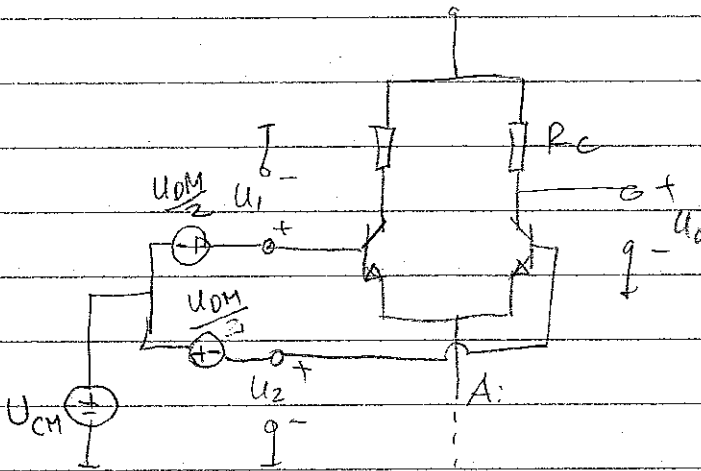
Svar: $I_C = 0,246 \text{ mA}$, $U_{CE} = 5,8 \text{ V}$

4, Dela upp inspänningarna enligt fig

$$U_1 - U_2 = U_{DM}$$

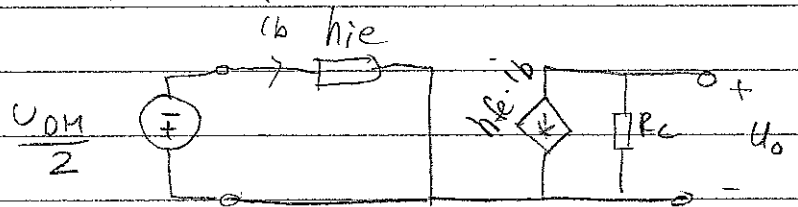
Löst $U_{CM} = 0$

$$\Rightarrow U_1 = -U_2$$



Virtuell jord vid A.

Småsignal schema



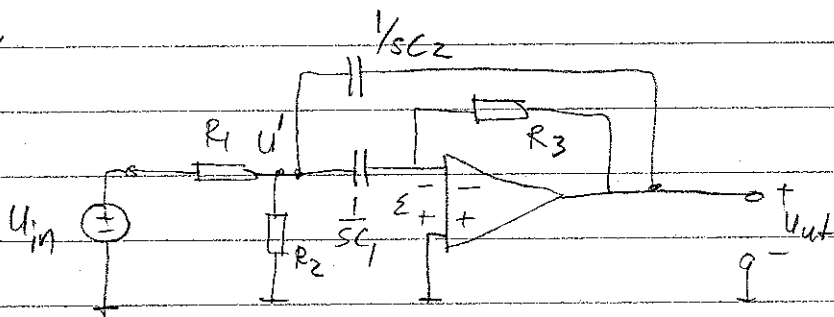
$$\begin{cases} \frac{U_{DM}}{2} + i_b h_{ie} = 0 \\ U_o = -h_{fe} i_b R_c \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} U_o &= -i_b \cdot h_{fe} R_c \\ U_{DM} &= -2 i_b \cdot h_{ie} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{U_o}{U_{DM}} &= \frac{h_{fe} R_c}{2 h_{ie}} \end{aligned}$$

$$\frac{U_o}{U_{DM}} = \frac{U_o}{U_1 - U_2} = \frac{h_{fe} R_c}{2 h_{ie}} = \frac{200 \cdot 28 \cdot 10^3}{2 \cdot 20 \cdot 10^3} = 140$$

Svar: 140 ggr

5.



Ideal Op-förstärk.
Neg. återk.
 $\Rightarrow \Sigma = 0$
 $i_{op} = 0$

$$\text{KCL: } \begin{cases} \frac{U_{in} - U'}{R_1} + \frac{U_{out} - U'}{1/sC_2} = \frac{U'}{1/sC_1} + \frac{U'}{R_2} \end{cases}$$

$$\text{KCL: } \begin{cases} U' \cdot sC_1 + \frac{U_{out}}{R_3} = 0 \Rightarrow U' = -U_{out} \cdot \frac{1}{sR_3C_1} \end{cases}$$

$$\frac{U_{in}}{R_1} = -U' \left[sC_1 + sC_2 + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] - U_{out} \cdot sC_2$$

$$U_{in} = -U_{out} \frac{1}{sR_3C_1} \left(sR_1C_1 + sR_1C_2 + 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) - U_{out} sR_1C_2$$

$$\frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{sR_3C_1}{1 + \frac{R_1}{R_2} + sR_1(C_1 + C_2) + s^2 R_1 R_3 C_1 C_2}$$

$$= - \frac{s \frac{R_3 C_1}{R_1 R_3 C_1 C_2}}{s^2 + s \frac{R_1 (C_1 + C_2)}{R_1 R_3 C_1 C_2} + \frac{(R_1 + R_2)}{R_2 R_1 R_3 C_1 C_2}}$$

$$= - \frac{s \frac{1}{R_1 C_2}}{s^2 + s \frac{C_1 + C_2}{R_3 C_1 C_2} + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2}} = - \frac{As}{s^2 + Bs + \omega_0^2}$$

Maximal först. $\left| \frac{A}{B} \right| = \frac{R_3 C_1 C_2}{R_1 C_2 (C_1 + C_2)} = \left\{ C_1 = C_2 = C \right\} = \frac{R_3}{2R_1} = 1,3$

Bandbredd $B = \frac{C_1 + C_2}{R_3 C_1 C_2} = \dots = 1250 \text{ 1/s}$; Centerfrek. $\omega_0 = \sqrt{\dots} = 5424 \text{ 1/s}$
(01210)

6.

$$A\beta = \frac{2 \cdot 10^{19}}{(s+10^5)(s+10^6)(s+10^7)}$$

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 10^5 \\ \omega_2 &= 10 \omega_1 \\ \omega_3 &= 100 \omega_1 \end{aligned}$$

Amplitud marginal

$$\angle A\beta = -180^\circ \Rightarrow \operatorname{Im}\{A\beta\} = 0, \operatorname{Re}\{A\beta\} < 0$$

Sök frekvens:

$$A\beta(j\omega) = \frac{2 \cdot 10^{19}}{(j\omega + \omega_1)(j\omega + 10\omega_1)(j\omega + 100\omega_1)}$$

$$= \frac{2 \cdot 10^{19}}{(-\omega^2 + j10\omega\omega_1 + j\omega\omega_1 + 10\omega_1^2)(j\omega + 100\omega_1)}$$

$$= \frac{2 \cdot 10^{19}}{-j\omega^3 - 100\omega_1\omega^2 - 10\omega_1\omega^2 + j10^3\omega\omega_1^2 - \omega^2\omega_1 + j100\omega_1^2\omega + j10\omega_1^2\omega + 1000\omega_1^3}$$

$$\operatorname{Im} \text{ del} = 0 \Rightarrow -j\omega^3 + j10^3\omega_1^2\omega + j100\omega_1^2\omega = 0$$

$$\text{Trivial lös: } \omega = 0 \text{ utesluts: } \omega^2 = (1100) \omega_1^2$$

$$\omega = \omega_1 \sqrt{1100} = \omega_g \approx 3,3 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$$

$$|A\beta|_{\omega=\omega_g} = \left| \frac{2 \cdot 10^{19}}{-110\omega_1 \cdot 1100\omega_1^2 - 1100 \cdot \omega_1^3 + 1000\omega_1^3} \right| =$$

$$= \left| \frac{2 \cdot 10^{19}}{\omega_1^3 [-110 \cdot 1100 - 1100 + 1000]} \right| = 0,165$$

$$\hat{=} -15,6 \text{ dB}$$

$$\overset{0^\circ}{\delta} G_M = 15,6 \text{ dB}$$

$$\text{Fas marginal: } |A\beta| = 1 \hat{=} 0 \text{ dB vid } \omega = \omega_\phi \approx 1,2 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$$

$$\angle A\beta|_{\omega=\omega_\phi} \approx -142 \Rightarrow \phi_M = 180 - 142 = 38^\circ$$