

**Tentamen i**  
**ESS 115 Elektriska nät och System, för F2**  
**den 13 december 2003 kl 8.45-12.45, sal V**

- Examinator:** Univ.lektor Ants R. Silberberg, ankn. 1808.  
(070 - 6181265)
- Hjälpmedel:** Typgodkänd miniräknare  
BETA Mathematics Handbook  
Physics Handbook  
Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte)
- Lösningar:** Anslås måndagen den 15 december på institutionens anslagstavla.
- Resultat:** Anslås måndagen den 12 januari kl. 14 på institutionens anslagstavla (plan 5, E-huset, korridor parallell med Hörsalsvägen, södra änden (runt hörnet)).
- Granskning:** Fredag 16 januari kl. 12.45 - 14.45 på institutionen, rum 5432.
- Bedömning:** En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.
- Betygsgränser:** Tentamen består av 6 uppgifter om vardera 3 poäng.  
Bonuspoäng från inlämningsuppgifter enligt kurs-PM.

Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

Uppgifterna är ej ordnade i svårighetsgrad.

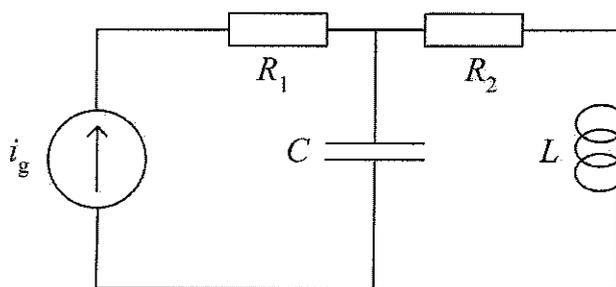
Skriv tydligt!

*Lycka Till!*

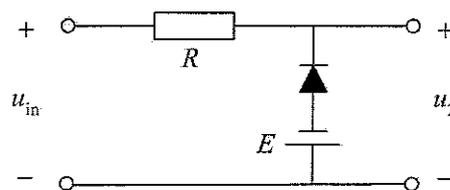
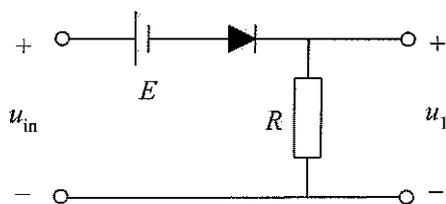
1. Beräkna den medeleffekt som strömkällan avger till nätet. Antag att stationärtillstånd råder.

$$R_1 = 2\Omega, R_2 = 5\Omega, C = 40\mu\text{F}, L = 40\mu\text{H}$$

$$i_g(t) = 30\cos(25000t) \text{ mA}$$



2. Gör tydliga skisser med graderade axlar som beskriver spänningarna  $u_1(t)$  och  $u_2(t)$  i de två kretsarna nedan. Antag ideala dioder.  $E = 2 \text{ V}$  och  $u_{\text{in}}(t) = 4\sin(2\pi t) \text{ V}$  i bägge fallen.

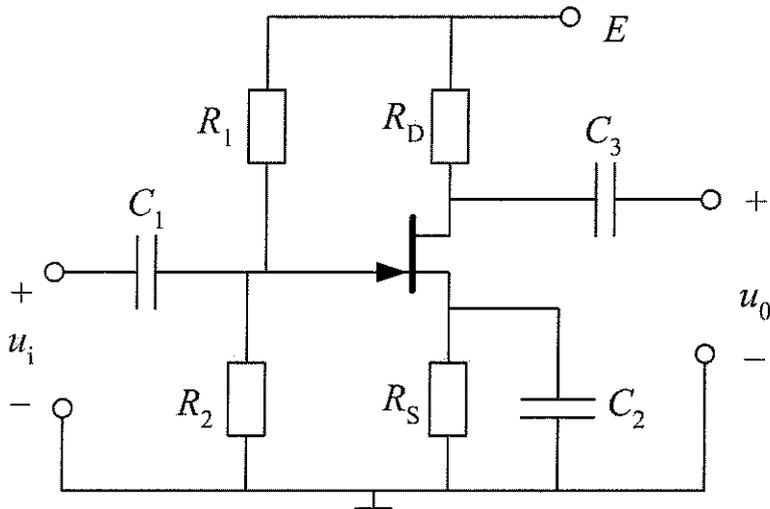


3. Beräkna arbetspunkten ( $I_D$  och  $U_{GS}$ ) hos transistoren. Visa även med en skiss hur arbetspunkten kan bestämmas utifrån en graf.

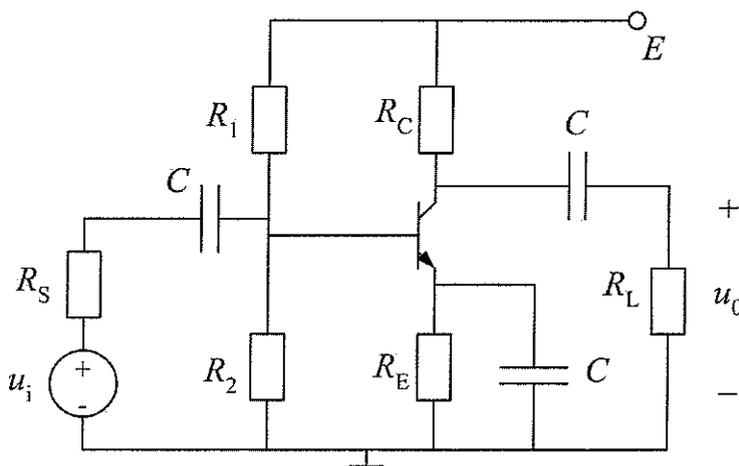
$$I_{DSS} = 8 \text{ mA}, U_p = -4 \text{ V}$$

$$R_1 = 2.1 \text{ M}\Omega, R_2 = 270 \text{ k}\Omega, R_D = 2.4 \text{ k}\Omega, R_S = 1.5 \text{ k}\Omega$$

$$C_1 = 5 \mu\text{F}, C_2 = 20 \mu\text{F}, C_3 = 10 \mu\text{F} \text{ och } E = 16 \text{ V}$$



4. Beräkna förstärkningsfaktorn  $u_0/u_i$  med belastningsresistansen  $R_L$  kopplad till utgången på transistorförstärkaren. Kapacitansernas impedans kan försummas vid aktuella signalfrekvenser. Gör även en skiss över  $u_0(t)$  med graderade axlar då insignalen  $u_i(t) = 0.714 \sin(2\pi 10^3 t)$  mV.



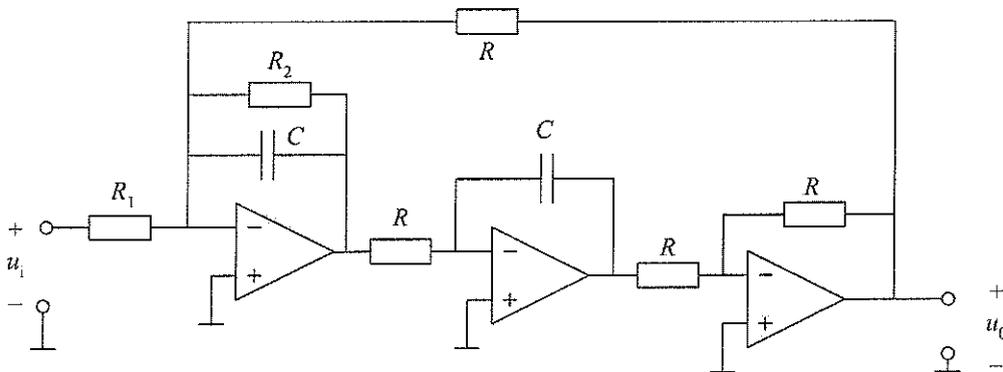
$$R_S = 1 \text{ k}\Omega, R_1 = 30 \text{ k}\Omega, R_2 = 10 \text{ k}\Omega, R_C = 4.3 \text{ k}\Omega, R_E = 1.5 \text{ k}\Omega, R_L = 100 \text{ k}\Omega, E = 12 \text{ V}$$

För transistoren gäller:  $h_{fe} = 100$ ,  $h_{ie} = 1.72 \text{ k}\Omega$ ,  $h_{oe}$  och  $h_{re}$  kan försummas.

5. Vi har tillgång till en förstärkare med öppna förstärkningen (open loop gain) lika med  $A$ . Osäkerheten i förstärkningsvärdet  $A$  är  $\pm 10\%$ . Konstruera en återkopplad förstärkare med den slutna förstärkningen  $A_f$  (closed loop gain) lika med  $10 \pm 0.1\%$ . Bestäm lämpliga värden på återkopplingsfaktorn  $\beta$  samt förstärkningsvärdet  $A$ . ( $A$  är ett reellt värde).
6. Konstruera ett andra ordningens bandpassfilter utifrån kretsen nedan genom att beräkna  $R_1$ ,  $R_2$  och  $C$ .  $R = 10 \text{ k}\Omega$ .

För bandpassfiltret gäller följande data:  
 centerfrekvens: 10 kHz,  
 bandbredd: 500 Hz  
 belopp av maximal förstärkning: 1

Antag ideala operationsförstärkare.



1./

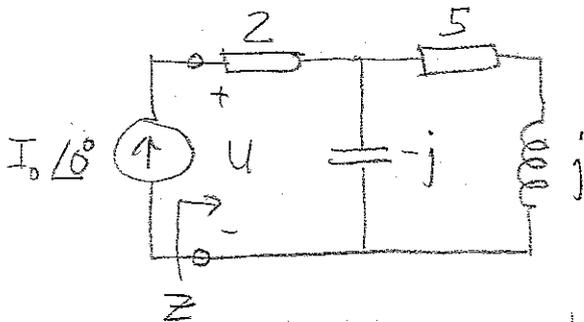
$j\omega$ -transformera

$$i_g = 30 \cdot 10^{-3} \cos(\omega t)$$

$$\omega = 25 \cdot 10^3 \text{ r/s}$$

$$I_g = I_0 \angle 0^\circ, \quad I_0 = 30 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j 25 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 10^{-6}} = -j \quad ; \quad j\omega L = \dots = j$$



Komplex effekt:  $S = \frac{1}{2} U I_0^* = \frac{1}{2} Z I_0 I_0^* = \frac{1}{2} Z |I_0|^2$

Medel effekt  $P = \text{Re}\{S\} = \frac{1}{2} |I_0|^2 \text{Re}\{Z\}$

$$Z = 2 + \frac{(-j)(5+j)}{j+5+j} = 2 + \frac{1}{5}(-1-15) =$$

$$= 2 + \frac{1}{5} - j = \frac{11}{5} - j$$

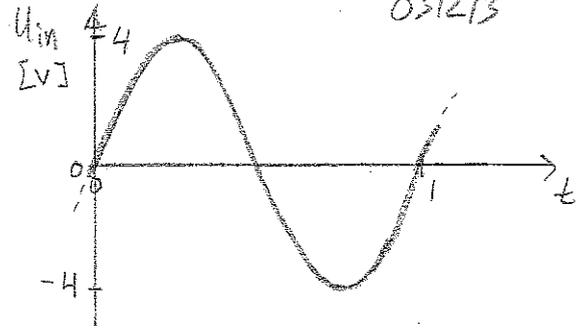
$$P = \frac{1}{2} |I_0|^2 \text{Re}\{Z\} = \frac{1}{2} (30 \cdot 10^{-3})^2 \cdot \frac{11}{5} = 9,9 \cdot 10^{-4} = 0,99 \cdot 10^{-3}$$

Svar:  $P = 0,99 \text{ mW}$

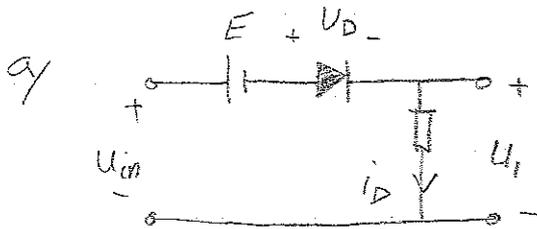
ess115  
031213

2)

$$U_{in}(t) = 4 \sin(2\pi t) \text{ V}$$



$$E = 2 \text{ V}$$



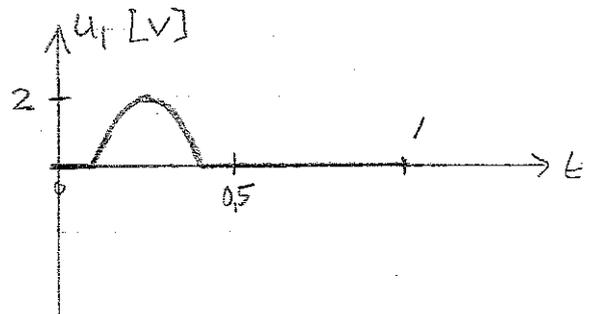
$$U_{in} = E + U_D + U_1$$

Diode spärret:  $i_D = 0, U_1 = 0$

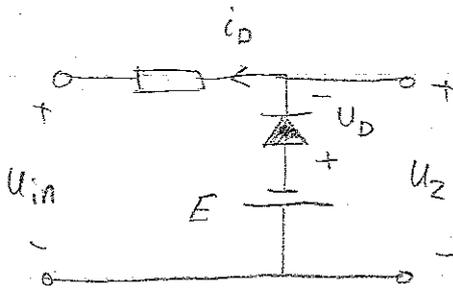
$$U_D = U_{in} - E < 0$$

Diode leder:  $i_D > 0, U_D = 0$

$$U_1 = U_{in} - E$$



b)



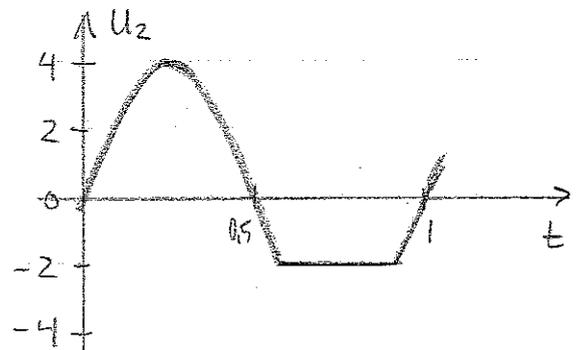
Diode spärret:  $i_D = 0, U_2 = U_{in}$

$$U_D < 0$$

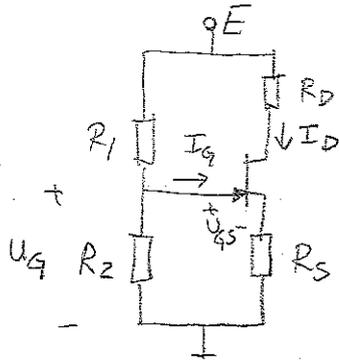
$$U_2 = U_{in} = -U_D - E$$

$$U_D = -E - U_{in} < 0 \Rightarrow U_{in} > -E$$

Diode leder:  $U_D = 0, U_2 = -E$



3. DC-beräkning: C → "avbrott"



n-kanal JFET

$$I_{DSS} = 8 \text{ mA}$$

$$U_p = -4 \text{ V}$$

$$I_G = 0$$

$$U_G = E \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = U_{GS} + I_D R_S \quad (1)$$

$$I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right)^2 \quad (2)$$

$$(1), (2) \quad I_D = \frac{U_G - U_{GS}}{R_S} = I_{DSS} \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right)^2$$

Beräkna  $U_{GS}$

$$\frac{U_G U_p^2}{I_{DSS} R_S} + \frac{U_{GS} U_p^2}{R_S I_{DSS}} = U_p^2 + U_{GS}^2 - 2 U_{GS} U_p$$

$$U_{GS}^2 + U_{GS} \left( \frac{U_p^2}{R_S I_{DSS}} - 2 U_p \right) + U_p^2 \left( 1 - \frac{U_G}{I_{DSS} R_S} \right) = 0$$

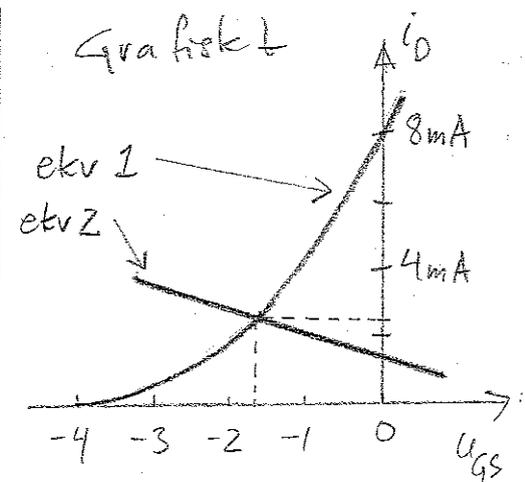
Lösning med numeriska värden

$$U_{GS} = \begin{cases} -1,80 \\ -7,53 \quad (< U_p \text{ ej giltig}) \end{cases}$$

$$U_{GS} = -1,80 \text{ V ger}$$

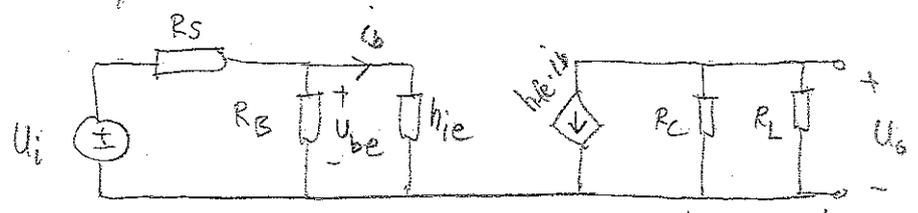
$$I_D = I_{DSS} \left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right)^2 = \dots = 2,42 \text{ mA}$$

Svar:  $I_D = 2,42 \text{ mA}$ ,  $U_{GS} = -1,80 \text{ V}$



4./ Småsignal ("  $\frac{1}{j\omega C} \rightarrow 0$  ")

Småsignalschema



$$R_B = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{CL} = R_C // R_L = \frac{R_C R_L}{R_C + R_L}$$

$$R_B = \frac{30 \cdot 10}{30 + 10} = \frac{30}{4} \text{ k}\Omega$$

$$R_{CL} = \frac{4.3 \cdot 100}{4.3 + 100} = \frac{430}{104.3} \text{ k}\Omega$$

$$U_{be} = U_i \frac{R_B // h_{ie}}{R_S + R_B // h_{ie}} = U_i \frac{1}{1 + \frac{R_S}{R_B // h_{ie}}} = U_i \frac{1}{1 + \frac{R_S (R_B + h_{ie})}{R_B \cdot h_{ie}}}$$

$$\begin{cases} U_{be} = U_i \frac{R_B \cdot h_{ie}}{R_B \cdot h_{ie} + R_S (R_B + h_{ie})} \\ U_o = -h_{fe} \cdot i_b \cdot R_{CL} \quad \text{med} \quad i_b = \frac{U_{be}}{h_{ie}} \end{cases}$$

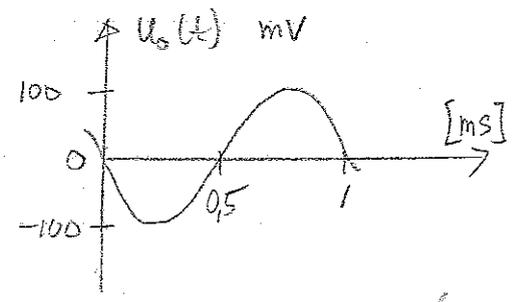
$$U_o = -h_{fe} \frac{U_{be}}{h_{ie}} \cdot R_{CL} = -\frac{h_{fe}}{h_{ie}} \cdot U_i \frac{R_B \cdot h_{ie} \cdot R_{CL}}{R_B \cdot h_{ie} + R_S (R_B + h_{ie})}$$

$$\frac{U_o}{U_i} = -\frac{h_{fe} \cdot R_B \cdot R_{CL}}{R_B \cdot h_{ie} + R_S (R_B + h_{ie})} = -\frac{100 \cdot \frac{30}{4} \cdot \frac{430}{104.3}}{\frac{30}{4} \cdot 1.72 + 1 \cdot (\frac{30}{4} + 1.72)}$$

$$\frac{U_o}{U_i} = -140$$

$$U_o(t) = -140 \cdot U_i(t)$$

$$\begin{aligned} U_i(t) &= 0.714 \sin(2\pi \cdot 10^3 t) \text{ mV} \\ \Rightarrow \\ U_o(t) &= -100 \sin(2\pi \cdot 10^3 t) \text{ mV} \\ T &= \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{10^3} = 1 \text{ ms} \end{aligned}$$



5/ Vi vill att osäkerheten hos  $A (\pm 10\%)$  slår igenom som en osäkerhet i  $A_f$  med  $\pm 0,1\%$

$$A_f = \frac{A}{1+\beta A} \quad / 0,5$$

$$\frac{dA_f}{dA} = \frac{1+\beta A - \beta A}{(1+\beta A)^2} = \frac{1}{(1+\beta A)^2} = \frac{A}{(1+\beta A)A(1+\beta A)} = \frac{A_f}{A} \cdot \frac{1}{1+\beta A}$$

eller  $\frac{dA_f}{A_f} = \frac{dA}{A} \cdot \frac{1}{1+\beta A} \quad / 0,5$

$$\left| \frac{dA_f}{A_f} \right| \leq 0,001 \quad ; \quad \left| \frac{dA}{A} \right| = 0,1$$

$$\frac{1}{1+\beta A} \leq 0,01 \quad ; \quad 1+\beta A \geq 100 \quad ; \quad \beta A \geq 99 \quad / 0,5$$

I gränsvärdet  $\beta A = 99$  och  $1+\beta A = 100$

$$A_f = \frac{A}{1+\beta A} = \frac{A}{100} = 10 \Rightarrow \begin{cases} A = 1000 \\ \beta = 0,099 \end{cases} \quad / 0,5$$

$$A_f \rightarrow \frac{1}{\beta} \text{ då } A \rightarrow \infty \quad \beta = \frac{1}{A_f} = \frac{1}{10}$$

$$0,099 \leq \beta \leq 0,1 \quad / 0,5$$

För  $A > 1000$

justera  $\beta$  efter nominella värdet på  $A$  ( $A_f = 10$ )

$$A_f = \frac{A}{1+\beta A} \Rightarrow \beta = \frac{1}{A_f} - \frac{1}{A} \quad / 0,5$$

Ex:  $A = 1300$

$$\beta = \frac{1}{10} - \frac{1}{1300} = 0,09923$$

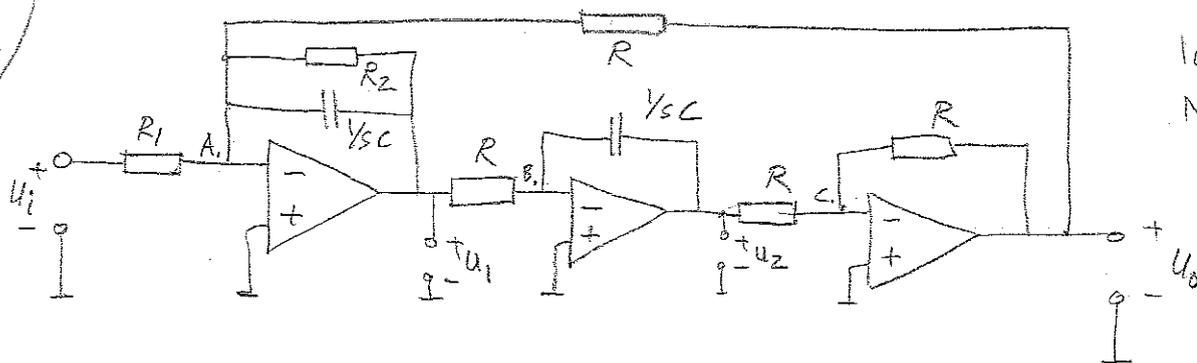
$$A_f = \frac{1300}{1+\beta 1300} = 10$$

$$1+\beta A = 130 > 100$$

$\beta A \geq 99$
$0,099 \leq \beta \leq 0,1$
$A \geq 1000$
$\beta = \frac{1}{A_f} - \frac{1}{A}$

es2115  
031213

6.)



Ideala op-först  
Neg. återk.  
⇒ alla  $\varepsilon = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{KCL}_A: \frac{U_i}{R_1} + \frac{U_1}{Z_1} + \frac{U_0}{R} = 0 \\ \text{KCL}_C: \frac{U_0}{R} + \frac{U_2}{R} = 0 \Rightarrow U_2 = -U_0 \\ \text{KCL}_B: \frac{U_1}{R} + \frac{U_2}{1/sC} = 0 \Rightarrow U_2 = -\frac{U_1}{sRC} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} Z_1 = R_2 \parallel \frac{1}{sC} = \frac{R_2 \frac{1}{sC}}{R_2 + \frac{1}{sC}} = \frac{R_2}{1 + sR_2C} \\ U_0 = \frac{U_1}{sRC} \end{array} \right\}$$

$$\frac{U_i}{R_1} + U_0 \frac{sRC}{Z_1} + \frac{U_0}{R} = 0$$

$$U_i = -U_0 \left( \frac{R_1}{Z_1} + sRC + \frac{R_1}{R} \right) = -U_0 \left( \frac{sRR_1C(1+sR_2C)}{R_2} + \frac{R_1}{R} \right)$$

$$U_i = -U_0 \left( \frac{sR^2R_1C(1+sR_2C) + R_2R_1}{R_2R} \right)$$

$$\frac{U_0}{U_i} = - \frac{R_2R}{sR^2R_1C(1+sR_2C) + R_2R_1}$$

Konstant i täljaren! ej BP!

Samma om  $U_2$  är utsignal.

Låt  $U_1$  vara utsignal  $(U_0 = \frac{U_1}{sRC})$

$$\frac{U_0}{U_i} = - \frac{1/R_1R_1C^2}{s^2 + s \frac{1}{R_1R_2C} + \frac{1}{R_2R_1}}$$

1/ords 6,

$$\begin{aligned} \frac{u_1}{u_i} &= - \frac{R_2 R \cdot sRC}{s^2 R^2 R_1 R_2 C^2 + sR^2 R_1 C + R_2 R_1} = \\ &= - \frac{s \frac{RC R_2 R}{R^2 R_1 R_2 C^2}}{s^2 + s \frac{R^2 R_1 C}{R^2 R_1 R_2 C^2} + \frac{R_1 R_2}{R^2 R_1 R_2 C^2}} = \\ &= - \frac{s \frac{1}{R_1 C}}{s^2 + s \frac{1}{R_2 C} + \frac{1}{R^2 C^2}} \end{aligned}$$

Allmänt för ett BP-filter  $H(s) = \frac{As}{s^2 + Bs + \omega_0^2}$  0.5

Centerfrekvens  $\omega_0 = \frac{1}{RC} = 2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \text{ r/s}$

Bandbredd  $B = \frac{1}{R_2 C} = 2\pi \cdot 500 \text{ r/s}$

Maxi förstärkning:  $\left| \frac{A}{B} \right| = \left| \frac{R_2}{R_1} \right| = 1$

Med  $R = 10 \text{ k}\Omega$

$$C = \frac{1}{R\omega_0} = \frac{1}{10^4 \cdot 2\pi \cdot 10^4} = \dots = 1,59 \cdot 10^{-9} = 1,59 \text{ nF}$$

$$R_2 = \frac{1}{B \cdot C} = \frac{2\pi \cdot 10^3}{2\pi \cdot 500} = 200 \cdot 10^3 = 200 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = R_2 = 200 \text{ k}\Omega$$
0.5