

Ström i

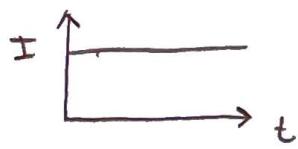
q : elektronens laddning $\approx 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

i : flöde av q /tidsenhet. $i = \frac{dq}{dt}$

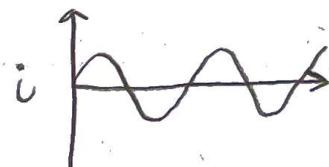
enhed: $\text{A} = \text{C/S}$ (coulomb/sekund)

Def:

i betecknar ett flöde av positiva laddningar.

Likström DC

$$I(t) = \text{konstant}$$

Växelström AC

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

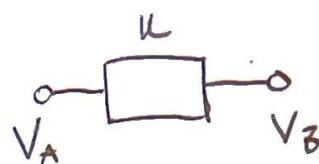
Spänning u

W : energi (J)

U : energi per laddning för att transportera laddning från en pkt till en annan

$$U = \frac{dW}{dq}$$

$$\text{Enhets: } V = \mathcal{J}/C = \mathcal{J}/As$$

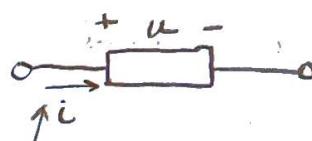


Spänning har polaritet, $U = V_A - V_B$

Vi kan definiera själva

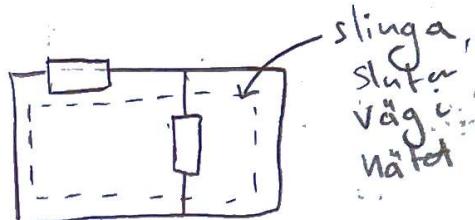
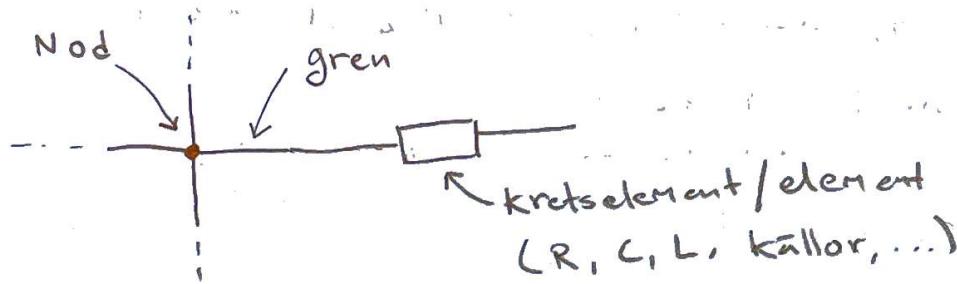
Referensriktning för i och u

Praxis: Samordnad referensriktning



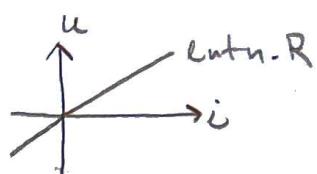
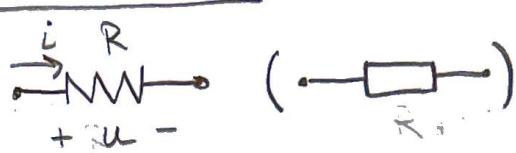
Vi väljer att i går in i "+" och ut i "-".

Elektriska nät-grunder



Kretselement

Resistans R



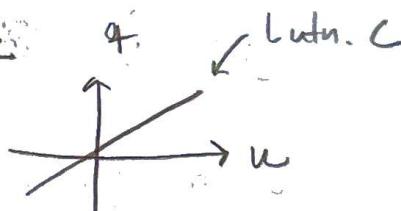
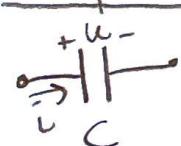
Ohms lag gäller.

$$u = Ri$$

Enhet: Ω , V/A

$$\frac{1}{R} = G = \text{konduktans}, \text{ Enhet: Siemens}$$

Kapacitans C



$$q = Cu$$

$$\Rightarrow i = C \frac{du}{dt} \quad (\text{ty } i = \frac{dq}{dt})$$

C konstant, lagenr laddning, lagrar energi.

Enhet Farad = C/V

I en DC-krets sätter vi u konstnt

$\Rightarrow C$ dt avbröt

Induktans L



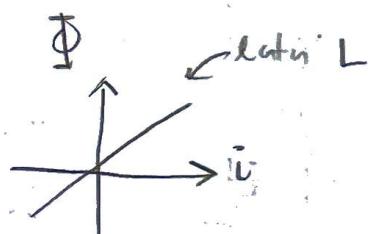
$\vec{\Phi}$ \leftarrow magnetiskt fält

$$\vec{\Phi} = Li \quad (\text{liniär samband})$$

Enhet Henry $H = V_s/A$

gör om till spänning med Faradays lag.

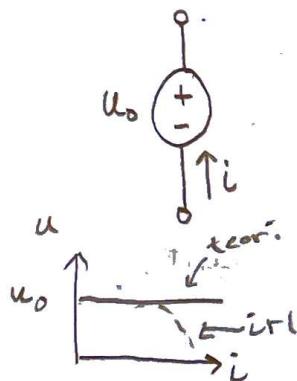
$$u = \frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow u = L \frac{di}{dt}$$



I DC-krets är i konstant
i tiden \Rightarrow L kortslutet.

Föreläsning 2 31/8-22

Oberoende spänningsskällor

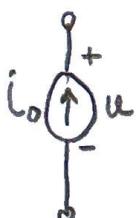


i går in i - i källan, ty "osynliga"
+ - på utsidan. tänk e riktning.
 U_o oberoende av i , som beräknas
givet nätet.
ex: batteri som ju har konstant spänning
(irl sätter spänningen vid hög ström.)

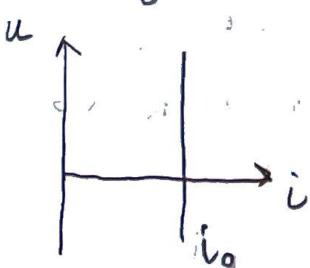
Nollställa

spänningsskälla $\Rightarrow U_o = 0$, dvs kortslutning.
tänk: ta bort batteriet helt.

Oberoende strömkällor

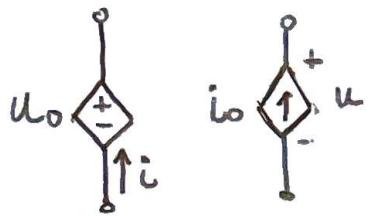


här ansätter vi själva spänningens
tecken, u beräknas (till storlek)
 i_o oberoende av u .



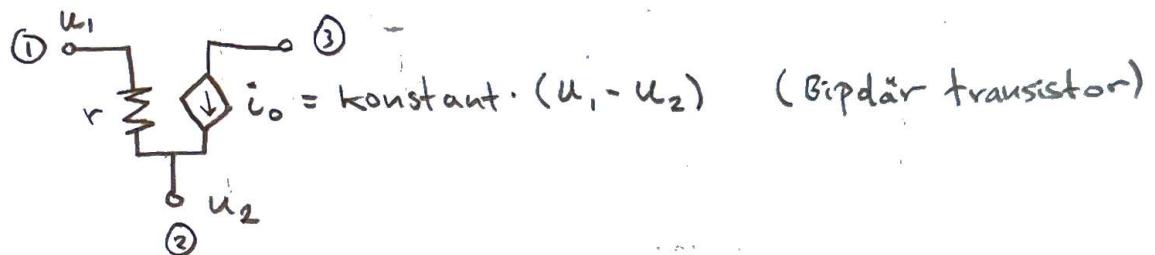
Nollställa strömkälla $\Rightarrow i_o = 0$, dvs avbrott.
tänk: avklippt ledning.

Beroende spänningsskälla och strömskälla



u_o och i_o beror på en faktor i nätet. Bör frångå i uppgiften.

Används för modeller i nät, ex: transistorn.
ex:

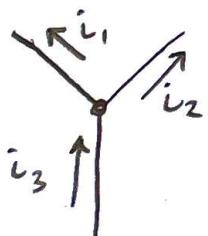


Dvs i_o beror på spänningen över r .

Fundamentala lagar för elektriska nät

Kirchoffs likströmslag - KCL

I varje nod är summan av alla grenströmmar = 0

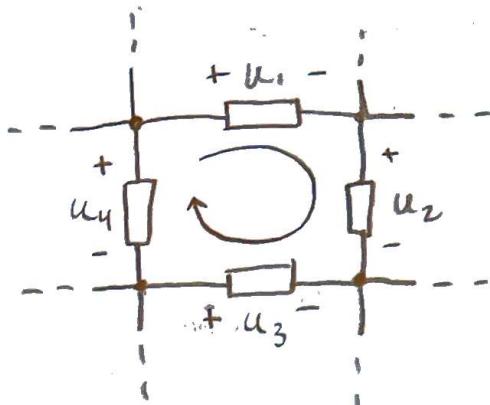


$$\sum_{\text{nod}} i_k = 0$$

här: $i_1 + i_2 = i_3$, med tecken enligt figuren,
dvs i_k definierad positiv från noden

Kirchoffs spänningslag - KVL

I varje slinga i nätet är summan av alla grenspänningar = 0.



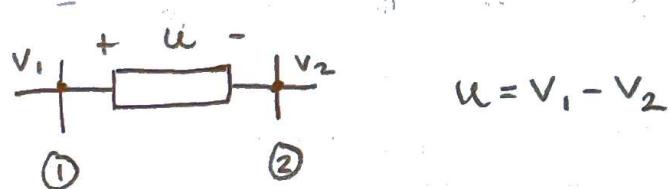
här:

$$u_1 + u_2 - u_3 - u_4 = 0$$

$\sum u_k = 0$
 Slinga

u_k är definierad positiv från + till -.

Definition: Nodpotential v_i



$$u = v_1 - v_2$$

Effekten P

P definieras som energi per tidsenhet.

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = u \cdot i$$

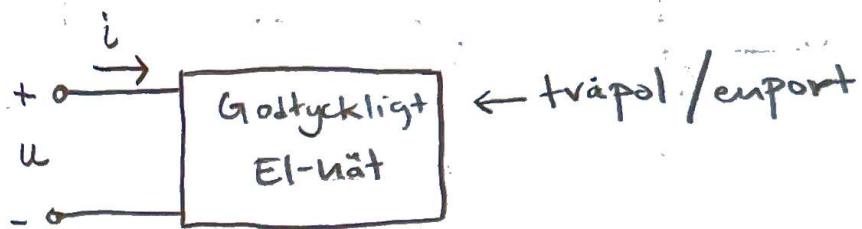
enhet: Watt (W)

Momentan effekt:

effekt vid tiden t

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

Vi ska nu definiera energin W i ett
godtyckligt nät som $W = \int_0^t p(\tau) d\tau$.
enhet: $Ws = J$.



{ OM $p > 0$: Tråpolen mottar effekt, i positiv.
OM $p < 0$: Tråpolen avger effekt, i negativ.

ex: datorn blir varm. effekt avges på
annat sätt.

Andra förutsättningar

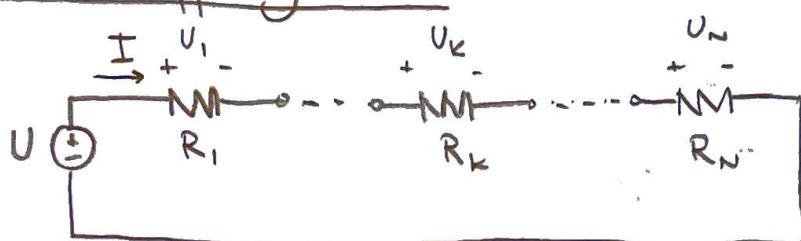
- Alla nät och kretslement är linjära, superposition fungerar
- tidskontinuerta nät, inga hopp. Krävs ty analogt
- tidsinvariant, DC eller AC, undantag: transient förlopp.
- koncentrerade kretslement. $\lambda \gg$ Nätet
Sveriges elnät: $f = 50$ Hz, $\lambda = 600$ mil. ger problem
med teorin (Sverige = 150 mil barn)

Förutsättningar för DC-nät

- Induktans kortslutet } kan "räknas bort"
 - kapacitans avbrott }
 - Vi använder KCL, KVL, Ohms lag
 - Metoder för att förenkla nät

Beräkningsmetoder för DC-nät (8 st)

Seriekoppling av R

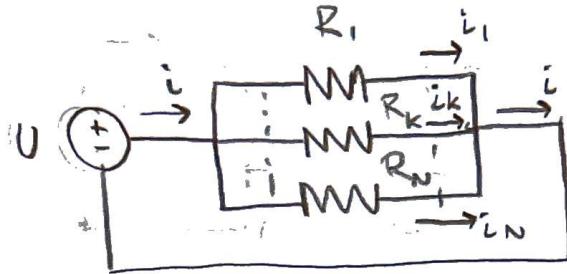


I går genom alla R, tecknar KVL

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^N U_k = U = 0 \\ \text{Ohm: } U_k = R_k I \end{array} \right. \quad \text{Dvs ekivalent nät:}$$

$$\Rightarrow U = I \cdot \sum_{k=1}^N R_k$$

Parallelkoppling av R



U konstant över
samtliga resistorer

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{KCL: } \sum_{k=1}^N i_k = i \\ \text{Ohm: } U = R_1 i_1 = R_k i_k = R_N i_N \end{array} \right.$$

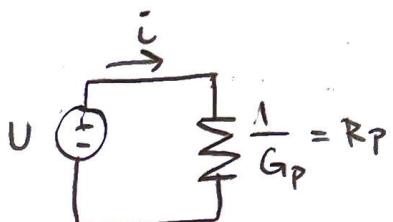
$$\text{kan ihåg: } G = \frac{1}{R} \quad (\text{förenklar matematiskt})$$

$$\Rightarrow i_1 = G_1 U, \quad i_k = G_k U, \quad i_N = G_N U$$

$$\Rightarrow i = \sum_{k=1}^N G_k U$$

$$\text{Definiera } G_p = \sum_{k=1}^N G_k = \frac{1}{R_p} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k}$$

Dvs ekvivalent nät:

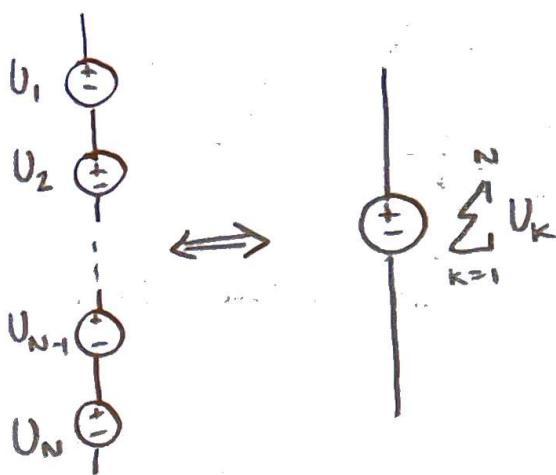


Specialfall: N=2

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Skrivs $R_1 // R_2$

Seriekopplade spänningsskällor



Obs! Häll koll

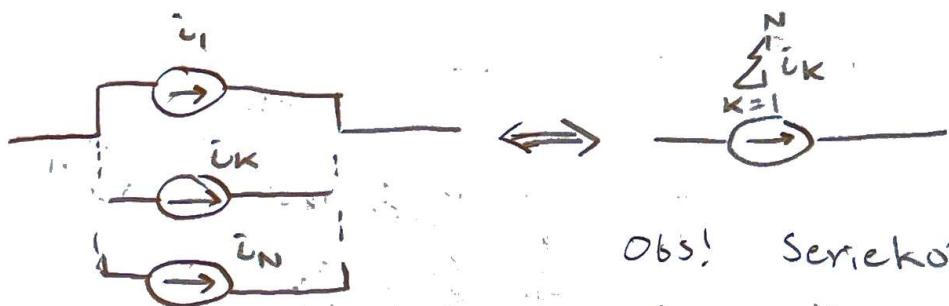
på polaritet.

Obs! Parallelkoppla

inte spänningsskällor

Med olika belopp

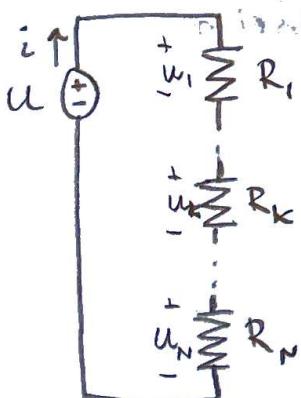
Parallelkopplade strömkällor



Obs! Seriekoppla inte strömkällor med olika belopp

Obs! Häll koll på polaritet.

Spänningssdelning



Sök spänningsfallet u_k

$$\text{KVL} \Rightarrow u = \sum u_k$$

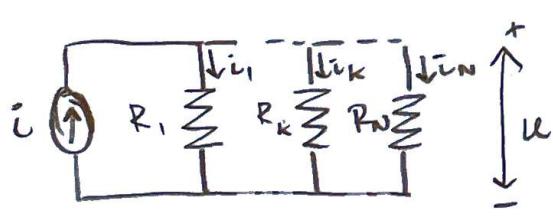
$$\text{Ohm} \Rightarrow u_k = I \sum R_k \quad \left\{ \begin{array}{l} u_k = \frac{R_k}{\sum R_k} u \end{array} \right.$$

Specialfall $N=2$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u \\ u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u \end{cases}$$

Dvs: störst resistans för störst spänning

Strömgrenning



SÖK i_K

$$\text{kCL: } \sum i_K = i$$

$$\text{ohm: } i_K = \frac{u}{R_K} = G_K u$$

$$\Rightarrow i = \sum G_K u = \left(\sum G_K \right) \frac{i_K}{G_K}$$

$$\Rightarrow i_K = \frac{G_K}{\sum G_K} i$$

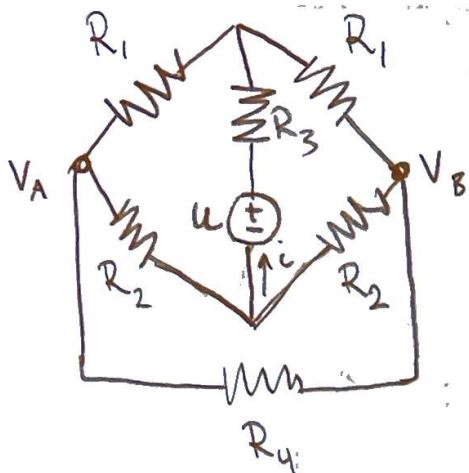
Specialfall: $N=2$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i \\ i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i \end{cases}$$

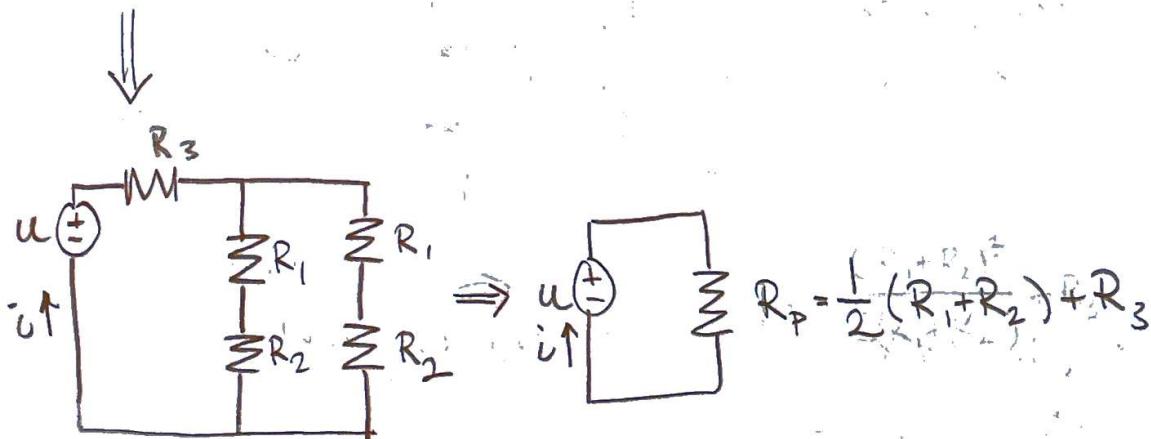
(kräver en liten räkning)

Störst resistans för minst ström.

Symmetri



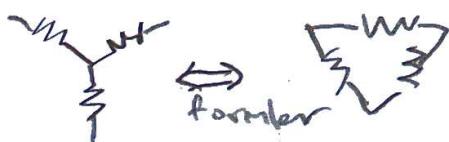
Vad är i ? Vi har ett nät i balans pga symmetri. Potentialen i V_A och V_3 är samma pga symmetri, så det går ingen ström genom R_4 . R_4 kan plockas bort.



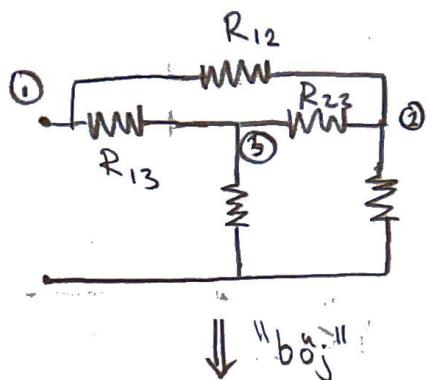
$$\Rightarrow i = \frac{u}{R_p}$$

Y-Δ transformation av DC-nät

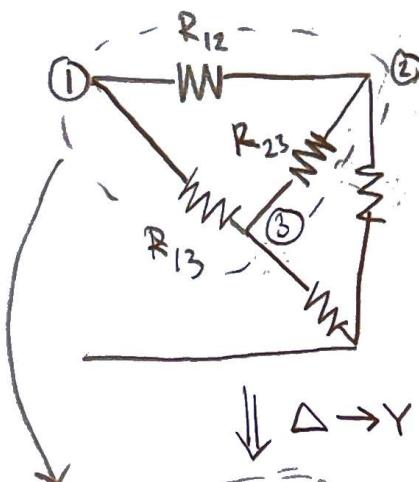
Se bilder i boken eller physics handbook.
Omskrivning mellan olika typer av nät.
Det går att transformera mellan Y och Δ,
ekvationerna finns i physics handbook.



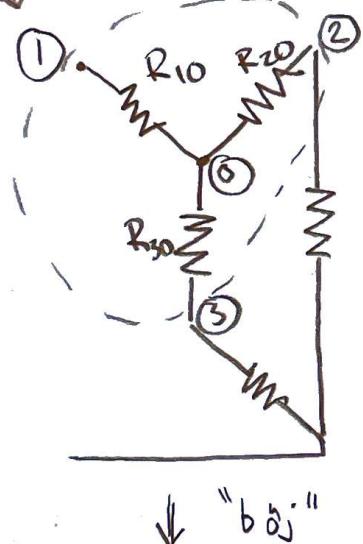
Ex. (S 35 DH)



Svårt att lösa med tidigare
metoder. MEN det är en
 Δ -koppling. identifera noder.



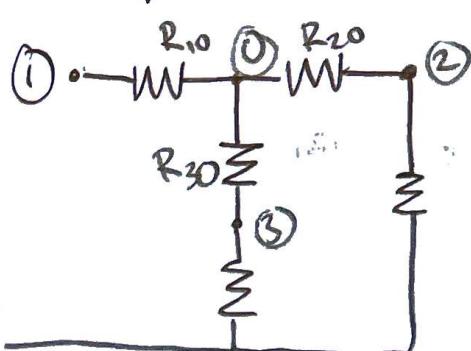
Vi räknar om Δ -Y
med hjälp av formler
i physics handbook. Vi
får då fram R_{10} , R_{20} ,
 R_{30} , i ett nät vi
kan lösa med våra
tidigare metoder



ur
physics
handbook

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{10} = R_{12}R_{13}/R_1, \\ R_{20} = R_{12}R_{23}/R_1, \\ R_{30} = R_{23}R_{13}/R_1, \end{array} \right.$$

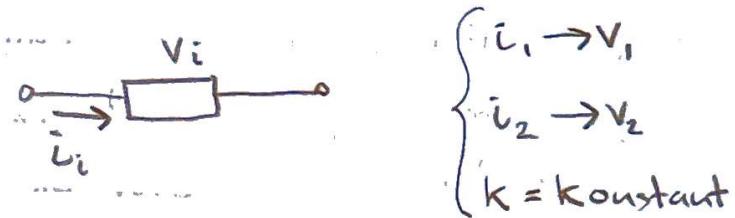
där $R_1 = R_{12} + R_{13} + R_{23}$



Det viktiga är att
hålla koll på noderna.

Superposition av ström/spänning

gäller i linjära elnät.



$$\Rightarrow i_1 + i_2 \rightarrow v_1 + v_2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ty linjärt.} \\ k i_1 \rightarrow k v_1 \end{array} \right.$$

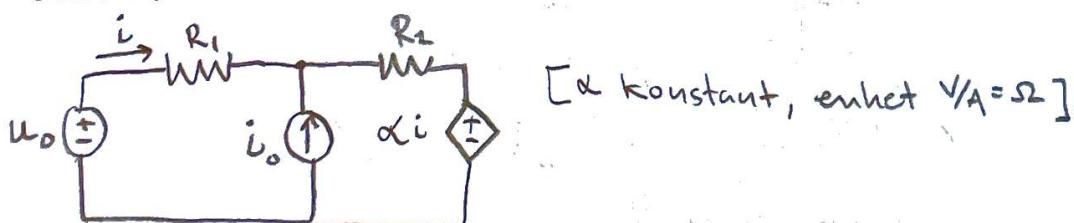
Detta gör att vi kan dela upp större nät i mindre delar, och summa i efterhand. kraftfullt verktyg.

Metod

Nollställ en oberoende källa i taget och lös för varje nät, summam sedan varje näts. OBS! ström och spänning!

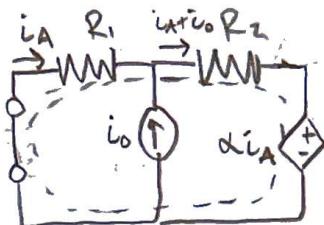
Exempel

Sök i :



Delar upp i två nät; A och B.

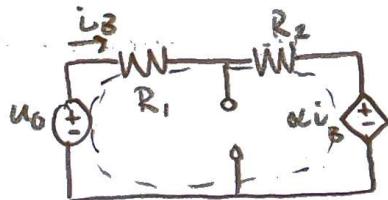
Ⓐ Nollställ u_0 -källan. dvs "kortslut".



KVL: Välj en slinga
Vi vet inte spänningen
över i_0 -källan, så
Välj stora slingan.

$$\text{KVL: } i_A R_1 + (i_A + i_0) R_2 + \alpha i_A = 0 \quad (*)$$

Ⓑ Nollställ i_0 -källan. dvs "avbrott"



$$\text{KVL: } -u_0 + i_B R_1 + i_B R_2 + \alpha u_B = 0 \quad (**)$$

Vi läser ut i_A och i_B ur (*) och (**)

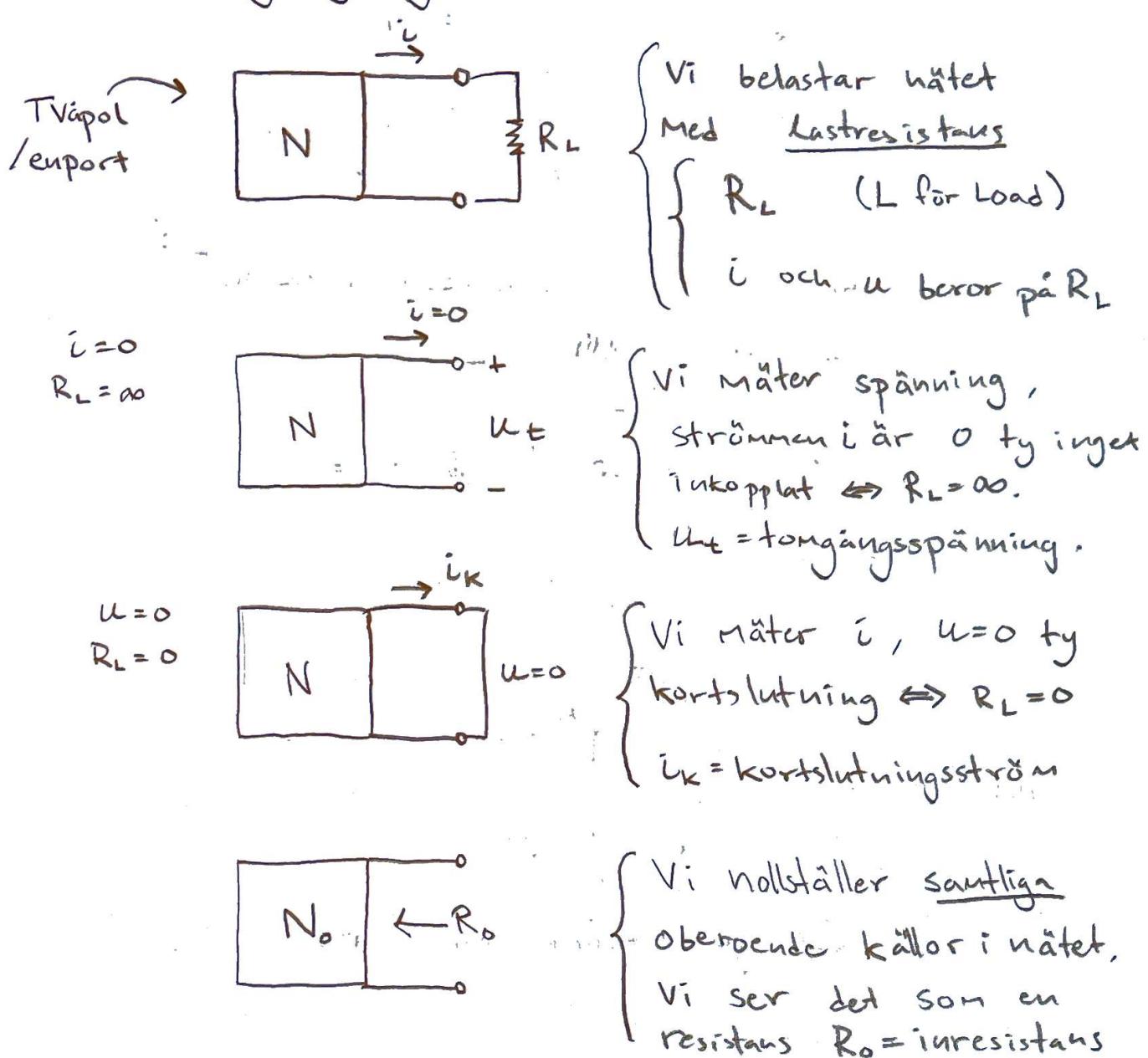
$$\left\{ \begin{array}{l} i_A = -i_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2 + \alpha} \\ i_B = \frac{u_0}{R_1 + R_2 + \alpha} \end{array} \right.$$

Nu kan vi addera nästan;

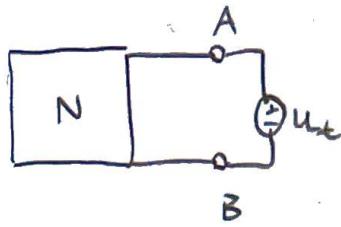
$$i = i_A + i_B = \frac{u_0 - i_0 R_2}{R_1 + R_2 + \alpha}$$

Ekvivalent tväpol

Ett godtyckligt nät N (med element, källor)



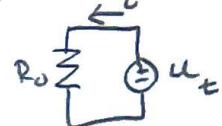
ex



- 1) Nollställ högra sidan
 \Rightarrow kortslut spänningskällan
 $\Rightarrow i = i_k$

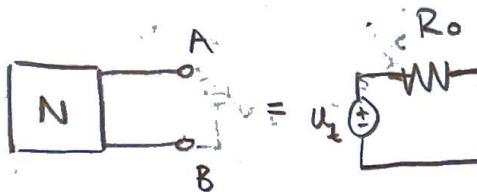
- 2) Nollställ alla källor i N

$$\Rightarrow u_L = R_0 i$$



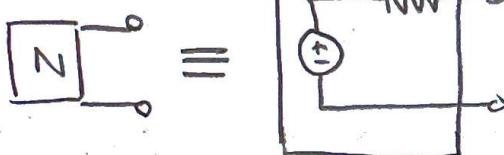
Superposition av undernäten 1) och 2)

ges $u_L = R_0 i_k$ Alltså



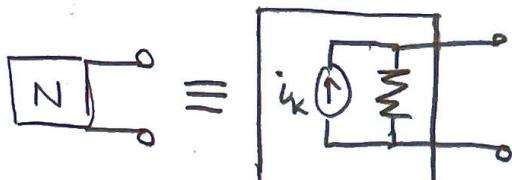
Thévenin

{ Thévenin's lag



Vi kan göra samma sak för strömkällan \Rightarrow

Nortons lag



Ekvivalenta trivägspoler

Samband Thévenin - Norton

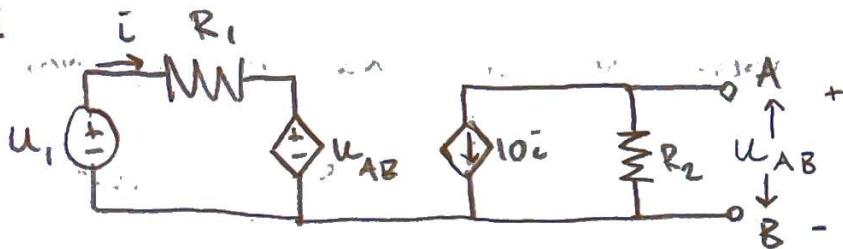
$$u_L = R_0 i_k$$

Vi kan transformera mellan de ekvivalenta tvåpolerna. $\textcircled{1} \Leftrightarrow \textcircled{2}$

Vi vill ta fram U_t , i_k , R_o .

Räcker självklart med 2: o undvik den jobbigaste (ofta R_o).

Ex



$$U_1 = 5V, R_1 = 500\Omega, R_2 = 25\Omega$$

Beräkna Nortons ekvivalenta tvåpol!

dvs vill ha i_k och R_o

Strategi: Beräkna U_t , sedan i_k , och $R_o = \frac{U_t}{i_k}$

U_t Att beräkna $U_t \Leftrightarrow$ beräkna U_{AB}

KVL för vänster slinga:

$$-U_1 + iR_1 + U_{AB} = 0$$

KVL för höger slinga:

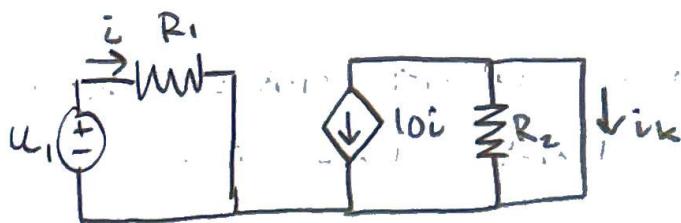
$$U_{AB} = -10iR_2$$

eliminering av i ger

$$U_{AB} = \frac{U_1}{1 - \frac{R_1}{10iR_2}} = -5V = U_t.$$

i_k : kortslut $A-B$

$\Rightarrow u_{AB} = 0$, ger kopplingskretsen



Men vi ser då att $i_k = -10i$.

KVL på Vänster slinga ger

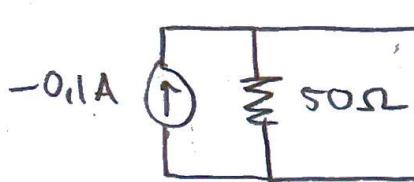
$$-u_1 + R_1 i = 0 \Rightarrow i = \frac{u_1}{R_1}$$

$$\Rightarrow i_k = -10 \frac{u_1}{R_1} = -0,1 \text{ A}$$

R_o

$$R_o = \frac{u_k}{i_k} = \frac{-5}{-0,1} = 50 \Omega$$

\Rightarrow Nortons ekvivalenta 2pol



Föreläsning 4

5/9-22

Maskanalys

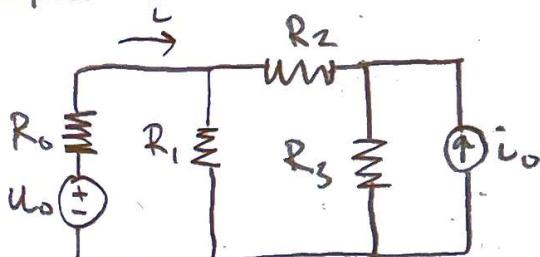
Betrakta nät med M maskor, där Maskströmmarna går medurs. Nätet innehåller resistanser och spänningssällor (OBS! ej strömkällor, omvandla dessa)

Då kan vi teckna en matrisekvation:

$$R_m \cdot i = u_o$$

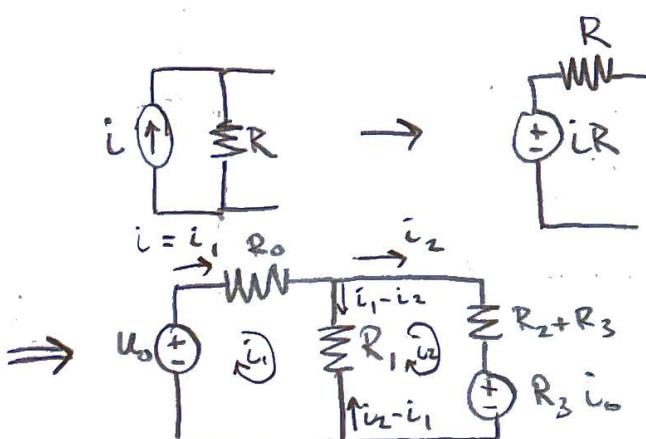
där $\left\{ \begin{array}{l} R_m \text{ är en matris med resistanser } (M \times M) \\ i \text{ är en Maskströmvektor } (M \times 1) \\ u_o \text{ är en spänningssällvektor (Observera) } (M \times 1) \end{array} \right.$

Exempel



Hitta strömen i .

→ Omvandla strömkällan; Norton \rightarrow Thévenin.



2) Maskanalys

$M=2$, definiera själv maskströmmarna i_1, i_2

KVL \Rightarrow

$$\begin{cases} \text{Maska 1: } R_0 i_1 + R_1 (i_1 - i_2) - u_o = 0 \\ \text{Maska 2: } (R_2 + R_3) i_2 + i_0 R_3 + R_1 (i_2 - i_1) = 0 \end{cases}$$

Dela upp
i termer
av i_1, i_2

$$\begin{cases} (R_0 + R_1) i_1 - R_1 i_2 = u_o \\ -R_1 i_1 + (R_2 + R_3) i_2 = -R_3 i_0 \end{cases}$$

Teckna matris från ovan:

$$\begin{bmatrix} R_0 + R_1 & -R_1 \\ -R_1 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_o \\ -R_3 i_0 \end{bmatrix} \quad (*)$$

Funkar för nät med godtyckligt många maskor

genomgång till matris

$$\begin{cases} R_{uii} = \sum R \text{ i maska } i \\ R_{uij} = -\sum R \text{ gemensamma för maska } i \text{ och } j (i \neq j) \\ u_{oj} = \sum u \text{ i maska } j, \text{ positivt om } u \text{ drivor i} \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{c|c} \text{ } & \text{ } \\ \text{ } & \text{ } \\ \text{ } & \text{ } \end{array} \right)$$

Använd Cramers regel för att beräkna
matricekvationen

Cramers regel (Mattepaus!)

$$A \mathbf{x} = \mathbf{B}$$

för 2×2 matris:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

$$x_i = \frac{\det(A_i)}{\det(A)}, \text{ där } A_1 = \begin{bmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

(finns i Beta)

- Slut på Mattepaus -

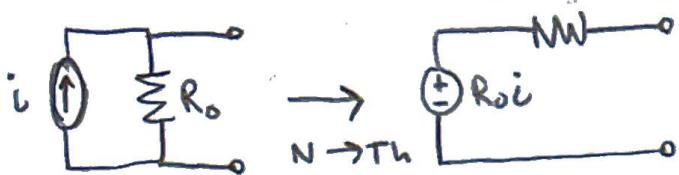
Söker $i = i_1$

$$i_1 = \frac{\det \begin{bmatrix} R_0 & -R_1 \\ -R_3i_0 & R_1 + R_2 + R_3 \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} R_0 + R_1 & -R_1 \\ -R_1 & R_1 + R_2 + R_3 \end{bmatrix}}$$

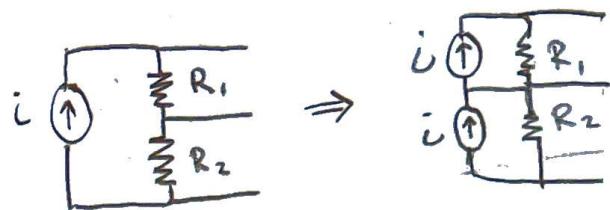
$$= \frac{R_0(R_1 + R_2 + R_3) - R_1R_3i_0}{(R_0 + R_1)(R_1 + R_2 + R_3) - R_1^2} \quad [i_1] = A, \text{ bra!}$$

Vilket är värtat svar

Obs! Detta fungerar eftersom
Vi har linjära system.

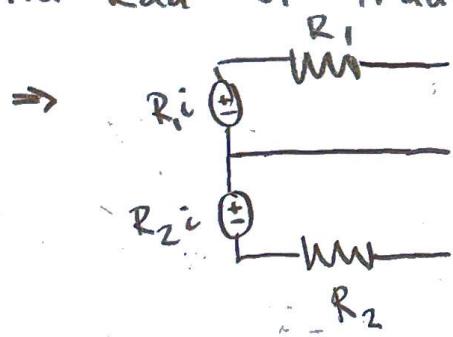


Men vad händer om strömkällan saknar en parallellresistans?

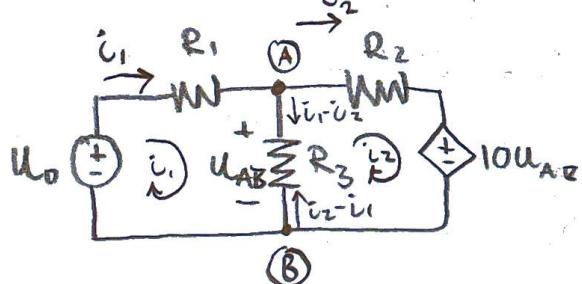


Fungerar enligt kirchoffs strömlag.
Ej i verkligheten, men okty i teori.

Nu kan vi transformera $N \rightarrow T$



Vad gör vi om vi stöter på beroende källor?



$$\begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_o \\ 10u_{AB} \end{bmatrix}$$

Beroendet. int okty.

Eliminera U_{AB} mha Ohms lag.

$$U_{AB} = R_3(i_1 - i_2)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 \\ 9R_3 & R_2 - 9R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

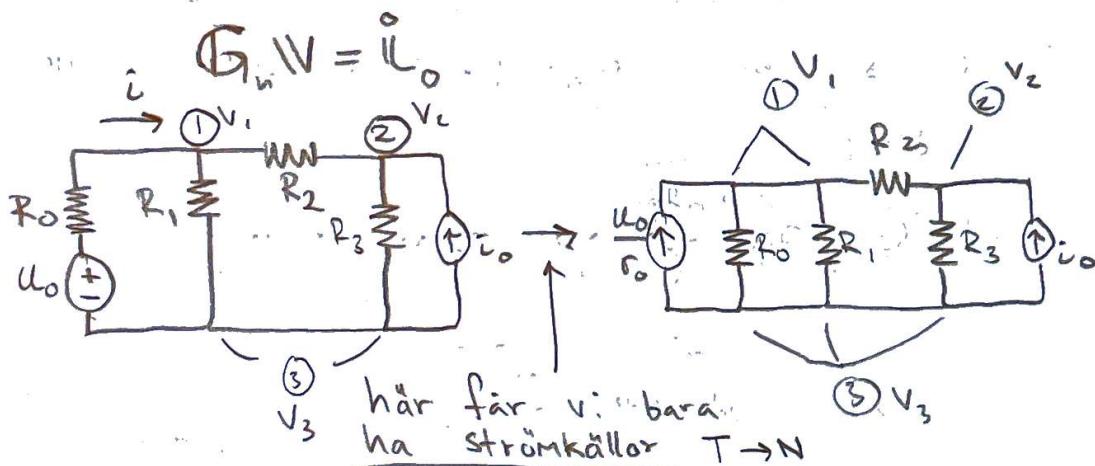
andra
ekvation

i rad 2 Lösbart mha Cramer.

Nodanalys

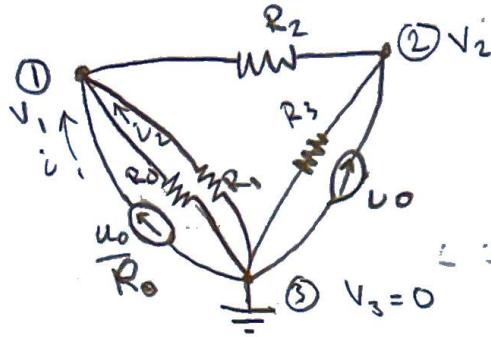
Ibland har vi icke-plans nät  där funkar inte maskanalys.

Vi räknar här på nodspänningar, och använder $G = \frac{1}{R}$



Definiera noder: ①, ②, ③.

Sätt $V_3 = 0$ (definiera en källa som jord själv).



Använd KCL för ① och ②.

① ström positiv ut ur nodan

$$-\frac{u_0}{R_0} + \frac{(v_1 - v_3)}{R_0} + \frac{(v_1 - v_3)}{R_1} + \frac{(v_1 - v_2)}{R_2} = 0$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{(v_2 - v_1)}{R_1} + \frac{(v_2 - v_3)}{R_3} - i_0 = 0$$

$$\textcircled{3} \quad \left(\frac{(v_3 - v_1)}{R_0} + \frac{(v_3 - v_1)}{R_1} - \frac{u_0}{R} - i_0 + \frac{(v_3 - v_2)}{R_3} = 0 \right) \begin{array}{l} \text{behövs ej} \\ \text{ty } v_3 = 0, \\ \text{2 okända} \end{array}$$

Skriv om med $G_i = \frac{1}{R_i}$ och $v_3 = 0$ samt
lös ut v_1 och v_2

$$\Rightarrow \begin{cases} (G_0 + G_1 + G_2)v_1 - G_2 v_2 = G_0 u \\ -G_2 v_1 + (G_2 + G_3)v_2 = i_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} G_0 + G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 + G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_0 u \\ i_0 \end{bmatrix}$$

utgående från 1 mellan 2 och 2
 utgående från 2

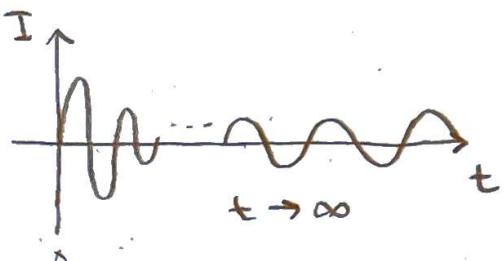
Vi får v_1 och v_2 via Cramers regel.

Vart är i ? $i = i_1 + i_2$ (se nästet ovan)

$$i = \frac{u_0}{R_0} + \frac{v_3 - v_1}{R_0} = G_0(u_0 - v_1), \quad v_1 \text{ från matriserna.}$$

AC - Nät

Vi har växelström i våra elnät,
 mindre energiförluster när elen ska
 transporteras länga sträckor. Sinusformade
 signaler. När vi startar en signal vid
 $t=0$ får vi ett insvängningsförlopp,
 en transient signal.



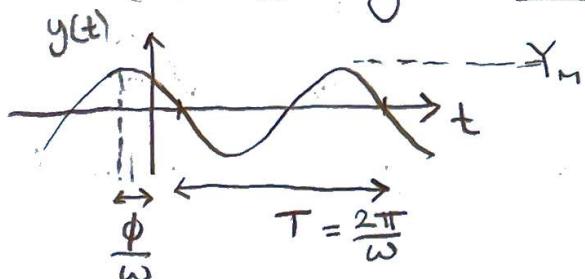
Vi kollar på en
 stationär signal
 vid $t \rightarrow \infty$.

Vi kan teckna AC-signaler på 2 sätt:

↗ AC-signal längs tidsaxeln:

$$y(t) = Y_m \cos(\omega t + \phi)$$

Obs att y är I eller U.



- $y(t)$ momentanvärde, enhet V eller A
- Y_m amplitud, enhet V eller A

- T periodtid, enhet s
- ω vinkelfrekvens, enhet rad/s
- ϕ fasvinkel, enhet rad eller °. "fas".

$$y(t) = y(t-T) \quad (\text{periodisk})$$

$$f = \frac{1}{T}, \text{ enhet Hz.}$$

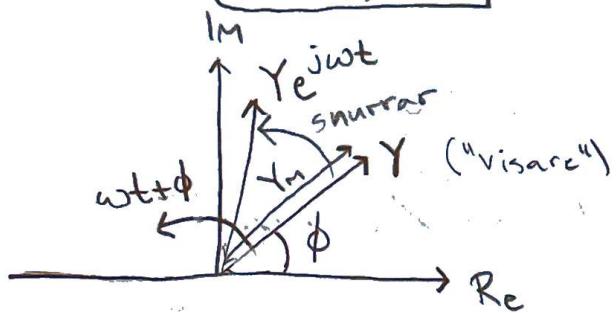
Obs!

"Vi använder
 j i stället
för i

2) AC-signal i komplexa talplanet.

$$Y = Y_m e^{j\phi}$$

polär form.



w i uttryck $Y e^{j\omega t}$
roterar i talplanet.

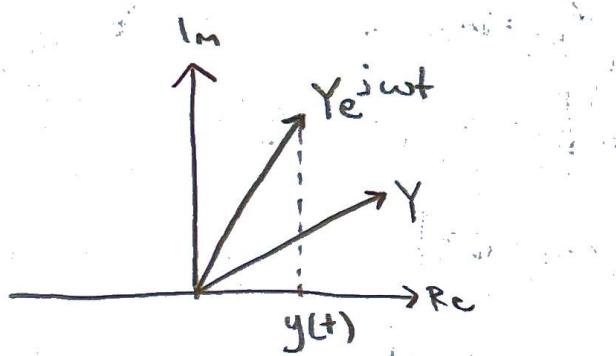
Påstår: projektionen på
Re-axeln av $Y e^{j\omega t}$ är
 $y(t)$.

Bevis

$$\operatorname{Re}[Y e^{j\omega t}] = \operatorname{Re}[Y_m e^{j\phi} e^{j\omega t}] =$$

Eulers formel:

$$= \operatorname{Re}[Y_m \cos(\omega t + \phi) + Y_m j \sin(\omega t + \phi)] \\ = Y_m \cos(\omega t + \phi) = y(t). \quad \square$$



∴ Vi kan transformera mellan 1 och 2)

$$y(t) \leftrightarrow Y$$

"förflytning till complex"

Exempel

$$y(t) = 10 \cos(50t + 45^\circ)$$

\downarrow

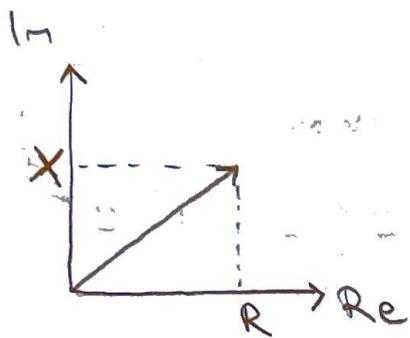
$Y_m \uparrow \quad \hat{C} \phi = \frac{\pi}{4}$

transformera till Y

$$Y = 10e^{j\frac{\pi}{4}}$$

$$(Notation: Y = Y_m \angle \phi)$$

$$Y = 10 \angle 45^\circ$$



Visardiagram.

$$Y = R + jX (= 5\sqrt{2} + j5\sqrt{2})$$

i exemplet ovan

$$\begin{cases} Y_m = \sqrt{X^2 + R^2} \\ \phi = \arctan\left(\frac{X}{R}\right) \end{cases}$$

här behöver vi ω för att kunna lösa.

Vi har alltså (ätmintäne) 3 metoder för att teckna samma signal.

jω-metoden för ett AC-nät

förenklar diff-ekvationer.

Vi har en AC-källa:

$$X_m \cos(\omega t + \phi)$$

Vi har element: R, L, C, i kretsen.

Motsvarar reella konstanter a_i , $i=1, \dots, n$.

Vi söker $y(t)$, spänning eller ström,

$$y(t) = Y_m \cos(\omega t + \phi)$$

Som är vår utsignal.

Allmän diff-ekvation för AC-nät:

$$X_m \cos(\omega t + \phi) = a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y \quad (*)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Y = Y_m e^{j\phi} \Rightarrow y(t) = \operatorname{Re}[Y e^{j\omega t}] \\ \Rightarrow \frac{d^n y}{dt^n} = \operatorname{Re}[(j\omega)^n Y e^{j\omega t}] \\ \Leftrightarrow (j\omega)^n Y \\ \rightarrow \text{gör på } (*) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow X_m \mathcal{L}\Phi = a_n (j\omega)^n Y + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} Y + \dots + a_0 Y$$

Lösning: $Y = \frac{X_m \mathcal{L}\Phi}{a_n (j\omega)^n + \dots + a_0} = Y_m \mathcal{L}\Phi \Rightarrow y(t)$

\uparrow
sökt signal

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_m = \frac{x_m}{\sqrt{(a_0 - a_2 w^2 + a_4 w^4 + \dots)^2 + (a_1 w - a_3 w^3 + a_5 w^5 + \dots)^2}} \\ \quad \text{real del} \quad \text{imaginär del} \\ \phi = \Psi - \arctan \left(\frac{a_1 w - a_3 w^3 + \dots}{a_0 - a_2 w^2 + \dots} \right) \end{array} \right.$$

Detta var ett Allmänt bevis för jw-metoden,
behöver inte memoreras.

Element i AC-nät

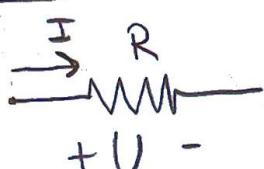
Källor

Alla källor i AC-nätet måste ha samma
frekvens w . Olika amplitud Y_n och fas ϕ är
okänd.

$$u_o = U_{om} \cos(\omega t + \beta) \Rightarrow \boxed{U_{om} \angle \beta} \quad w \text{ givet.}$$

$$i_o = I_{om} \cos(\omega t + \alpha) \Rightarrow \boxed{I_{om} \angle \alpha}$$

Resistans



$$u \rightarrow U$$

$$I \rightarrow$$

$$i \rightarrow I$$

$U = RI$

Reell

komplexa

Kapacitans



+ U -

$$i = C \frac{du}{dt}$$

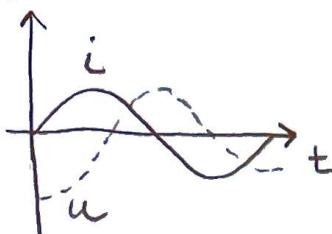
$$\frac{du}{dt} \leftrightarrow j\omega u$$

$$i \leftrightarrow I$$

$\rightarrow I$

$\downarrow U$

$$U = \frac{1}{j\omega C} I$$



u är 90° efter i .

Induktans



+ U -

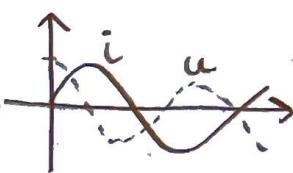
$$u = L \frac{di}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} \leftrightarrow j\omega I$$

$$u \leftrightarrow U$$

$$U = L j \omega I$$

$\uparrow U$
 $\rightarrow I$

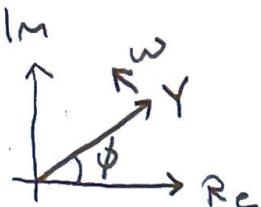


u är 90° före i

Föreläsning 6 7/9-22

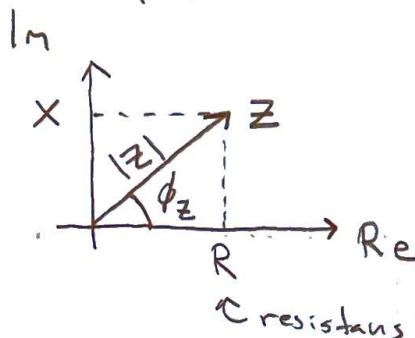
$$R_c[(j\omega)^n Y e^{j\omega t}] \leftrightarrow (j\omega)^n Y$$

$$\begin{cases} \text{Re}[Y e^{j\omega t}] = y(t) \\ Y = Y_m e^{j\phi} \end{cases}$$



Impedans

Resultat av R, C, L. Vi modulerar. Går inte att köpa, finns bara i den komplexa verkligheten.



Definition:

$$Z = R + jX,$$

där R är en resistans,
och X är en reaktans.

Reaktansen är imaginär.

$$R = |Z| \cos \phi_Z$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

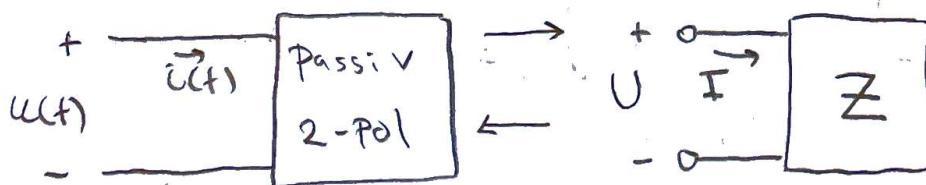
$$\phi_Z = \arctan\left(\frac{X}{R}\right)$$

$$X = |Z| \sin \phi_Z$$

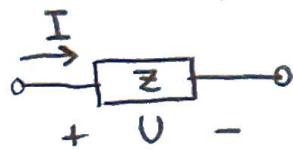
R ≥ 0 (antagande pga rimlighet)

⇒ $\phi_Z \in [-90^\circ, 90^\circ]$ (högra talplanet)

(kallas för passivt element)



Kan representera alla element i 2-polen
med en impedans Z .



Obs! tänk frekvens,
ej tid.

Ohms lag för AC-nät:

$$U = ZI \quad (U, Z, I \in \mathbb{C})$$

där

$$U(t) \xrightarrow{Z} U = U_m \angle \phi_U$$

$$I(t) \xrightarrow{Z} I = I_m \angle \phi_I$$

Z komplex resistans, enhet Ω .

Obs! $Z(t)$ saknar fysikalisk mening

$$Z: \begin{cases} \text{induktiv} & \text{då } x > 0 \\ \text{kapacitiv} & \text{då } x < 0 \end{cases} \quad (\text{tänk tecken}, \frac{1}{j} = -j)$$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_m \angle \phi_U}{I_m \angle \phi_I} = |Z| \angle \phi_Z$$

där

$$\begin{cases} |Z| = \frac{U_m}{I_m} = \frac{|U|}{|I|} \\ \phi_Z = \phi_U - \phi_I \end{cases}$$

Admittans

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{|Z| \angle \phi_Z} = Y \angle -\phi_Z$$

$$Y = G + jB, \quad \text{där } G = \text{konduktan } \left(\frac{1}{R}\right)$$

$\downarrow = \frac{1}{X}$
 $B = \text{susceptans. (obs! } \underline{\text{ej}} \text{ B magnetfält)}$

enhet Υ : $\Upsilon = S = \text{Siemens}$

Beräkningsmetoder AC-nät

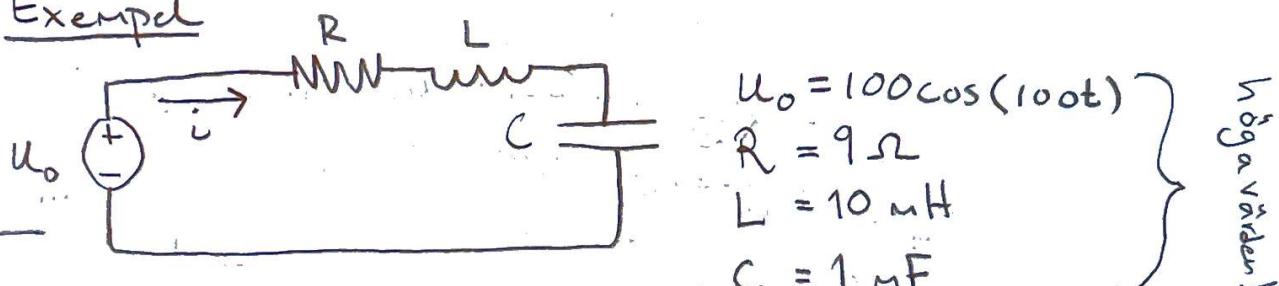
Med hjälp av $j\omega$ -metoden kan vi använda samma metoder som i DC-nät.

- Seriekoppling impedanser $Z_{\text{tot}} = \sum Z_i$
- parallellkoppling admittanser $Y_{\text{tot}} = \sum Y_i$

KVL, KCL - giltliga, $V = ZI$.

MEN måste räkna med komplexa tal.
 Vi kan även använda visardiagram.

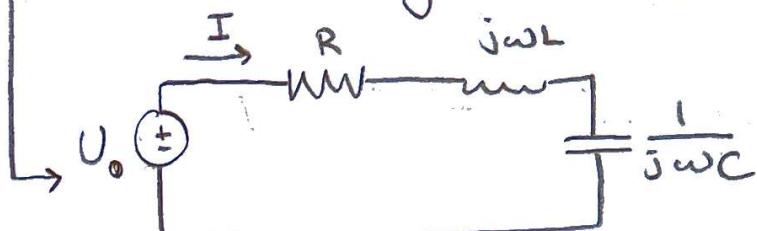
Exempel



Sök i

Vi läser ur U_0 att $\omega = 100$

Antag stationär AC-nät. $j\omega$ -transform.



transform
- 3

U_0 ger:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega = 100 \text{ rad/s} \\ U_m = 100 \text{ V} \\ \phi = 0 \end{array} \right. \quad U_0 = 100 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R = 9 \Omega \\ j\omega L = j \\ \frac{1}{j\omega C} = -10j \end{array} \right. \quad \text{generellt skrivs ej enhet efter } j$$

KVL: ($U = ZI$)

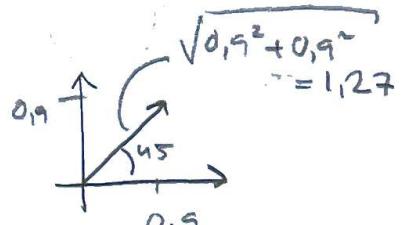
$$U_0 = I(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C})$$

$$I = \frac{U_0 j\omega C}{j\omega RC + j^2 \omega^2 LC + 1}$$

$$= \frac{100 \angle 0^\circ \cdot 0,1j}{j \cdot 100 \cdot 9 \cdot 0,001 + 100^2 \cdot 0,01 \cdot 0,001 + 1} = 0,1 \angle 90^\circ$$

$$= \frac{10 \angle 90^\circ}{0,9j + 0,9}$$

$$= \frac{10 \angle 90^\circ}{1,27 \angle 45^\circ} = 7,86 \angle 45^\circ$$



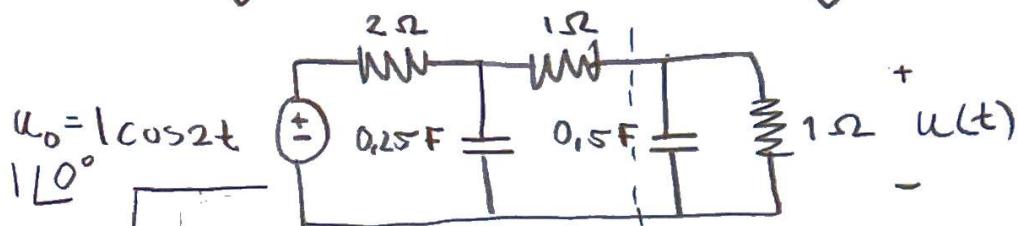
$$I \rightarrow i(t) = 7,86 \cos(100t + 45^\circ) \text{ A}$$

Vilket är vårt svar?

obs! $U \cos \Rightarrow I \cos$ (+ fasskillnad)

Bra exempel att göra på egen hand:

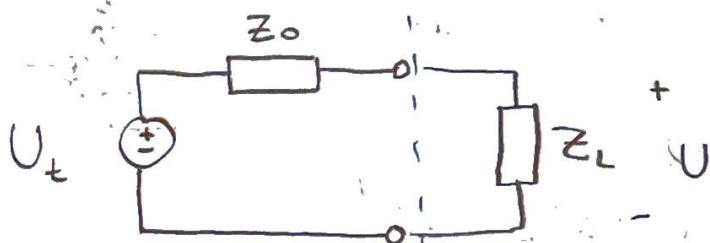
↓ DH s. 84-87, ex 1 ↓



Sök $U(t)$

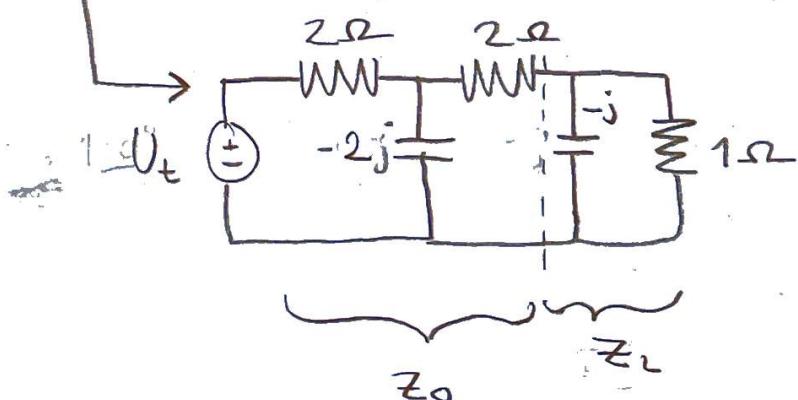
finns 3 olika metoder i DH.

Strategi: Sök $U(t)$ för ekvivalent 2-pol.



Obs! Sätt på
"Samma ställe"
i figureerna.

jω-transformera och förenkla nätet

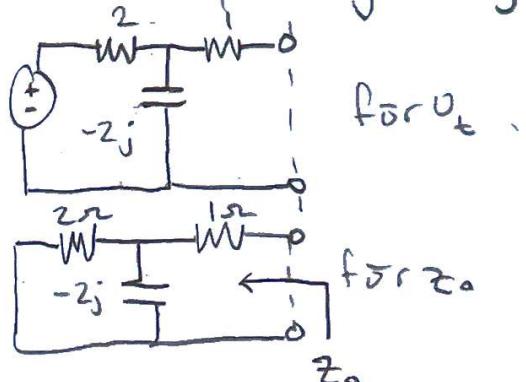


Z_L parallellkoppling

$$Z_L = -j // 1 =$$

U_t = (öppen 2-POL.)

Använd spänningssdelning



$$U_t = \frac{-2j}{-2j + 2} \cdot 1L0^\circ$$

$$Z_0 = 1 + 2 // -2j$$

$$U = \frac{Z_L}{Z_0 + Z_L} U_t \Leftrightarrow u(t)$$

Sp. delning över Z_L

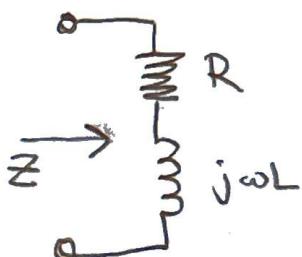
Föreläsning 7

12/9-22

$$\left\{ \begin{array}{l} Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \\ U = ZI \end{array} \right.$$

Frekvenskarakteristik

R-L-nät

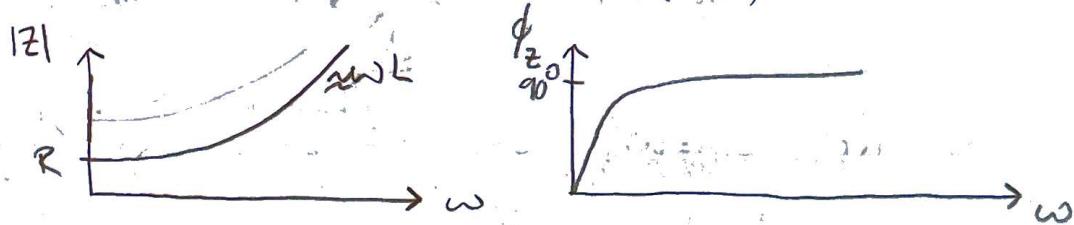


$$Z = R + j\omega L$$



$$|Z| = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$$

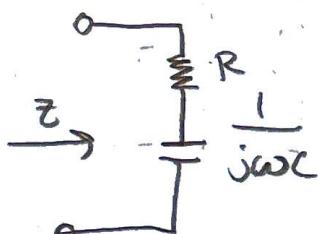
$$\phi = \arctan \left(\frac{\omega L}{R} \right)$$



Vid låg frekvens: resistivt

Vid hög frekvens: induktivt

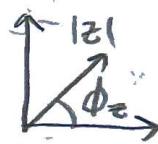
R-C-nät

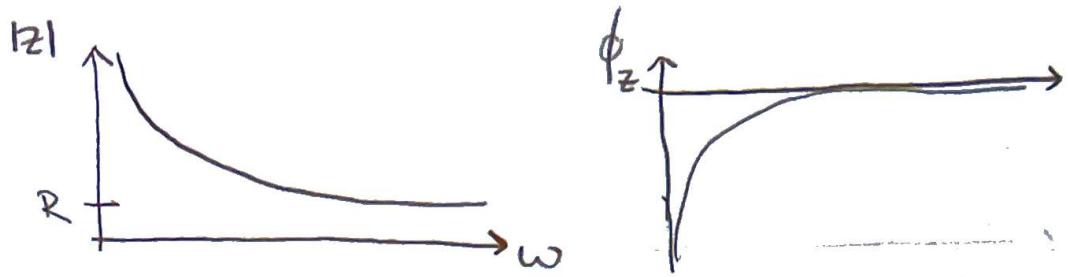


$$Z = R + \frac{1}{j\omega C}$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\phi_Z = -\arctan \left(\frac{1}{\omega RC} \right)$$

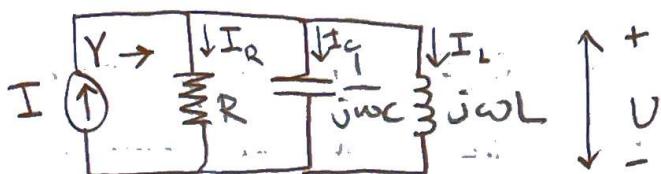




hög frekvens: Resistiv

läg frekvens = kapacitiv

Parallel resonanskrets



$$Y = \sum Y_I = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}$$

$$= \frac{1}{R} + j(\omega C - \frac{1}{\omega L}) = G + jB$$

Om $B=0$ så har vi resonans

då är $\omega = \omega_0$, en resonansvinkel frekvens

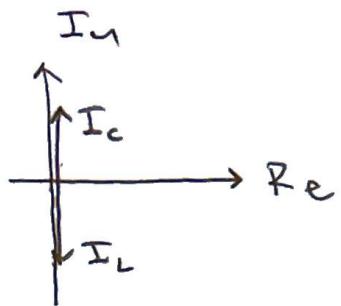
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (*)$$

Vad får detta för konsekvenser?

Sök I_c och I_L vid ω_0 (vid resonans dvs)

$$I_c = U j \omega C = j U \frac{C}{\sqrt{LC}} = j U \sqrt{\frac{C}{L}} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} I_c = -I_L$$

$$I_L = \frac{U}{j \omega L} = -j U \frac{\sqrt{LC}}{L} = -j U \sqrt{\frac{C}{L}} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{då } \omega = \omega_0$$



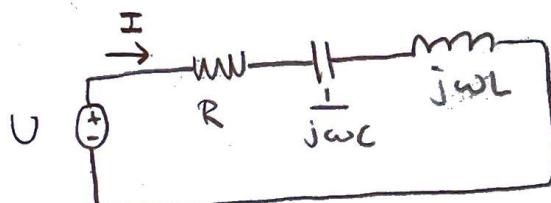
dvs I_c och I_L lika stora men 180° ur fas vid resonans, tar ut varandra.
Vi ser bara R.

Ekvivalent krets då $\omega = \omega_0$



OBS: Var försiktig,
 I_c och I_L kan vara
väldigt stora. Akta fingrarna!

Serie-resonanskrets

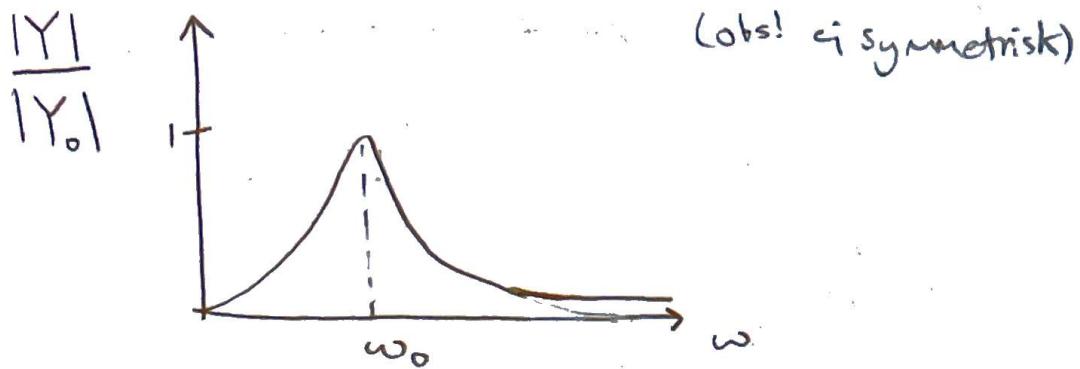


$$I = U Y$$

Resonans för Y som funktion av ω
då $\omega = \omega_0$

$$Y = \frac{1}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

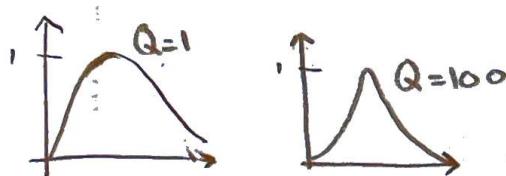
$$Y_0 = Y(\omega = \omega_0) = \frac{1}{R}$$



ω_0 = resonansfintefrekvensen

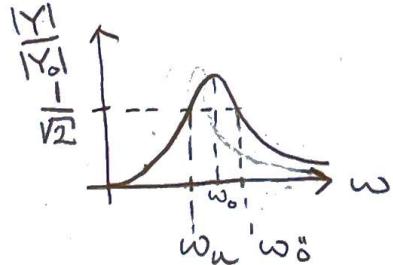
Definiera "Q-värde" "Quality"

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \quad (\text{enhetslös})$$



Bandbredd B

$$B = \omega_{\text{övre}} - \omega_{\text{nere}}$$



$$\text{Jvs } |Y| = \frac{|Y_d|}{\sqrt{2}}$$

Q påverkar bandbredd

Kan visa att

$$B = \frac{\omega_0}{Q}$$

Bevis "quick and dirty"

$$\left| \frac{Y}{Y_0} \right| = \left| \frac{1}{1 + j \frac{1}{R} (\omega L - \frac{1}{\omega C})} \right| = \left| \frac{1}{1 + j Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \right|$$

$$\text{För } \left| \frac{Y}{Y_0} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} = 1$$

$$Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow (\omega^2 - \omega_0^2)^2 = \omega^2 \left(\frac{\omega_0}{Q} \right)^2 = (B\omega)^2$$

$$\text{Antag } B = \frac{\omega}{Q}$$

$$\Rightarrow B\omega = \pm (\omega^2 - \omega_0^2)$$

$$\Rightarrow \omega^2 \mp B\omega - \omega_0^2 = 0$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{B}{2} + \sqrt{\Delta}$$

$$\omega_u = -\frac{B}{2} + \sqrt{\Delta}$$

$$\Rightarrow \frac{B}{2} - \left(-\frac{B}{2} \right) = B \quad \text{OK} \Rightarrow \text{antagandet}$$

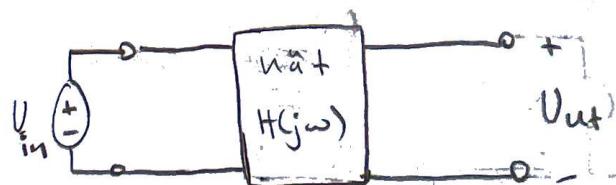
korrekt

$$\Rightarrow B = \frac{\omega_0}{Q} \quad \square$$

Q-värden viktiga i oscillatorer.

Överföringsfunktion

Hpol
2poet



Nätet "omvandlar" U_{in} till U_{out} .

Definiera överföringsfunktionen.

$$H(j\omega) = \frac{U_{out}}{U_{in}}$$

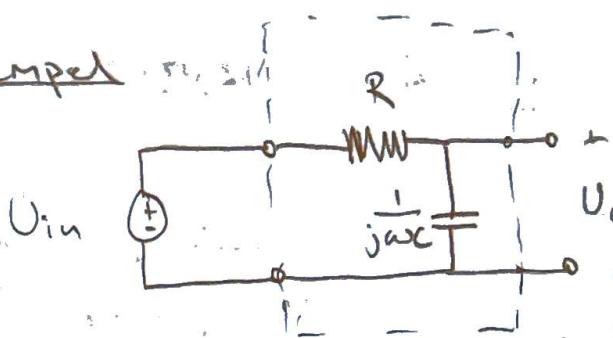
Kan även göras med I eller andra kombinationer av I och U.

T

$$H(j\omega) = \text{frekvensvar}$$

"Vrider vi in så att Amplitud och fas
förändras"

Exempel



$$U_{ut} = (\text{Spannungsdefinition}) = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} U_{in}$$

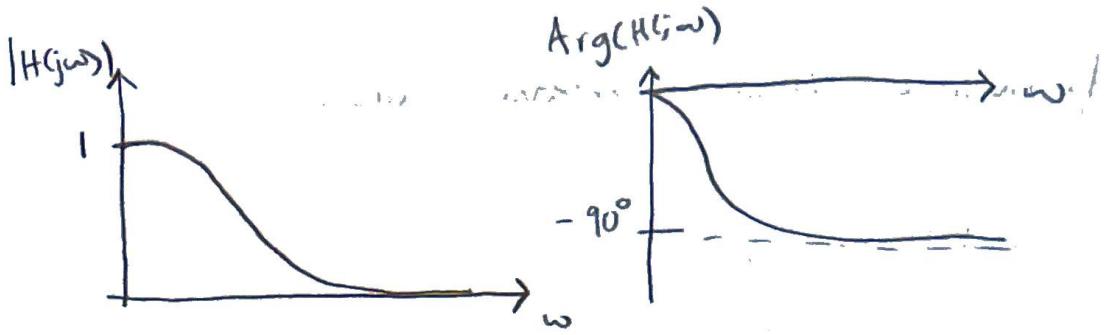
$$= \frac{1}{1 + j\omega RC} U_{in}$$

$$\Rightarrow H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

plotta $|H(j\omega)|$ och $\arg(H(j\omega))$

$$+ \text{rest} \left\{ |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \right.$$

$$\text{Vikt } \neq 0 \quad \arg(H(j\omega)) = -\arctan(\omega RC)$$



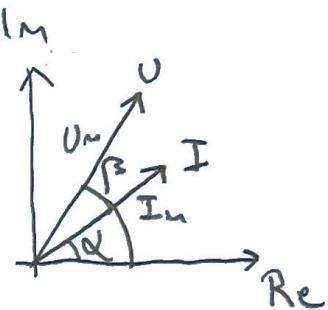
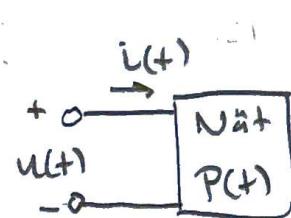
denna är ett lågpassfilter. släpper igenom låga frekvenser, blockerar höga.

Föreläsning 8

13/9-22

Effekt i AC-nät

$$\begin{cases} i(t) = I_m \cos(\omega t + \alpha) \\ u(t) = U_m \cos(\omega t + \beta) \end{cases}$$



Definition: fasskillnad $\varphi = \beta - \alpha$

Momentan effekt:

$$P(t) = u(t)i(t)$$

$$= P(1 + \cos[2(\omega t + \varphi)]) - Q \sin[2(\omega t + \varphi)]$$

(Se härledning i boken, trigonometri)

där

$$\left\{ P = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi, \text{ Aktiv effekt [W]} \right.$$

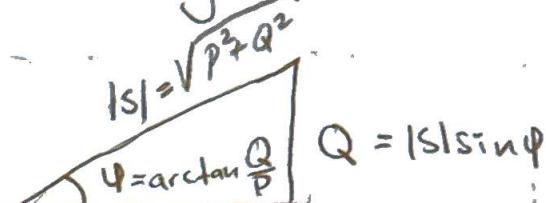
$$\left. Q = \frac{1}{2} U_m I_m \sin \varphi, \text{ Reaktiv effekt [VAr]} \right.$$

fysikalisk tolkning: effekten svänger med dubbla frekvensen.

Definierar en tredje effekt

$$|S| = \frac{1}{2} U_m I_m, \text{ skenbar effekt, [VA]}$$

Effekttriangel

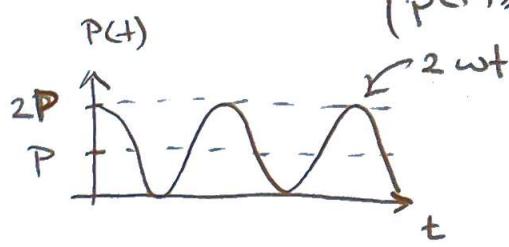


$$P = |S| \cos \varphi$$

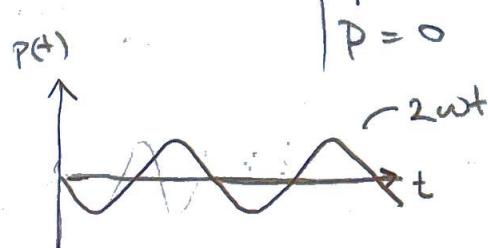
Effektutveckling p(t)

1) Resistans $\varphi = 0$ (ty real resistans)

$$\Rightarrow \begin{cases} Q=0 \\ P(t) > 0 \end{cases}$$

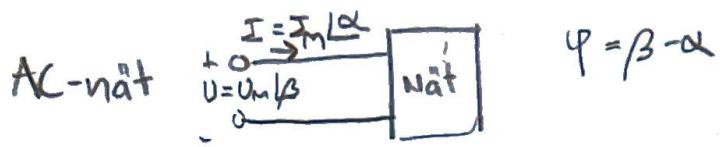


2) Induktans $\begin{cases} \varphi = 90^\circ \\ P = 0 \end{cases}$ tidsmedelvärde = 0



Komplexa W und S

Komplex effekt S



Nätet notar komplexa effekten

$$S = \frac{1}{2} UI^*$$

\uparrow Komplexkonjugat av I . $I^* = I_m L^{-\alpha}$
definition

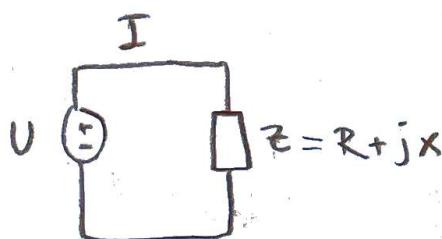
$$S = \frac{1}{2} U_m I_m / \beta I_m L^{-\alpha}$$

$$= \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi$$

$$= \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi + j \frac{1}{2} U_m I_m \sin \varphi$$

$$= P + j Q$$

Effektutveckling i en impedans

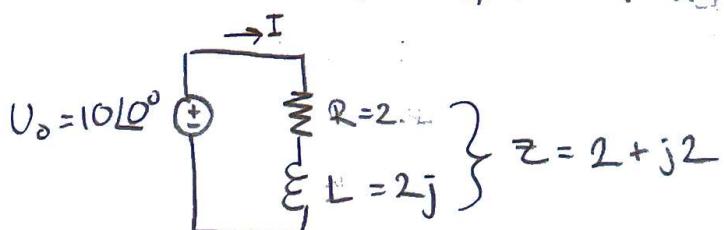


$$S = \frac{1}{2} UI^* = \frac{1}{2} Z II^* = \frac{1}{2} Z |I|^2$$

$$= \frac{1}{2} |I|^2 (R + jX) = P + j Q, \text{ där } \begin{cases} P = \frac{1}{2} R |I|^2 \\ Q = \frac{1}{2} X |I|^2 \end{cases}$$

Numeriskt exempel

Beräkna alla effekter i nätet



Sök S, P, Q

$$Z = 2 + j2 \quad \Rightarrow \varphi = 45^\circ$$

$= R \qquad = X$

$$|Z| = 2\sqrt{2} \quad I = \frac{U_0}{Z} = \frac{10\angle 0^\circ}{2+j2} = \frac{10\angle 0^\circ}{2\sqrt{2}\angle 45^\circ}$$
$$= \frac{5}{\sqrt{2}} \angle -45^\circ$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P = \frac{1}{2} R I^2 = \frac{25}{2} \text{ W} \\ Q = \frac{25}{2} \text{ VAr} \end{array} \right.$$

kontroll =
 $S = \frac{1}{2} U I^*$
ska bli samma

$$\Rightarrow S = \frac{25}{2} + j \frac{25}{2} \text{ VA}$$

//

W

Definition

effektiwärde för ström = I_e

-/-

spänning = U_e

$$I_e = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \left(\overset{i(+)}{=} I_m \cos(\omega t + \varphi) \right) = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$U_e = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

konsekvens:

$$\left\{ \begin{array}{l} P = R I_e^2 \\ Q = X I_e^2 \end{array} \right.$$

Tolkning:

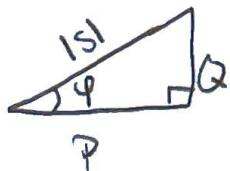
DC och AC-nät

utvecklar sinna
effekt om

$$I_{DC} = I_e, U_{DC} = U_e$$

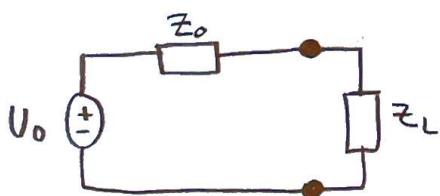
U Vära uttag har vi $U_e = 230 \text{ V}$,
 $\rightarrow U_{max} = \sqrt{2} \cdot 230$.

Faskompensering



Definition: effektfaktor $= \cos \varphi$
 i krafttekniken så eftersträvas
 $\cos \varphi = 1$ (så nära som möjligt),
 ty Q "dåligt".

Anpassning av effekt



problem: Välj Z_L så att aktiv effekten P_L
 Maximeras

$$Z_o = \text{utimpedans} = R_o + jX_o = Z_o \angle \varphi_o$$

$$Z_L = \text{lastimpedans} = R_L + jX_L = Z_L \angle \varphi_L$$

$$P_L = R_L I_e^2 = R_L \frac{U_{oe}^2}{|Z_o + Z_L|^2} = R_L \frac{U_{oe}^2}{((R_o + R_L)^2 + (X_o + X_L)^2)}$$

↑

Aktiv effekt, R_L

För max P_L - måste $X_o + X_L = 0$

Obs! R positivt.

$$\Rightarrow P_L = \frac{R_L U_{oe}^2}{(R_o + R_L)^2}$$

derivera $\frac{dP_L}{dR_L}$ och sätter = 0
får vi ett maximum

$$(R_0 + R_L)(R_0 + R_L - 2R_L) = 0 \\ \Rightarrow R_L = \begin{cases} R_0 \\ -R_L \leftarrow \text{ofysikalisk.} \end{cases}$$

DVS Välj $R_L = R_0$ för att maximera P_L .

Välj: $Z_L = Z_0^*$

I många fall är φ_L fixt, endast amplituden kan varieras. då $|Z_L| = |Z_0|$.

Obs: 2022 så är duggan fram hit.

Föreläsning 9 14/9-22

Vi lämnar nu Davidsson Hovenskjöld-boken.

Vi kommer nu använda Laplace-transform för kretsar med minnen. Kommer i komplex analys, och senare Fourier analys. Finns häfte på Canvas.

LTI-system och Laplace-transform

glön inte superpositionsteckiken!

$$i_1 \rightarrow v_1 \text{ och } i_2 \rightarrow v_2 \Rightarrow i_1 + i_2 \rightarrow v_1 + v_2$$

Men tiden där? Tidsinvariant system:

insignal	utsignal
$x(t)$	$y(t)$
$x(t-t_0)$	$y(t-t_0)$

$x(t) \xrightarrow{\boxed{h(t)}} y(t)$

Hittills har vi studerat momentana system.
dvs $y(t)$ beror av $x(t)$, har inget minne.

Vi betraktar nu dynamiska system där
 $y(t)$ beror av samtliga värden $x(\tau)$,
där $\tau \in [0, t]$. Vi vill därför integrera.

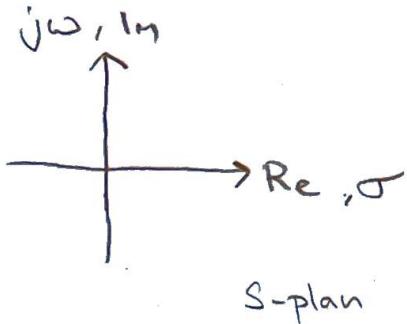
Teckna fältningsintegral

$$y(t) = \int_0^t h(\tau) x(t-\tau) d\tau = h(t) \otimes x(t) \quad (*)$$

jöbbigt att räkna på i tid. gå till frekvens.

Dynamiska system kan innehålla många frekvenser. Transformera signal från $t \rightarrow f$
med hjälp av Laplace-transform.

Introducera en komplex frekvens $s = \sigma + j\omega$



Definition av en laplace-transform:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

finns i tabeller i handböcker och online
Inverstransform

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t)$$

Se physics handbook s.495-s.498

kombinera laplace och faltung;

Laplacetransformera (\Rightarrow).

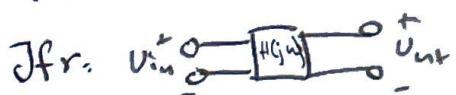
$$\begin{aligned} \mathcal{L}(y(t)) &= Y(s) = \int_0^{\infty} y(t) e^{-st} dt \\ &= \left\{ \text{sätt in } (\Rightarrow), \text{ matematik} \right\}_{\text{Var. sub}} \\ &= H(s) \int_0^{\infty} x(\tau) e^{-s\tau} d\tau \\ &= H(s) X(s). \end{aligned}$$

Med andra ord:

$$X(s) \xrightarrow{H(s)} Y(s)$$

$H(s)$ tolkas som en överföringsfunktion

$$Y(s) = H(s)X(s)$$



$$U_{out} = H(j\omega)U_{in}$$

Laplacetransform av krets element

1) Element utan beg. energi:

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{tid} \\ \frac{i(t)}{R} \downarrow \begin{matrix} + \\ \text{---} \\ - \end{matrix} u(t) \\ \xrightarrow{\mathcal{L}} \\ I(s) \downarrow \begin{matrix} \text{frekvens} \\ R \\ \text{---} \\ + \\ U(s) \\ - \end{matrix} \end{array} \right.$$
$$u(t) = R i(t) \quad \xrightarrow{\mathcal{L}} \quad U(s) = R I(s)$$

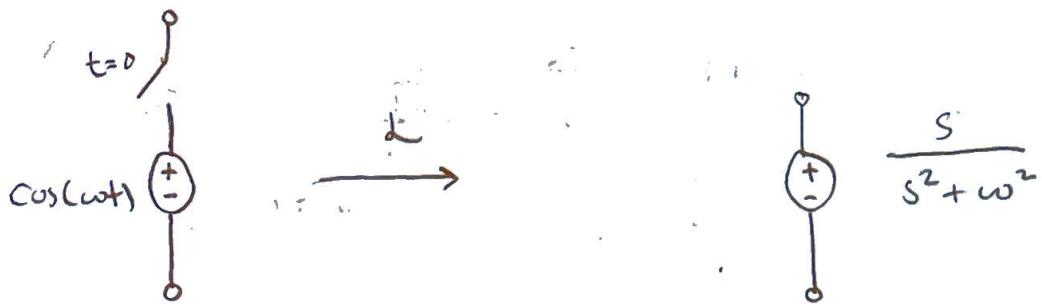
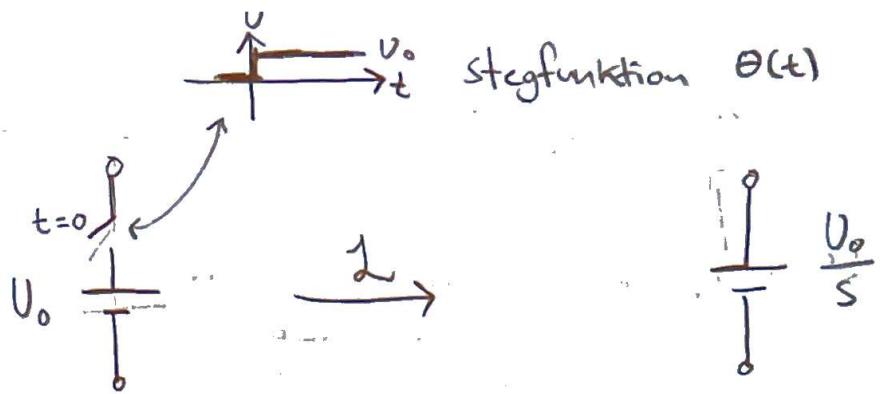
$$\left\{ \begin{array}{c} \text{tid} \\ \frac{u(t)}{L} \downarrow \begin{matrix} + \\ \text{---} \\ - \end{matrix} i(t) \\ \xrightarrow{\mathcal{L}} \\ I(s) \downarrow \begin{matrix} \text{---} \\ SL \\ \text{---} \\ + \\ U(s) \\ - \end{matrix} \end{array} \right.$$
$$u(t) = L \frac{di}{dt} \quad \xrightarrow{\mathcal{L}} \quad U(s) = L(sI(s) - i(0))$$

$\underbrace{= 0, \text{ ingen beg. energi.}}$

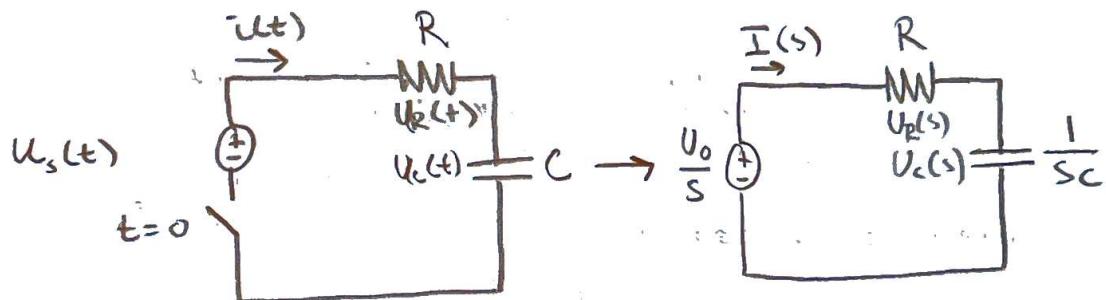
$$= sLI(s)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{tid} \\ \frac{u(t)}{C} \downarrow \begin{matrix} + \\ \text{---} \\ - \end{matrix} i(t) \\ \xrightarrow{\mathcal{L}} \\ \frac{1}{sC} \downarrow \begin{matrix} \text{---} \\ + \\ U(s) \\ - \end{matrix} \end{array} \right.$$
$$i(t) = C \frac{du}{dt} \quad \xrightarrow{\mathcal{L}} \quad I(s) = C(sU(s) - \underbrace{u(0)}_{=0})$$
$$= sCU(s)$$

Obs! Analogt med $j\omega$ -metoden.



Exempel RC-krets



$$U_s(t) = \Theta(t) \cdot U_0 \quad (\text{dvs ingen begr energi})$$

Sök $U_R(t)$, $U_C(t)$.

$$U_s(s) = I(s) \left[R + \frac{1}{sC} \right]$$

$$I(s) = \frac{U_s(s)}{R + \frac{1}{sC}} = U_s(s) \cdot \frac{s}{s + \frac{1}{RC}} \cdot \frac{1}{R}$$

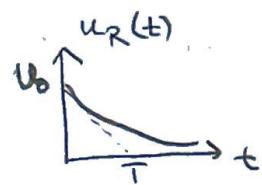
$$\text{Sätt } T = RC \quad (\text{tidkonstant})$$

$$U_s(s) = \frac{U_0}{s}$$

$$\Rightarrow I(s) = \frac{U_0}{R} \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{T}} \quad (\star)$$

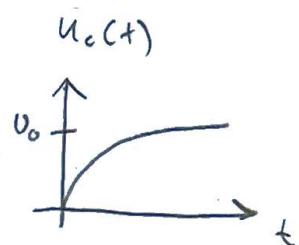
$$\mathcal{L}^{-1}: i(t) = \frac{U_0}{R} e^{-t/T}$$

$$\text{dvs } u_R(t) = R i(t) = U_0 e^{-t/T}$$



$$U_C(s) = \frac{1}{sC} I(s) = \frac{U_0}{T} \frac{1}{s} \frac{1}{s + \frac{1}{T}}$$

$$\mathcal{L}^{-1}: u_C(t) = U_0 (1 - e^{-t/T}) \quad t > 0.$$



Föreläsning 10 19/9-22

Element med begynnelseenergi:

$$s = \frac{1}{2t}$$

Kapacitans:

$$\text{Antag } u(t)|_{t=0} = U_0 \quad \therefore (i(t) = C \frac{du(t)}{dt})$$

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau = \underbrace{\frac{1}{C} \int_{-\infty}^0 i(\tau) d\tau}_{= U_0} + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau$$

$$\mathcal{L} \Rightarrow U(s) = \frac{U_0}{s} + \frac{1}{sC} I(s) \rightarrow$$

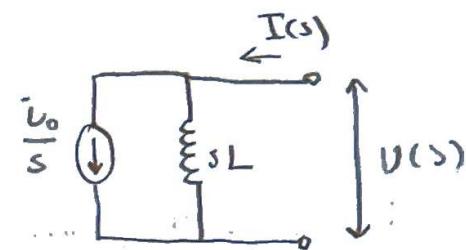
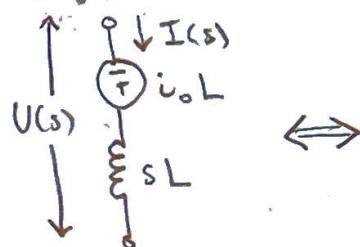
Fysikalisk bild

Induktans:

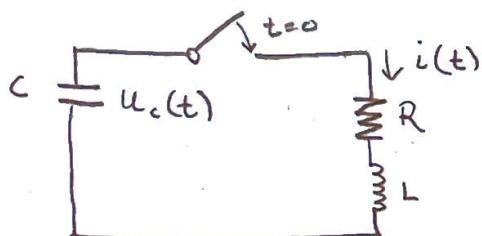
$$i(t) \Big|_{t=0} = i_0 \quad \left(u(t) = L \frac{di(t)}{dt} \right)$$

$$\mathcal{L} \rightarrow U(s) = L(sI(s)) - \underbrace{i(0)}_{=i_0} = sLI(s) - i_0 L$$

fysikalisk bild



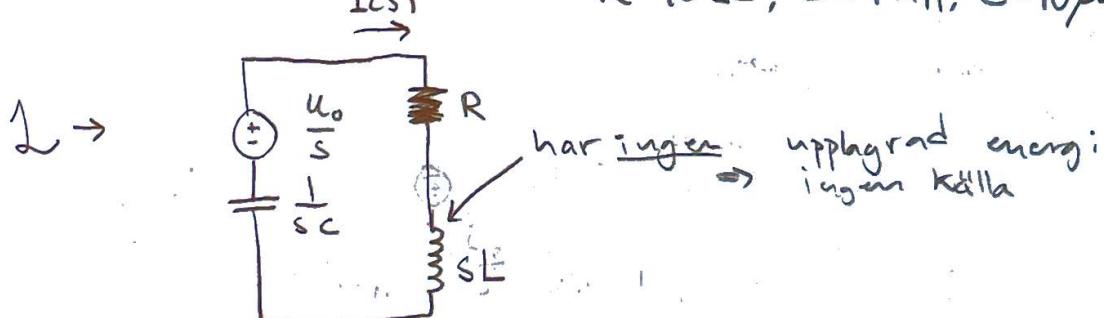
Exempel



Vi antar att vi har upplagrad laddning i C.
Sök $i(t)$ då $t \geq 0$.

$$U_c(t=0) = U_0 = 10 \text{ V}$$

$$R = 10 \Omega, L = 1 \text{ mH}, C = 10 \mu\text{F}$$



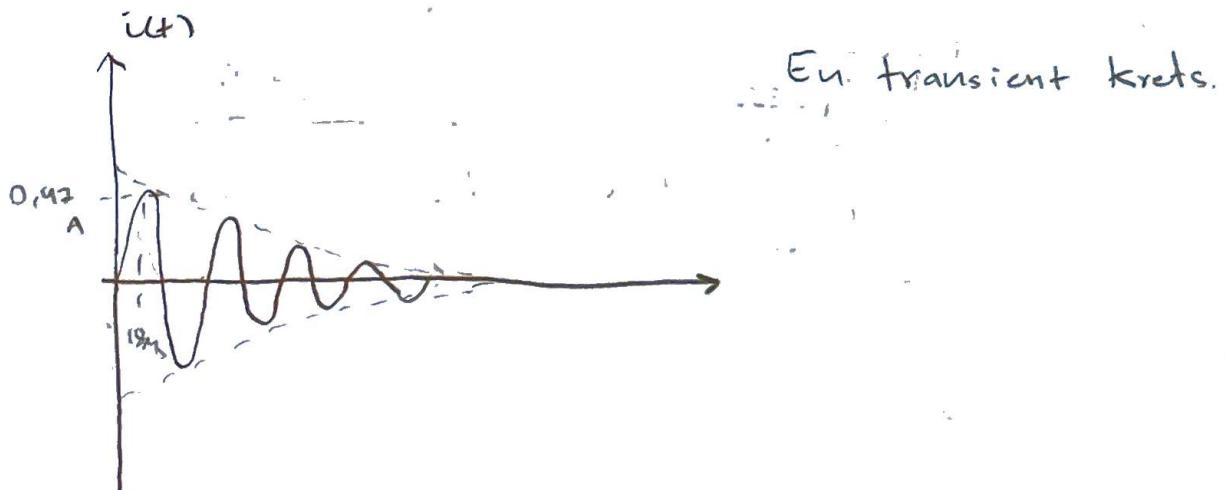
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{\frac{U_0}{s}}{\frac{1}{sC} + R + sL} = \frac{\frac{U_0}{s}}{\frac{1}{LC} + \frac{R}{L} + s^2} = \frac{\frac{U_0}{s}}{\frac{10^4}{10^{-8}} + \frac{10}{10^{-3}} + s^2} = \frac{10^4}{s^2 + 10^4 s + 10^8}$$

$$\mathcal{L} \Rightarrow \frac{U}{Z} = \frac{a}{(s+a)^2 + a^2} \quad \rightarrow \begin{aligned} &= (\text{från } \mathcal{N} \text{ tabell}) \\ &\text{bygg om } I(s). \end{aligned}$$

$$\Rightarrow I(s) = \frac{10^4}{\sqrt{3}5000} \cdot \frac{\sqrt{3}5000}{(s+5000)^2 + (\sqrt{3}5000)^2} \quad (*)$$

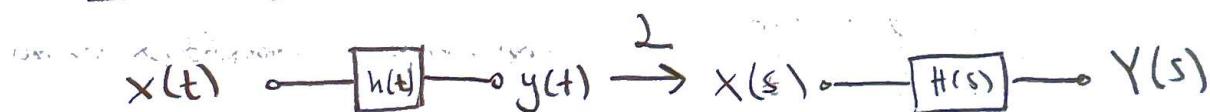
(lösas genom kvadratkompletttering av num. värden)

$$I^{-1}(*) \Rightarrow i(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} e^{-5000t} \sin(\sqrt{3}5000t) \text{ A}, t \geq 0$$



säkring, använd i sån här krets.
bryter vid stora utslag (transienter).
ex. för blixtnedslag.

LTI-system



Sök överföringsfunktionen $H(s)$.

Allmänt kan LTI-system beskrivas

$$\sum_{k=0}^n a_k \frac{d^k}{dt^k} y(t) = \sum_{k=0}^M b_k \frac{d^k}{dt^k} x(t) \quad \text{dvs "inf" element}$$

$$a_k, b_k \in \mathbb{R}$$

lät alla begynnelsevärden = 0.

$$1 \rightarrow \sum_{k=0}^N a_k s^k Y(s) = \sum_{k=0}^M b_k s^k X(s)$$

$$(s = \frac{d}{dt})$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k s^k}{\sum_{k=0}^N a_k s^k} = \frac{\text{Polynom}}{\text{Polynom}}$$

$H(s)$ kan faktoriseras

$$H(s) = \frac{b_n}{a_n} \frac{(s - c_1)(s - c_2) \cdots (s - c_N)}{(s - d_1)(s - d_2) \cdots (s - d_M)}$$

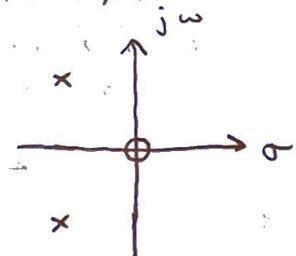
$$\begin{cases} c_k & \text{Nollställen till } H(s) \quad (o) \\ d_k & \text{poler} \quad -|- \quad (x) \end{cases}$$

$a_k, b_k \in \mathbb{R} \Rightarrow$ röllerna $c_k, d_k \in \mathbb{R}$ eller komplexkonjugerade.

$M \leq N$ annars instabilt system (ofysikaliskt)

Plotta (x) och (o) i s-planet.

Ex: $M=1, N=2$



Polerna är komplexkonjugerade.

Polerna Alltid i vänstra halvplanet. Annars instabilt.

$N=1$: 1:a ordn. system ($\text{pol} = N$)

$N=2$: 2:a ordn. system DSV

Tre insignaler för LTI-system

Benämning	$x(t)$	$\{x(t)\}$	$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$

\perp	Impulssvar	$\delta(t)$ (Dirac-puls)	1	$Y(s)$
$\int \dots$	Stegsvar	$\Theta(t)$ (heavyside)	$\frac{1}{s}$	$sY(s)$
$\sim \dots$	Stationärt svar = frekvenssvar	$A\sin(\omega t)$		$H(s) _{s=j\omega}$ $= H(j\omega)$, skippa Γ . $= H(j\omega) e^{j\phi(\omega)}$ $\phi(\omega) = \arg H(j\omega)$

Ex. sök frekvenssaret för $\begin{cases} x(t) = 4 \cos t \\ y(t) = H\sqrt{2} \cos(t - 45^\circ) - 4e^{-t}, t \geq 0 \end{cases}$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}, \text{ plotta } |H(j\omega)| \text{ samt Arg } H(j\omega)$$

$$\mathcal{L} \rightarrow X(s) = \frac{4s}{s^2 + 1}$$

$$Y(s) = \left\{ \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} \cos(at-\phi) - \cos \phi e^{-bt} \right\} = \frac{s}{(s^2+a^2)(s+b)}$$

$$a=b=1:$$

$$\mathcal{L} \left\{ 8 \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(t - 45^\circ) - \underbrace{\cos 45^\circ}_{\frac{1}{\sqrt{2}}} e^{-t} \right] \right\} = \frac{8s}{(s^2+1)(s+1)}$$

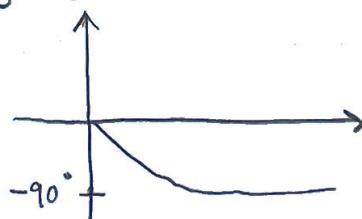
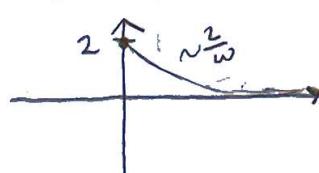
$$\Rightarrow H(s) = \frac{8s(s^2+1)}{4s(s^2+1)(s+1)} = \frac{2}{s+1}$$



$\hookrightarrow s^2 = 1$: a ordn. system.
lösning: -1.

$$H(s)|_{s=j\omega} = \frac{2}{1+j\omega} = \frac{2-2j\omega}{1+\omega^2}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{2}{\sqrt{1+\omega^2}}, \quad \text{Arg } H(j\omega) = -\arctan(\omega)$$



filteret trycker
när hög a frekvenser
vriden signalen

Föreläsning II 20/9-22

2:a ordningens system

Betrakta ett fysiskaliskt system med 2 poler, P_1, P_2 .
Och inga nollställen. \Rightarrow

$$H(s) = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{-K}{(s - P_1)(s - P_2)} = \frac{K}{s^2 - (P_1 + P_2)s + P_1 P_2}$$

Sök $h(t)$.

Deras ges av impulssvar $h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\}$
 Om kort, om hög signal
 i Dirac-puls.

Partialbräksuppdelning ger

$$H(s) = \frac{A}{s - P_1} - \frac{A}{s - P_2}$$

$$\mathcal{L}^{-1}(H(s)) = A e^{P_1 t} - A e^{P_2 t} = h(t), \quad t \geq 0$$

Stabilt system \Rightarrow om $P_i \in \mathbb{R}$ Måste dessa vara < 0

$\cancel{\rightarrow} \infty$ om $P_i \in \mathbb{C}$ Måste dessa vara
 $t \rightarrow \infty$ ($i \in \mathbb{R}$) komplex konjugerade

$$\Rightarrow \begin{cases} P_1 = a + jb \\ P_2 = a - jb \end{cases} \Rightarrow h(t) = A(e^{(a+jb)t} - e^{(a-jb)t}) \\ = A e^{at} (e^{jb t} - e^{-jb t}) \\ = 2j A e^{at} \sin bt \quad (\text{IL})$$

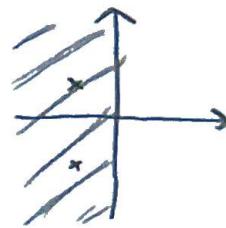
dvs $a < 0$, annars instabil

Om poler ligger i vänstra halvplanet på s-planet.

De komplexa rötterna b förklarar ω .

Vi hade $A = \frac{K}{P_1 - P_2} = \frac{K}{j^2 b} \rightarrow (\text{JL})$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{K}{b} e^{at} \sin bt, \quad t \geq 0$$



Detta var ett 2:a ordn. system.

Annat sätt att uttrycka (ingenjörsmässigt)

(2:a ordn. inga nullställor) : Variabel substitution

$$H(s): H(s) = \frac{b}{s^2 + as + b} = \frac{b}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} = \begin{cases} b = \omega_0^2 \\ a = 2\zeta\omega_0 \end{cases}$$

$$\text{rötter: } s_{1,2} = -\zeta\omega_0 \pm \omega_0 \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

$$\begin{cases} \zeta > 1, \text{ R poler} \\ \zeta = 1, \text{ R dubbelpol} \\ \zeta < 1, \text{ IM poler.} \end{cases}$$

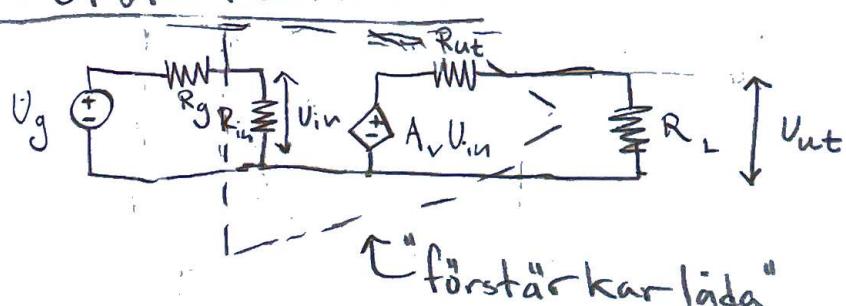
$\zeta < 1$ stabilt. ζ^2 finns i physics handbook.

ζ är en dämpfaktor. Dra paralleller till Mek2.

Analog elektronik

Aktiva kretsar, ex signalförstärkare.

Förstärkarmodell



$U_{in} = \frac{R_{in}}{R_{in} + R_g} U_g$; Vill att U_{in} ska vara
så stor som möjligt $\Rightarrow R_{in} \gg R_g$

$U_{ut} = \frac{R_L}{R_L + R_{ut}} \cdot A_v U_{in}$; Vill inte att R_L ska
påverka U_{ut} , $\Rightarrow R_{ut} \ll R_L$.

$$\Rightarrow U_{ut} = U_g \frac{R_{in}}{R_{in} + R_g} A_v \frac{R_L}{R_L + R_{ut}} \quad \text{Se ex 1.1, BM.}$$

A_v tolkas som en spänningförstärkning.

$$A_v = \frac{U_{ut}}{U_{in}}. \quad \text{Finns även:}$$

$$A_i = \frac{I_{ut}}{I_{in}} \quad (\text{strömförstärkning})$$

$$A_p = \frac{P_{ut}}{P_{in}} \quad (\text{effektförstärkning})$$

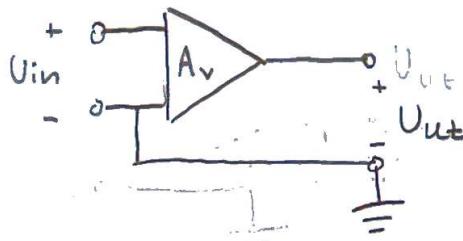
$$A_v \text{ mäts i dB; } V_A = 20 \cdot \log_{10} \left| \frac{U_{ut}}{U_{in}} \right|$$

Föreläsning 12 21/9-22

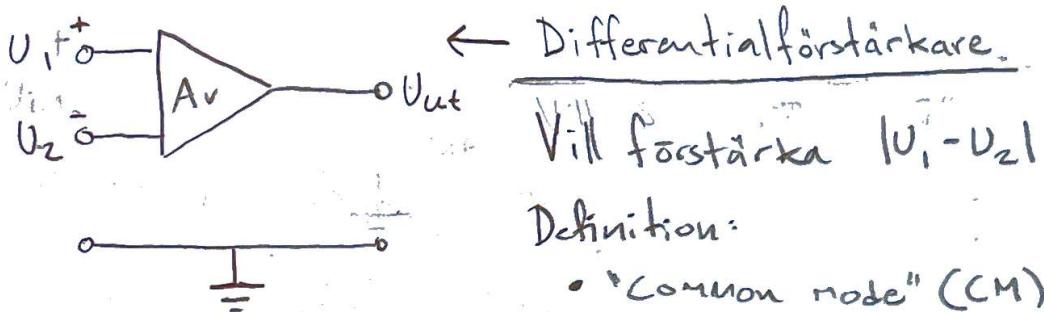
$$x(t) \xrightarrow{h(t)} y(t) \neq h(t)x(t)$$

$$X(s) \xrightarrow{H(s)} Y(s) = H(s)X(s) \quad (\text{på fäattning})$$

Olinjära förstärkare ger distortion. förvrängd utsignal. Vill ofta använda linjära.



$$U_{ut} = A_v U_{in} \text{ då } \begin{cases} R_{in} \text{ stor} \\ R_{ut} \text{ liten} \end{cases}$$



Definition:

- "Common mode" (CM) signal

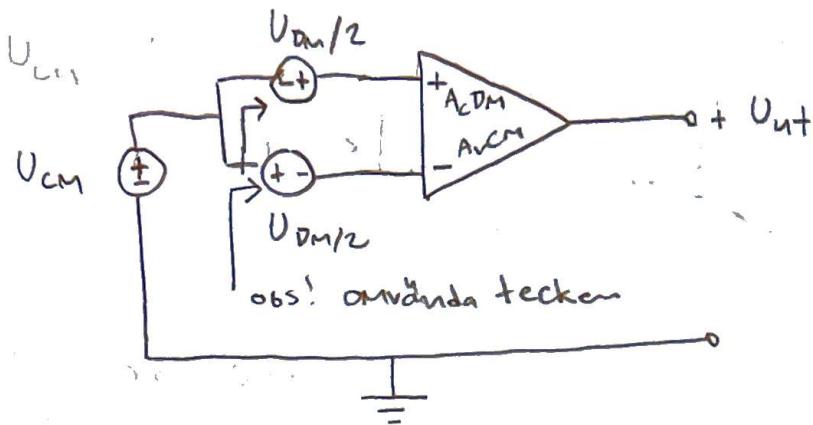
$$U_{CM} = \frac{1}{2}(U_1 + U_2)$$

- "Differential Mode" (DM) signal

$$U_{DM} = U_1 - U_2$$

Vi ser CM som en störsignal, DM som en önskad signal.

$$\begin{cases} U_1 = U_{CM} + \frac{1}{2}U_{DM} \\ U_2 = U_{CM} - \frac{1}{2}U_{DM} \end{cases}$$



Vi får två förstärkningar, A_{vCM} och A_{vDM}

$$U_{out} = A_{vCM} U_{CM} + A_{vDM} U_{DM}$$

Vi inför nu U_{inCM} och U_{inDM}

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{vCM} = \frac{U_{out}}{U_{inCM}} = \frac{U_{out} - A_{vDM} U_{DM}}{U_{CM}} \\ A_{vDM} = \frac{U_{out}}{U_{inDM}} = \frac{U_{out} - A_{vCM} U_{CM}}{U_{DM}} \end{array} \right.$$

$$A_{vDM} = \frac{U_{out}}{U_{inDM}} = \frac{U_{out} - A_{vCM} U_{CM}}{U_{DM}}$$

Definition: CMRR

"Common mode rejection ratio"

$$CMRR = 20 \log_{10} \left(\frac{A_{vDM}}{A_{vCM}} \right) [\text{dB}] \quad (70-90 \text{ dB})$$

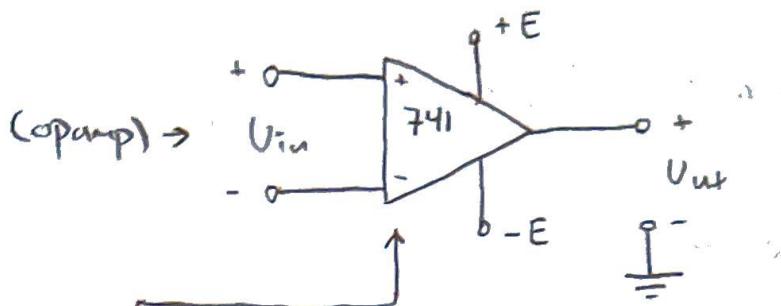
Dvs, vill förstärka differential mode men

helst inte common mode.

Operationsförstärkare

"opamp"

generell förstärkare som kan användas till lite allt möjligt. I ex. Analoga datorer, kan derivera MM.



$E \approx$
 E måste läggas på
en matningsspänning
(DC). ± 15 V.

Opampen förbrukar
energi, aktiv elektronik
(E markeras normalt ej)

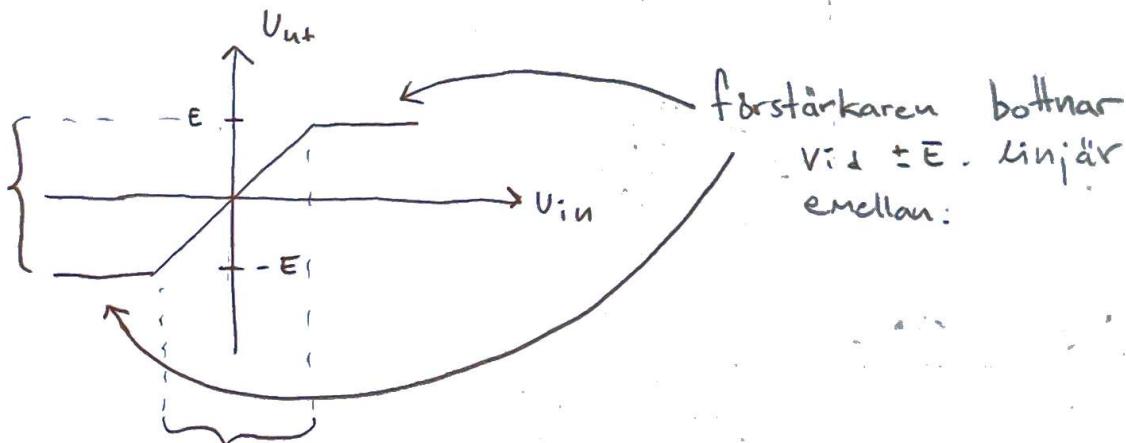
V_{in} har ingen koppling
till jord.

Generell spänningförstärkare.

{ Minusterminal = Inverterad ingång

Plusterminal = Ikkeinverterad ingång

Dynamiskt område

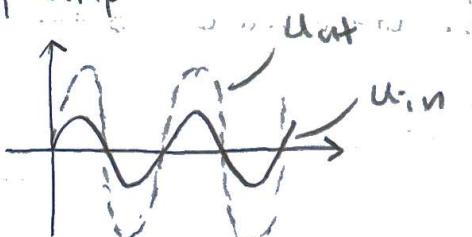
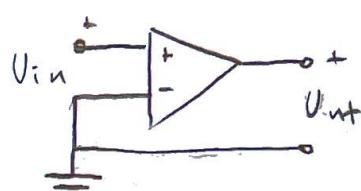


Aktivt område

$$A_v = \frac{U_{out}}{U_{in}} \text{ i det aktiva området.}$$

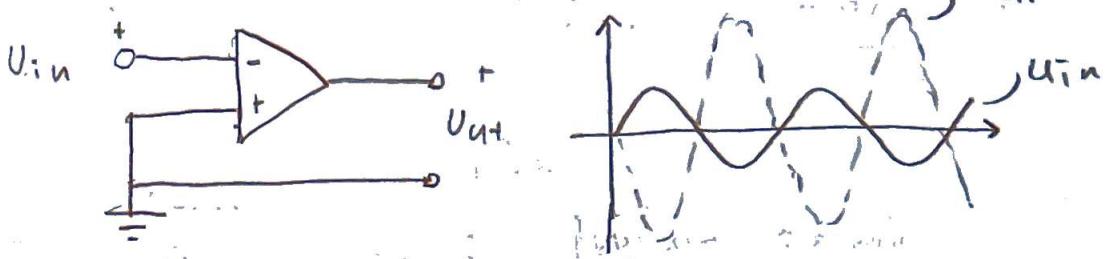
TVÅ grundkopplingar i det aktiva området

• Ikke-inverterad op-amp



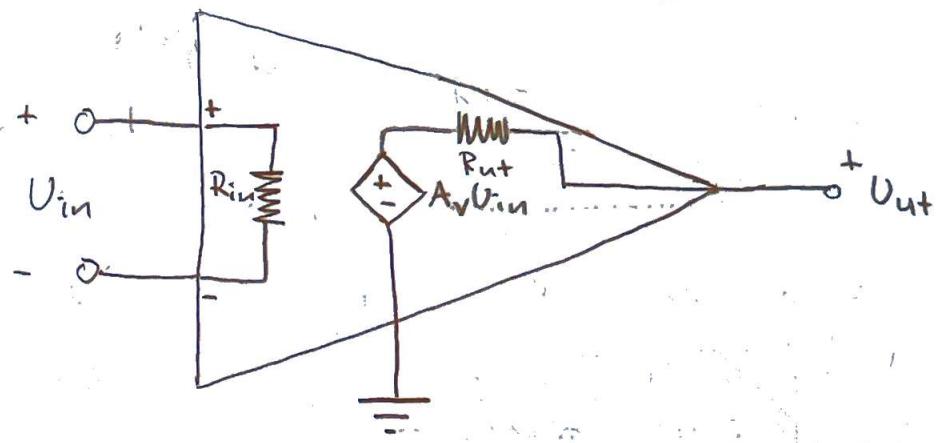
Signalerna är i fas

Inverterad Op-amp



Signalerna 180° ur fas.

Modell av Operationsförstärkare: (ideal)



Ideal opamp:

1) $R_{in} = \infty$ [ingen ström på ingång]

2) $R_{out} = 0$ [U_{out} sjunker ej vid belastning]

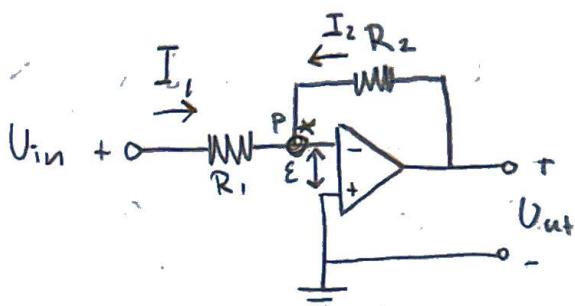
3) $A_v = \infty$ [0V mellan + och - vid motkoppling]

4) $CMRR = \infty$ [ideal differentiafförstärkare; $A_{vcm} = 0$]

5) Bandbredden $B = \infty$

För att en opamp ska i praktiken kunna operera i aktiva området måste den motkopplas \Leftrightarrow negativt återkopplad loop från $ut \rightarrow in$

Ex. inverterad opamp:



Antag Ideal Opamp
Återkopplingen sker
alltid till Negativ terminal

Ideal opamp \Rightarrow spänningsskillnaden $t \rightarrow - = E = 0$

Vi har alltså skapat en ny "jordpunkt".

P = "ov". Vi betraktar ingång till - terminalen som en Virtuell jord, punkten P.

Obs! - och + fortfarande galvaniskt skilda.

Kirchoff $\rightarrow I_1 = -I_2$

och $\left\{ \begin{array}{l} -U_{in} + R_1 I_1 = 0 \\ -U_{out} + R_2 I_2 = 0 \end{array} \right\}$ i P.

$$\Rightarrow \boxed{\frac{U_{out}}{U_{in}} = -\frac{R_2}{R_1}}$$

Minustecknet står för fasskillnaden

Inresistansen $R_{in} = \frac{U_{in}}{I_1} = R_1$

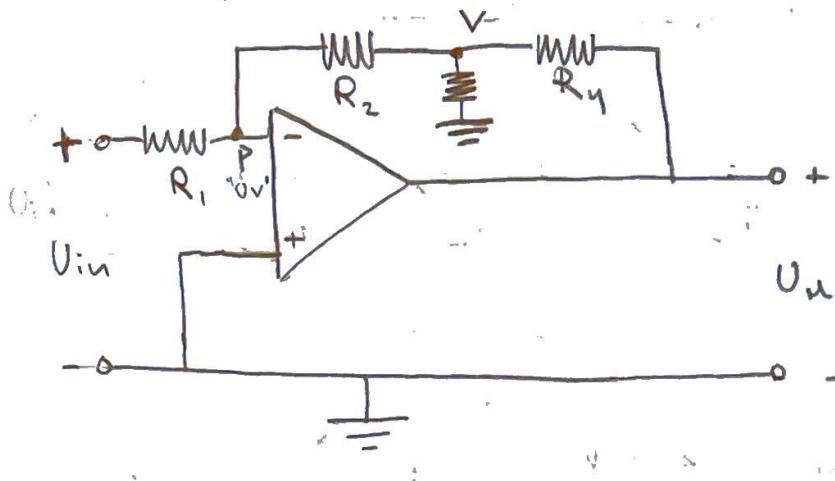
Utresistansen $R_{out} = 0$ (ideal)

Men vi vill
ha hög inresistans.
Problemet med $\frac{U_{out}}{U_{in}} = -\frac{R_2}{R_1}$

behöver stora resistanser, $R_2 \gg R_1$. Som redan
är stor (för hög förstärkning), funkar ej IRL.

Men det finns en massa tricks

Det går inte att få både hög R_{in} och hög förstärkning. Förförstå förhållanden
lösning: komplifiera Op-ampen.



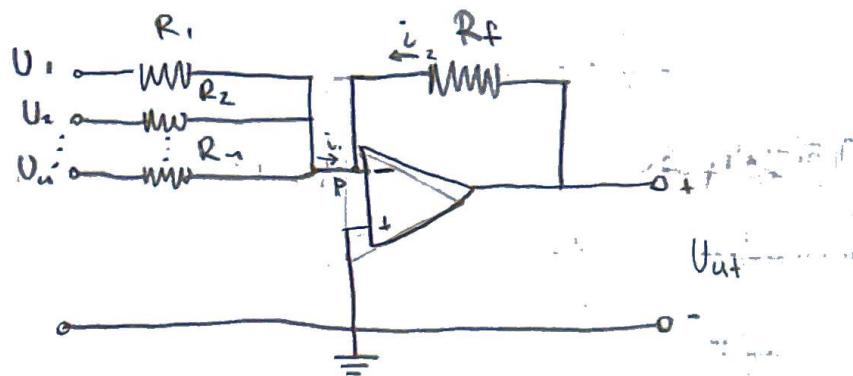
$$KCL \text{ i P: } \frac{U_{in} - 0}{R_1} = \frac{0 - V}{R_2} \Rightarrow V = -\frac{R_2}{R_1} U_{in}$$

$$\begin{aligned} \text{kvb förut, } U_{out+} &= \left(\frac{V - 0}{R_2} \right) \cdot R_4 + \left(\frac{V - 0}{R_3} \right) R_4 + V \\ &= V \left(1 + \frac{R_4}{R_2} + \frac{R_4}{R_3} \right) \end{aligned}$$

$$A_v = \frac{U_{out+}}{U_{in}} = -\frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_4}{R_2} + \frac{R_4}{R_3} \right)$$

Bättre men dyrare. ger hög A_v med hög R_{in} .

ex. Summerare

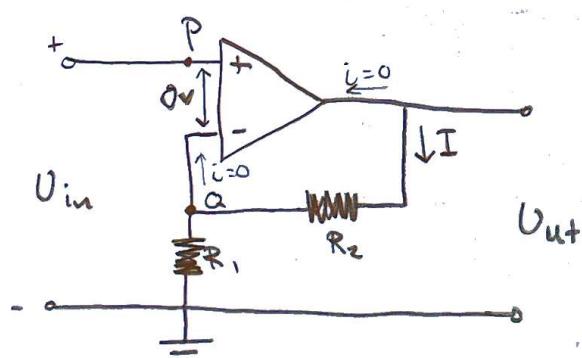


$$\frac{U_1 - 0}{R_1} + \frac{U_2 - 0}{R_2} + \dots + \frac{U_n - 0}{R_n} = \frac{0 - U_{out}}{R_f} \quad (i_1 = i_2)$$

$$\Rightarrow U_{out} = - \left[\frac{R_f}{R_1} U_1 + \frac{R_f}{R_2} U_2 + \dots + \frac{R_f}{R_n} U_n \right]$$

Blandare, ex Audiomixer för musik, ger möjlighet att viktta signalerna. Negativt. Men lägg till en till vanlig inverterad förstärkare med $R_2 = R_1$. Så är det positivt igen.

Ickeinverterad Op-amp



Ideal Op.amp \Rightarrow

P har spänning U_p

$$R_{in} = \infty \rightarrow U_p = U_Q$$

$$-U_{out} + I \cdot R_2 + I \cdot R_1 = 0$$

$$U_{in} = U_Q = R \cdot I$$

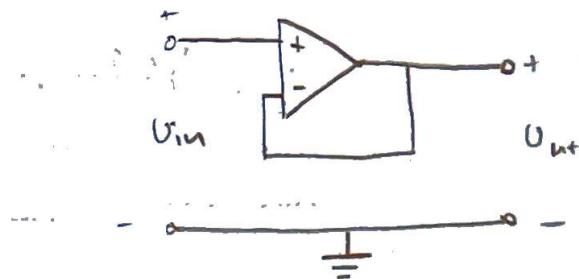
$$\Rightarrow \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

Dvs vi har byggt en spänningsdelare.

$$\begin{cases} R_{in} = \infty \\ R_{out} = \left. \frac{U_{out}}{I_{out}} \right|_{U_{in}=0} = 0 \end{cases}, \text{ bra spänningsdelare.}$$

Extremfall: (Viktigt specialfall av icke-inverterad op.amp)

$$R_1 = \infty, R_2 = 0$$

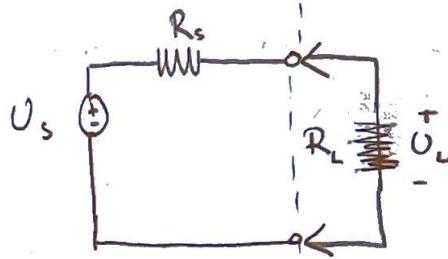


$$\begin{aligned} U_{out} &= U_{in}, \quad A_v = 1 \\ \begin{cases} R_{in} = \infty \\ R_{out} = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

"Spänningsföljare" ↗

En buffertförstärkare, ökar drivförmågan

Exempel: Voltmeter.



Vill mäta $U_L = U_s$
(så gott det går)

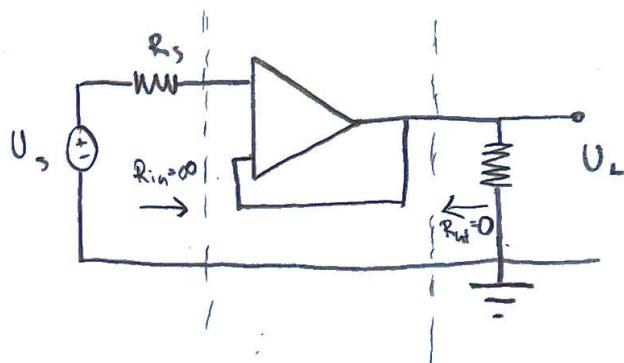
Ideal sensor: $R_s = 0, U_s = U_L$

Ideal Voltmeter: $R_L = \infty, U_L = U_s$

Verkligheten: $R_s > 0, R_L < \infty$

dvs $U_L = U_s \frac{R_L}{R_L + R_s}$ ej bra!

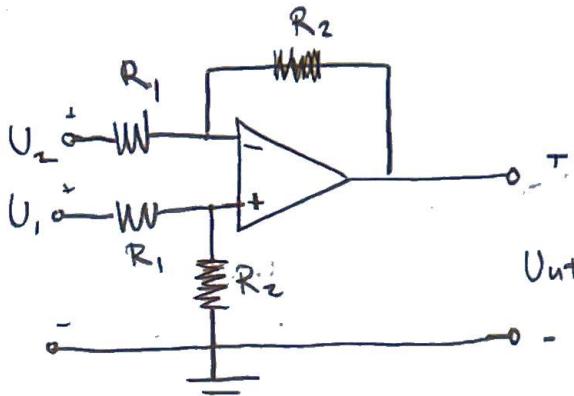
Lösning: Med spänningsföljare så får $U_L = U_s$



$$\begin{cases} R_{in} = \infty \\ R_{out} = 0 \end{cases}$$

Buffrar ingången
för voltmetern.

Op-amp som differentialförstärkare



Härledning i boken.

$$U_{ut} = \frac{R_2}{R_1} (U_1 - U_2)$$

Dvs förstärker
differansen mellan
 U_1 och U_2 .

"Subtraherare"

$\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2} = 1$, svart ty resistansen är
inte perfekta i verkligheten.

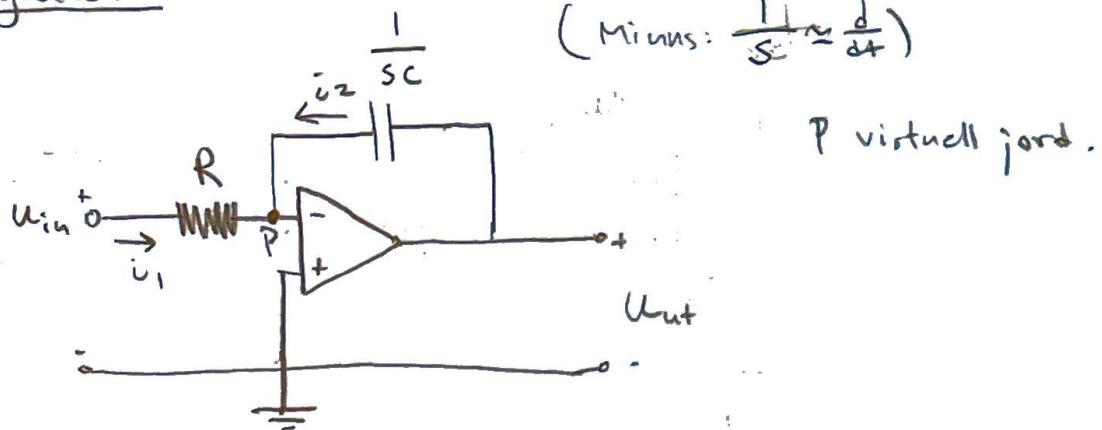
Instrumentförstärkare

Komplicerad krets (google/se bok). Består av
3 op-ampar. Resultat:

$$U_{ut} = \frac{R_4}{R_3} (U_3 - U_1) = \frac{R_4}{R_3} \left(1 + 2 \frac{R_2}{R_1} \right) (U_1 - U_2).$$

Då behöver resistanserna inte vara perfekta.
Finns ex. i oscilloskop. Standard nu för tiden.

Integrator

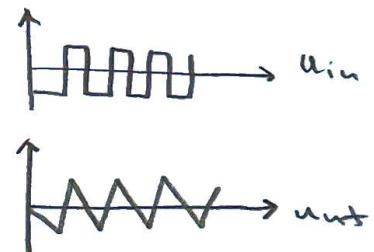


$$\text{KVL i P: } \begin{cases} -u_{in}(s) + R i_1 = 0 \\ -u_{out}(s) + \frac{i_2}{sC} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_{out}(s) = -\frac{u_{in}(s)}{sRC}$$

$$\Rightarrow \int_{t_1}^{t_2} du_t = -\frac{1}{RC} \int_{t_1}^{t_2} u_{in} dt, \text{ Med beg. } u_{out}(t_1) = 0$$

$$\Rightarrow u_{out}(+) = -\frac{1}{RC} \int_{t_1}^{t_2} u_{in} dt$$



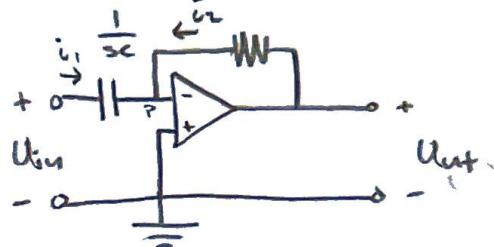
$$\left. \frac{u_{out}}{u_{in}} = H(s) \right|_{s=j\omega} = H(j\omega) = -\frac{1}{j\omega RC} = \frac{j}{\omega RC} \quad \text{dvs i praktiken filter.}$$

Men DC-komponenten laddar upp. Lösning:

Lägg Resistans R_f parallell med kapacitansen.

$$\frac{u_{out}}{u_{in}} = -\frac{R_f}{R} \quad (\text{DC}) \quad \frac{u_{out}(s)}{u_{in}(s)} = \frac{-R_f/R}{1 + SR_f C} \quad (\text{AC})$$

Derivator



$$\begin{cases} -U_{in} + \frac{i_1}{sc} = 0 \\ -U_{out} + R i_2 = 0 \\ i_2 = i_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{U_{out}}{U_{in}} = -sRC$$

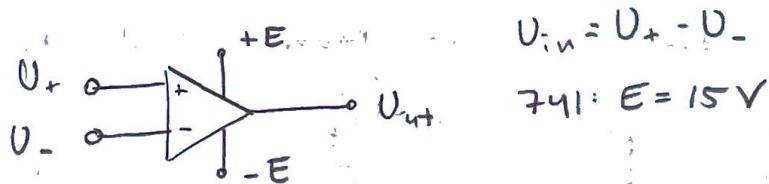
$$\Rightarrow u_{out}(t) = (-R C) \frac{d}{dt}(u_{in}(t))$$

$$H(j\omega) = -j\omega RC$$

Sär att använda, känslig för snabba
signalförändringar. Påverkas av brus;

Föreläsning 14 27/9-22

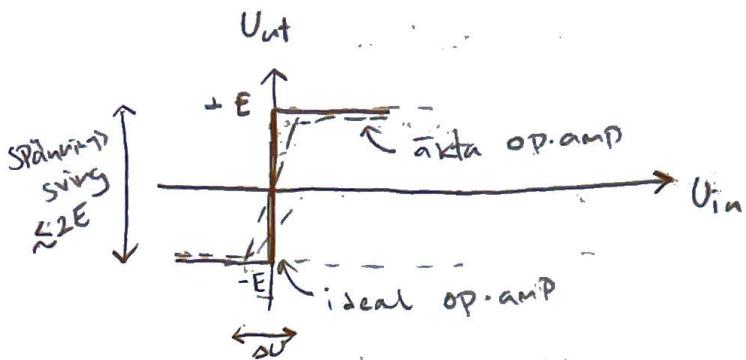
Verklig Op-amp, ex. 741.



$$U_{in} = U_+ - U_-$$

$$741: E = 15V$$

DC-förstärkning A_{vo}



Definiera en räfförstärkning $A_{vo} = \frac{U_{out}}{U_{in}}$

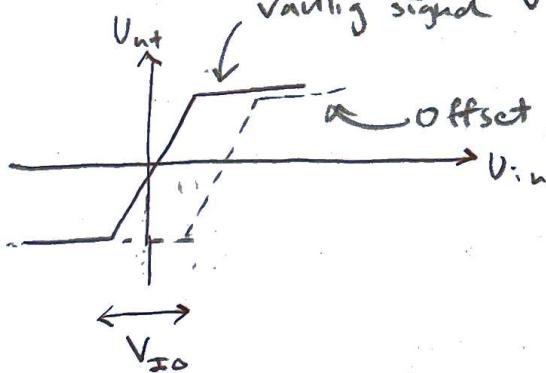
Obs! för icke återkopplad OP.AMP.

för 741: $A_{vo} \approx 200\ 000 \approx 106\ dB$: Mycket.

Definiera även lutningen på den
streckande kurvan.

$$\Delta V = \frac{2E}{A_{vo}} = 150\ \mu V. \text{ Väldigt brant.}$$

Vi har 2 ingångar som i praktiken
inte är identiska. ger offset
vanlig signal



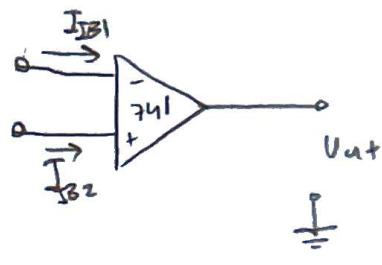
V_{IO} är den V_{in} som krävs för $U_{out}=0$.

Ink bra. för 741: $V_{IO} \approx 1mV$

kan kompenseras med en potentiometer

Temperaturberoende, $\frac{\Delta V_{IO}}{\Delta T} \approx 15\ \mu V/^\circ C$ för 741.

Förströmmar och offsetström

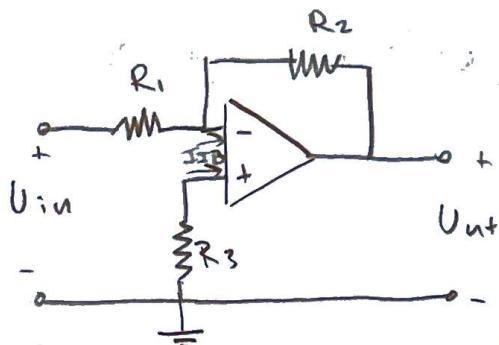


741: Bipolära transistorer
på ingångarna dessa
sugor in liten förström
 I_{IB}

Offsetström $|I_{IB1} - I_{IB2}| \approx 10 \text{ nA}$ för 741

ofta antas $I_{IB1} \approx I_{IB2}$ Detrimerar

$$I_{IB} = \frac{1}{2} (I_{IB1} + I_{IB2})$$



i Verkligheten:
instrum.
I_{IB} in i

op.amp.

Väl av $R_3 = R_1 // R_2$
tar bort dessa.

CMMR

$$= 20 \log_{10} \frac{A_{vDM}}{A_{vCM}}$$

$$A_{vDM} = \frac{U_{out}}{U_{in}} \quad \text{i op.amp}$$

$$= \frac{U_{out}}{U_+ - U_-}$$

$$A_{vCM} = \frac{U_{out}}{U_{CM}} = \text{där } U_{CM} = U_+ = U_-$$

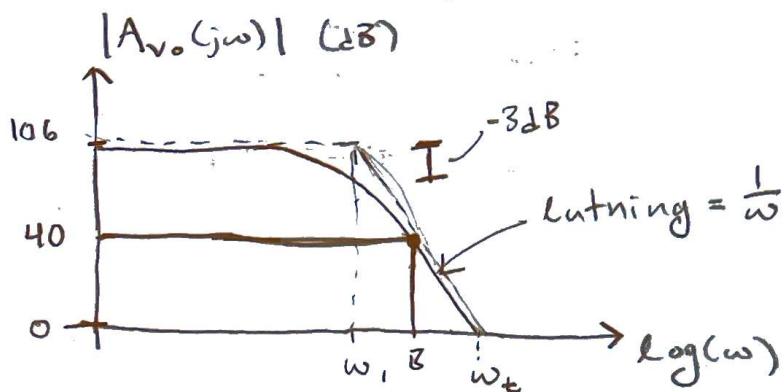
$$741: CMMR = 90 \text{ dB}$$

kör man op.ampen för snabbt så hinner
den inte res. slew rate.

Bandbredd (och AC-förstärkning)

$$A_{v_0} = 106 \text{ dB (DC)}$$

$$A_{v_0}(j\omega) = \frac{A_{v_0}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}, \quad \omega_c, \text{ brytfrekvens}$$



Bandbredd just. vald, justera längs kurvan och lös nu.

där:

$\omega_c = -3\text{dB}$ brytfrekvens/knäckfrekvens. pol.

$\omega_t = \text{övre gränsfrekvens "unity gain"}$

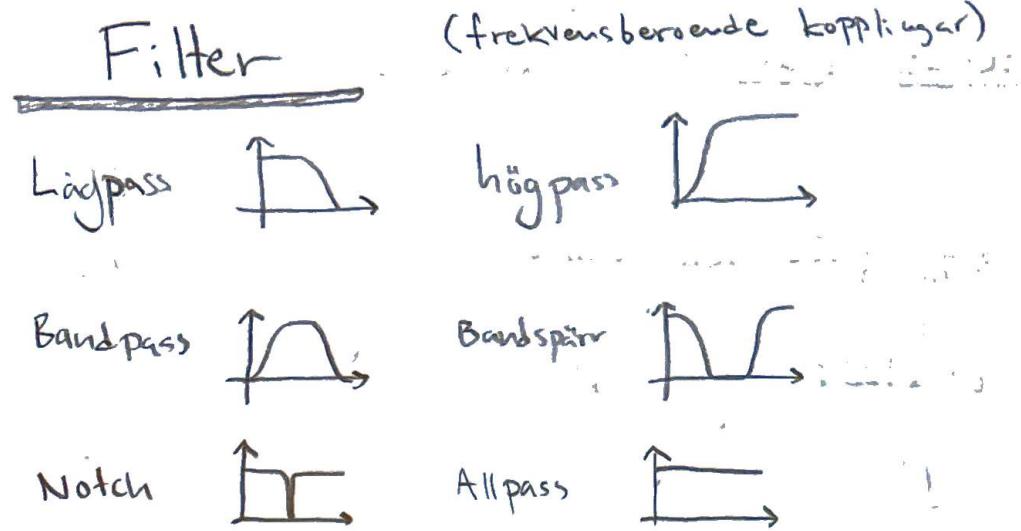
angör hur snabb förstärkaren är.

$B(\omega) = \text{bandbredd}$

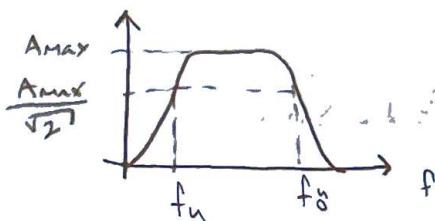
för $\omega \geq \omega_c$ gäller att $\omega_t = |A_{v_0}(j\omega)| \underbrace{B(\omega) = \text{konst.}}$
ggr, ej 2B

för 2B:
$$\begin{cases} \omega_c \approx 5 \text{ Hz} \\ \omega_t = 10^6 \text{ Hz} \end{cases}$$

Nu är vi klara med den verkliga op.ampen

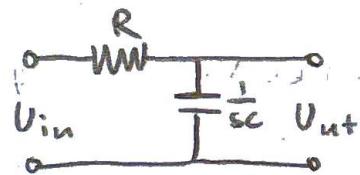


Allpass används ex. i radar, skiftnar-fasen.

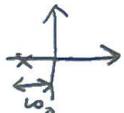


1:a ordningens passiva filter

ex. lågpassfilter



$$H(s) = \frac{1}{1 + sRC}$$



$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j(\frac{\omega}{\omega_0})}$$

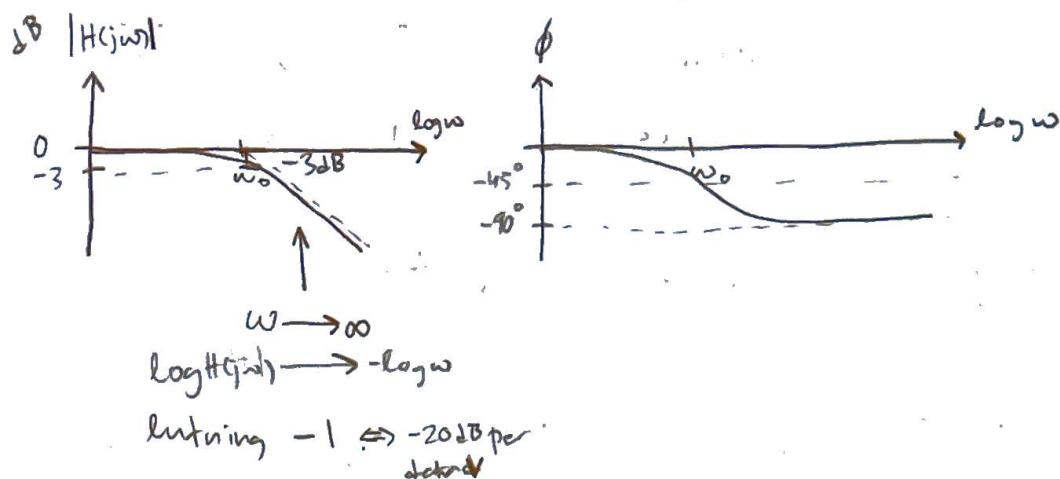
$$\text{där, } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

frekvenssvaret

$$H(j\omega) = \begin{cases} |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_0})^2}} \\ \phi(\omega) = \text{Arg}(H(j\omega)) = -\text{atan}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \end{cases}$$

Bode-diagram

$|H(j\omega)|$ (dB) och $\phi(\omega)$ plottas mot $\log \omega$.

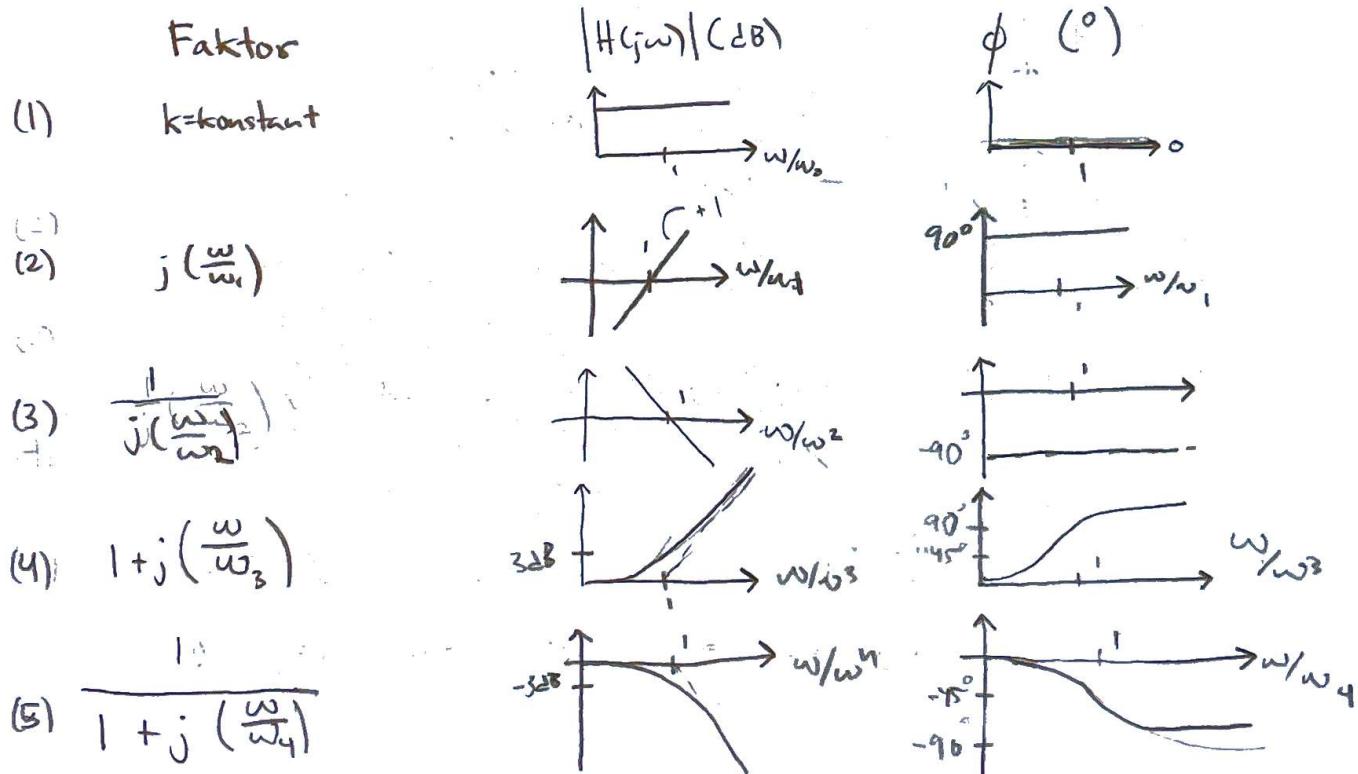


Dessa är lågpassfiltrets bode diagram. Mycket info.

Går att plotta snabbt

1:a ordn. syst.

$H(j\omega)$ kan faktoriseras och plottas på Bodes normalform. Obs! X-axeln är log. skalad. w_i = konstant

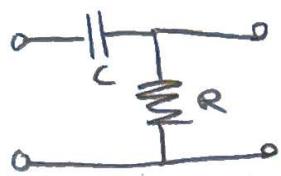


Föreläsning 15

28/9 - 22

Slutsats: Totala $H(j\omega)$ i både fas och genom att addera $|H(j\omega)|$ och ϕ för den faktorisade $H(j\omega)$ (dvs figurerna (1) - (5)).

Exempel: passivt högpassfilter.



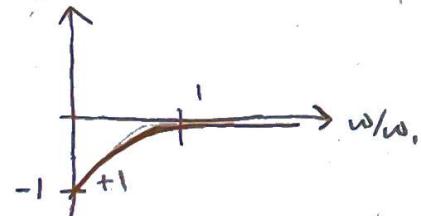
$$H(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

faktorisering :

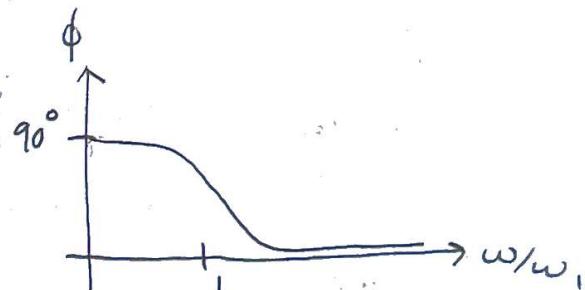
$$H(j\omega) = \left(j \frac{\omega}{\omega_1}\right) \left(\frac{1}{1 + \left(j \frac{\omega}{\omega_1}\right)}\right), \quad \omega_1 = \frac{1}{RC}$$

Addera $|H(j\omega)|$ och ϕ för (2) och (5)

$|H(j\omega)|$



ϕ



Note: Vi kan alltså addera eftersom skalan är logaritmisk.

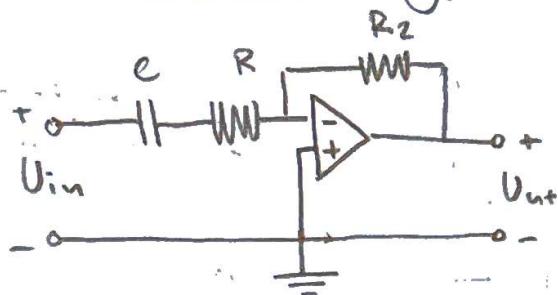
Passivt förtäcker max till 1. Vi ser att odb förtäckning = 1 ggr förtäckning för höga frekvenser.

Se ex. 5.4 för hantering av 2 brytfrekvenser.

1:a ordningens aktiva filter

Förstärkning över 1 (=0dB)

Exempel aktivt högpassfilter



Tänk impedanser →

$$H(j\omega) = (\text{se physics handbook}) =$$

$$= - \frac{R_2}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} = - \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{j\omega R_1 C}{1 + j\omega R_1 C}$$

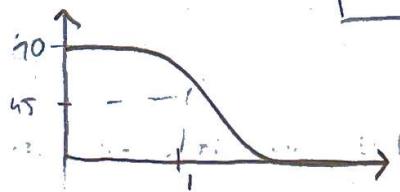
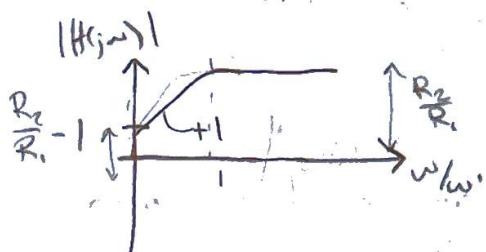
$$= \left(-\frac{R_2}{R_1} \right) \left(j\frac{\omega}{\omega_1} \right) \left(\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}} \right), \quad \omega_1 = \frac{1}{R_1 C}$$

(1) (2) (5) ↗

Obs! tecknen

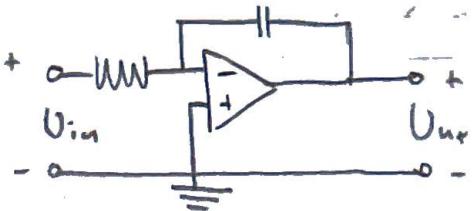
har även med
fas att göra,
Välj 0°/180°.

Mala upp:

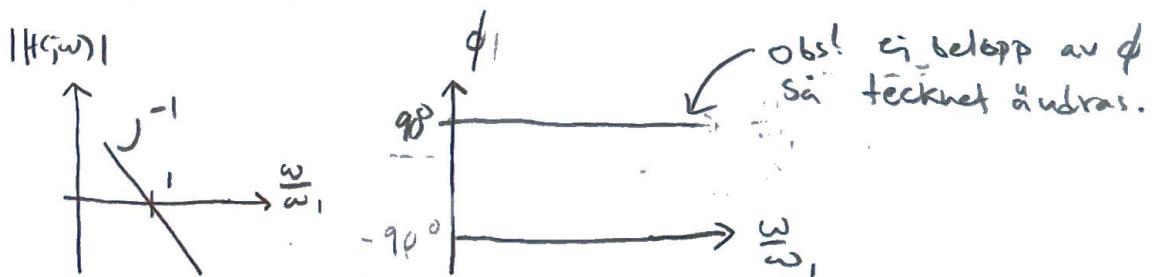


Dvs förstärker med $\frac{R_2}{R_1}$ för höga frekvenser.
AC förstärks.

Aktiva filter 1:a ordningen - integrator

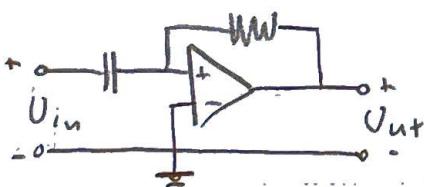


$$H(j\omega) = \frac{1}{j(\frac{\omega}{\omega_1})}, \omega_1 = \frac{1}{RC}$$

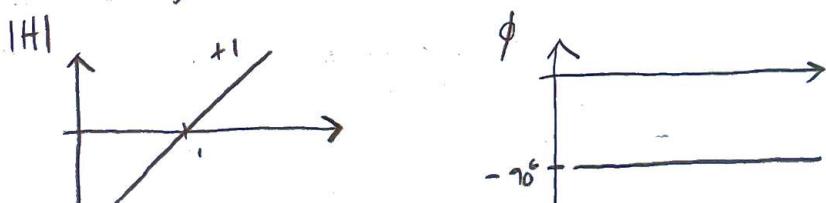


DVs: en integrator är ett lägpassfilter

Deriverare



$$H(j\omega) = -j(\frac{\omega}{\omega_1}), \omega_1 = \frac{1}{RC}$$

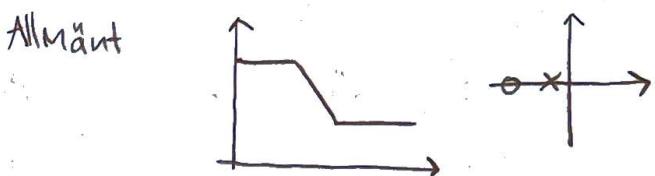
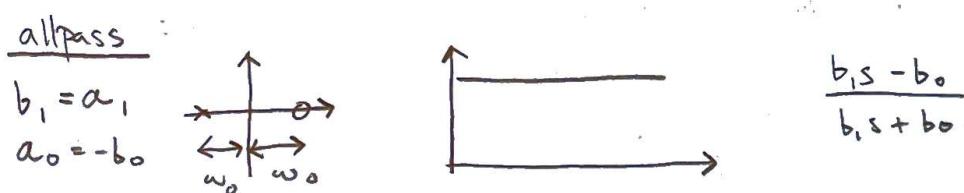
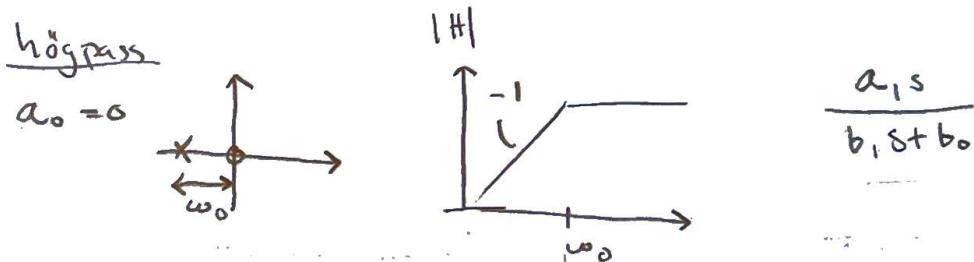


DVs: ett högpassfilter. Känsligt för brus, släpper igenom höga frekvenser.

Aktiva filter generellt

$$\text{Realisera } H(s) = \frac{a_n s^M + a_{M-1} s^{M-1} + \dots + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0}, M \leq n$$

$$n=1: \frac{a_1 s + a_0}{b_1 s + b_0}, 1:a \text{ ordningens system.}$$



Baksida: filtern är inte så skarp, lutning ±1.
behöver högre ordningens filter.

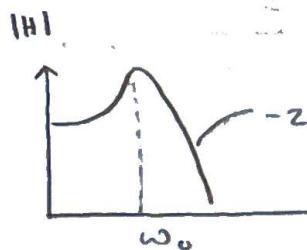
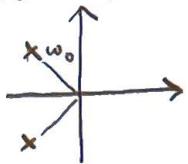
Andra ordningens filter

$N=2$

$$H(s) = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$$

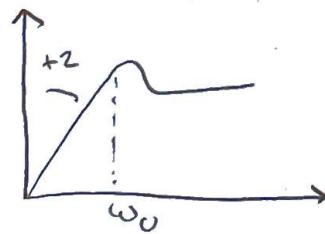
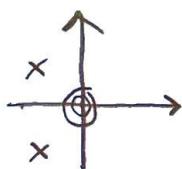
Lägpass

$$a_1 = a_2 = 0$$



Högpass

$$a_1 = a_0 = 0$$

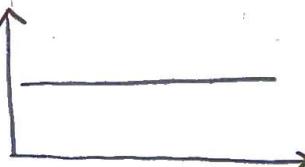
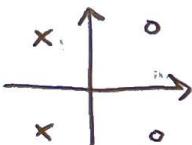


Allpass

$$a_2 = b_2$$

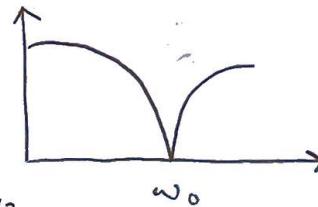
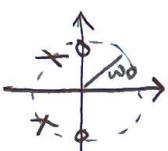
$$a_1 = -b_1$$

$$a_0 = b_0$$



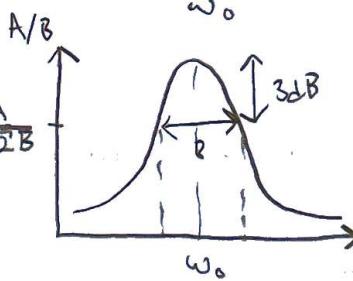
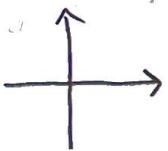
bandspärr

$$a_1 = 0$$



bandpass

$$a_0 = a_2 = 0$$

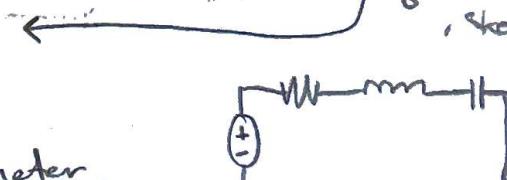


$$\frac{As}{s^2 + Bs + \omega_0^2} = H(s)$$

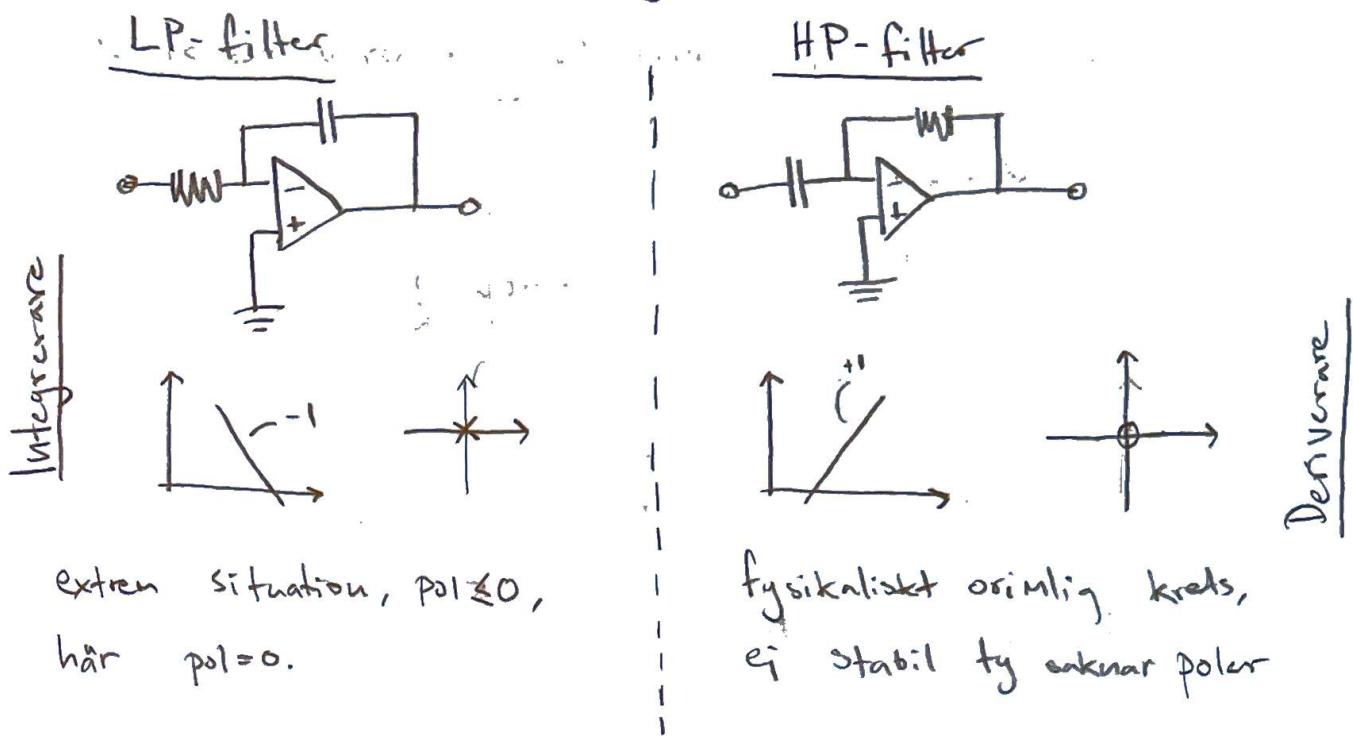
ω_0 = centerfrekvens
 B = bandbredd
 $\frac{A}{B}$ = max förstärkning
 , s.k. $\omega = \omega_0$

$$|H(s)| = \frac{A\omega}{\sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + (B\omega)^2}}$$

Resonanskrets, finns likheter.
 kan alltså ersätta induktansen.



Föreläsning 16 ... 3/10-22

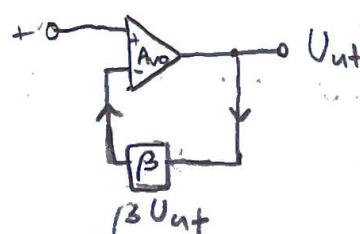


Mer komplicerade kretser löser dessa problem.

Högre ordningens filter ger skarpare filter, men
polerna mäste alltid ligga i vänstra halvplanet.
inte alltid fallet vid högre ordningar.

Motkoppling

Negativ feedback. Återför en del av utsignalen från förstärkarens utgång till ingången så att insignalen minskas.



A_{vo} = råförstärkning (open loop gain)

A_v = resulterande förstärkning (closed loop gain)

β = motkopplingsfaktor

βA_{vo} = slingförstärkning (loop gain)

Vi får att

$$\begin{cases} U_{ut} = A_{vo} (U_{in} - \beta U_{ut}) \\ A_v = \frac{U_{ut}}{U_{in}} \end{cases}$$

\uparrow
def

$$\Rightarrow A_v = \frac{A_{vo}}{1 + \beta A_{vo}}$$

ekvationen för et motkopplat
system, gäller ej bara op-ampar.

ger överföringsfunktionen

$$A_v(s) = \frac{A_{vo}(s)}{1 + \beta(s) A_{vo}(s)}$$

Motkoppling är praktiskt, ger stabila och
säkra system.

Om $\beta A_{vo} \gg 1$ så får vi

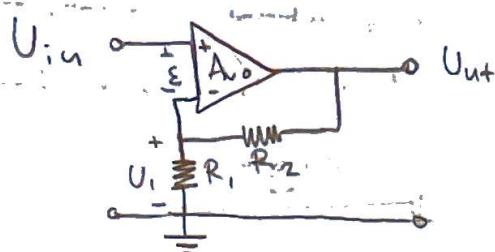
$$A_v \approx \frac{1}{\beta}, \text{ dvs oberoende av } A_{vo}.$$

Med denna metod kan vi välja förstärkning
som är rätt exakt. Minskar känslighet för
variation i op. amper. Ökar även bandbredden.

Ger lägre distortion och sänker brus. Förbättra R_{in} och R_{out} .

Väldigt jobbigt om vi får $\beta A_{vo} = -1$.

Ex: icke-inverterad op. amp.



antag

$$A_{vo} \neq 0$$

$$R_{in} = \infty$$

$$R_{out} = 0$$

Vi antar inte ideal förstärkare, ϵ = spänningsskillnad enligt figuren.

$$\text{Sök } A_v = \frac{U_{out}}{U_{in}}$$

Vi får då:

$$\left. \begin{aligned} U_{in} &= \epsilon + U_i \\ U_{out} &= \epsilon A_{vo} \\ U_i &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{out} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_v = \frac{A_{vo}}{1 + \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}_{\beta} A_{vo}} = \beta$$

$$\text{Om nu } \beta A_{vo} \gg 1 \text{ så } A_v \approx \frac{1}{\beta} = \frac{R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

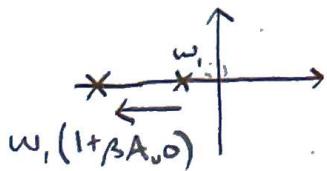
Tidigare föreläshing:

$$A_{vo}(j\omega) = \frac{A_{vo}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}}$$

Motkoppla \Rightarrow

$$A_v = \frac{A_{vo}/(1 + j\omega/\omega_1)}{1 + \beta A_{vo}/(1 + j\omega/\omega_1)} = \frac{A_{vo}}{1 + \beta A_{vo}} \cdot \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1(1 + \beta A_{vo})}}$$

Vi har alltså minskat förstärkningen
och ändrat frekvensen (med faktor $1+\beta A_{vo}$)



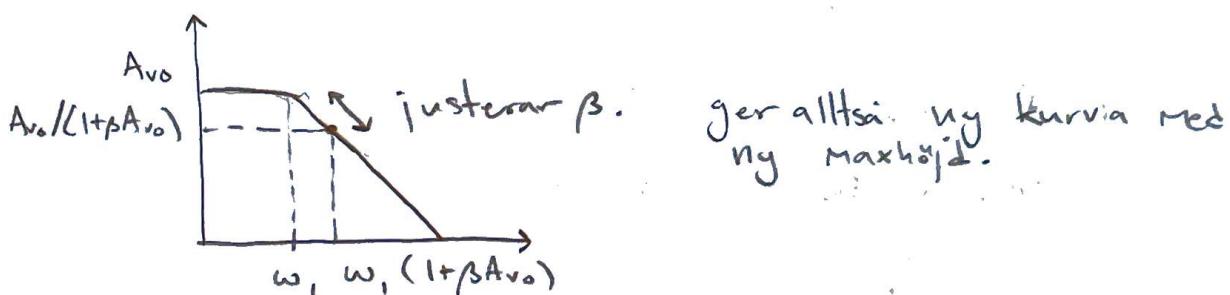
Motkopplingen flyttar polen.
ger stabilitet. pris: sänker
förstärkningen.

Konsekvenser

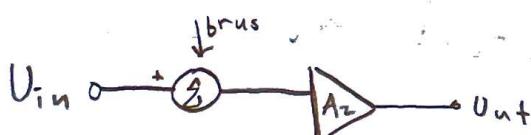
(1) Brytfrekvens ω_i har ökat till $\omega_i(1+\beta A_{vo})$.

Samma sak som att öka bandbredd.

(2) Max förstärkning har minskat till $A_{vo}/(1+\beta A_{vo})$



Motkoppling för brusreduktion

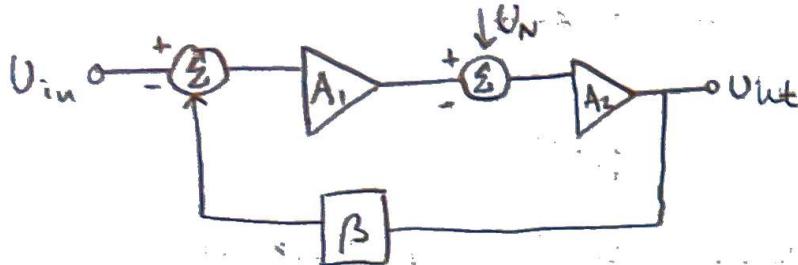


Förstärkning A_2

Signal-brus förhållande $\frac{S}{N} = \frac{\text{"signal"}}{\text{"noise"}} = \frac{U_{out}(\text{signal})}{U_{out}(\text{brus})} = \frac{A_2 U_{in}}{A_2 U_N} = \frac{U_{in}}{U_N}$

Vill alltså ha stort S .

Inför en brusfri förstärkare A_1 och motkoppling



Obs! Seriekopplade förstärkare multipliceras

$$\text{Superposition: } U_{\text{out}} = U_{\text{out}}|_{U_N=0} + U_{\text{out}}|_{U_{\text{in}}=0}$$

$$\Rightarrow U_{\text{out}} = \underbrace{\frac{A_1 A_2}{1+\beta/(A_1 A_2)} U_{\text{in}}}_{U_{\text{out}}(\text{signal}) = S} + \underbrace{\frac{A_2}{1+\beta/(A_1 A_2)} U_N}_{U_{\text{out}}(\text{brus}) = N}$$

$$\Rightarrow \frac{S}{N} = A_1 \left(\frac{U_{\text{in}}}{U_N} \right) \text{ dvs } A_1 \text{ ggr högre } \frac{S}{N}.$$

För att bibehålla den förstärkning $-A_2$ vi
vill ha, måste $A_1 = 1 + \beta A_1 A_2$.

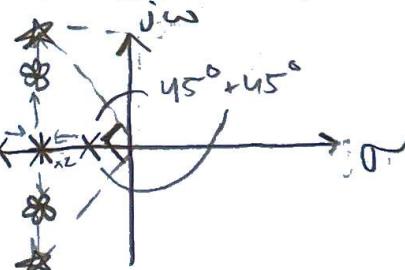
Motkoppling i 2:a ordningens system

$$A_{v0}(s) = \frac{K}{(s-p_1)(s-p_2)} = \frac{K'}{(1+\frac{s}{\omega_1})(1+\frac{s}{\omega_2})}$$

$$A_v(s) = \frac{A_{v0}(s)}{1 + \beta A_{v0}(s)} = \frac{\omega_1 \omega_2 (1 + \beta A_{v0})}{s^2 + s(\omega_1 + \omega_2) + \omega_1 \omega_2 (1 + \beta A_{v0})}$$

Inför $\begin{cases} \text{polfrekvens } \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2 (1 + \beta A_{v0})} \\ \text{dämpfaktur } \zeta = (\omega_1 + \omega_2) / (2\omega_0) \end{cases}$

$$\Rightarrow A_v(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

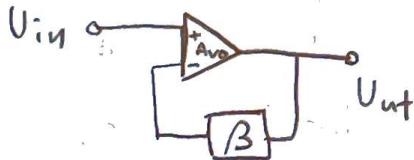


$\zeta > 1$	X
$\zeta = 1$	*
$\zeta < 1$	⊗
$\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}}$	★

Tredje ordningens system

3 fall: stabilt, oscillerande, instabilt.

Stabilitet



Motkopplat system:

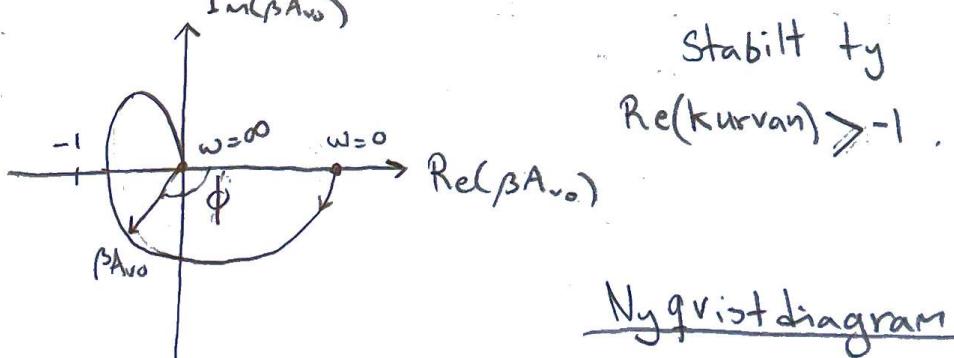
$$A_v = \frac{A_{v0}}{1 + \beta A_{v0}}$$

För $\beta A_{v0} = -1$ blir $A_v = \infty$, instabilt!

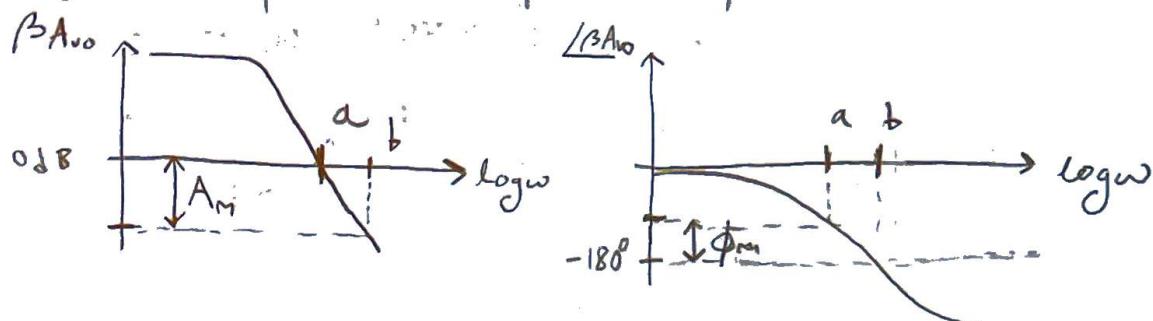
Stabilitetsanalys av slingförstärkning βA_{v0} .

(1) Räkna ut polerna för $1 + \beta A_{v0}$ och ser var de hamnar i s-planet.

(2) Plotta $\text{IM}(\beta A_{v0})$ som funktion av $\text{Re}(\beta A_{v0})$
låt $\omega: 0 \rightarrow \infty$.



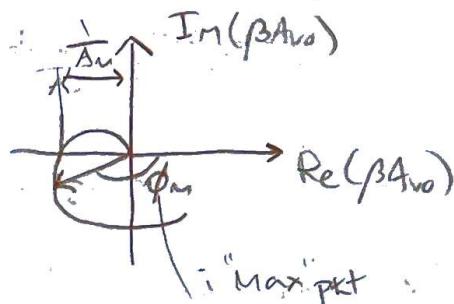
W(3), titta på Bode-plot för βA_{vo}



kopplar samman diagrammen

Definiera två stabilitetsparametrar:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_m = \text{Amplitudmarginal} = \frac{1}{|\beta A_{vo}|} \Big|_{\beta A_{vo} = 180^\circ} \\ \phi_m = \text{fasmarginal} = \left(\frac{1}{|\beta A_{vo}|} + 180^\circ \right) \Big|_{|\beta A_{vo}| = 1 = 0 \text{ dB}} \end{array} \right.$$



I praktiken används tumregler för förstärkardesign.

$$A_m > 6 \text{ dB}, \phi_m > 95^\circ$$

Ex. 6.6 i BM

a) bestäm max β om $\phi_m > 45^\circ$ och $A_m > 6 \text{ dB}$
 givna plottar: $|A_{vo}|$ och $\angle A_{vo}$. ej $|\beta A_{vo}|$.
 givet att β resistivt. (Obs! resistens = påverkar ej fas).

dvs: $\angle \beta = 0$

Max motkoppling ges av $|\beta A_{vo}| = 1 = 0 \text{ dB. } (\star)$

1) Sök $|A_{vo}|$ då $I_m = 45^\circ$.
 formelsamling (FS) $\Rightarrow \Phi_m = \angle \beta A_{vo} + 180^\circ$

$$\Rightarrow \angle A_{vo} = -135^\circ$$

\uparrow
 $\beta = 0^\circ$ Koppla samman diagram.

$$\Rightarrow |A_{vo}| = 18 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow |\beta| = (\star) = 0 \text{ dB} - 18 \text{ dB} = -18 \text{ dB} \approx 0,13 \text{ ggr förstärkning}$$

i β . innan vi passarar 45° .

2) Sök $|A_{vo}|$ då $A_m = 6 \text{ dB}$

$$\text{FS} \Rightarrow A_m = \frac{1}{|\beta A_{vo}|} \text{ då } \angle \beta A_{vo} = -180^\circ \Rightarrow |A_{vo}| = (\text{låsplot})_{\text{igen}} = -3 \text{ dB}$$

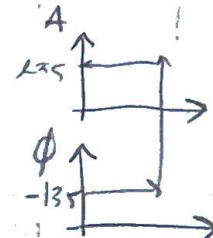
$$\Rightarrow |\beta A_{vo}| = -A_m = -6 \text{ dB}, \quad |\beta| = -6 \text{ dB} - (-3 \text{ dB}) = -3 \text{ dB}$$

$\approx 0,71 \text{ ggr}$
 förstärkning

2 st svar, vilket ska vi välja? Välj den

som ger lägst förstärkning för att förstärkaren
 verkligen inte ska gå instabil.

Φ_m strängare än A_m . dvs $\text{Max } \beta = -18 \text{ dB}$



$$b) A_v = \frac{A_{vo}}{1 + \beta A_{vo}} = \frac{100}{1 + 0,13 \cdot 100} = 7,1$$

$$A_{v_0} = 40 \text{dB} = 100 \text{JVR}$$

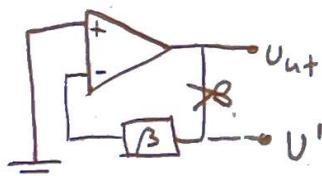
$$f = 10 \text{ Hz. (se kurva i uppg)}$$

Slut på exemplet:

Oscillatoren

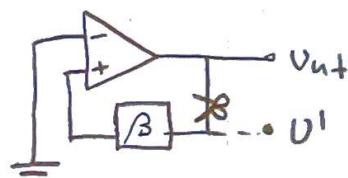
En motkopplad förstärkare, som självsvänger.
Ingen U_{in} .

Inverterad



$$\beta A_{vo} = -1$$

Icke-inverterad



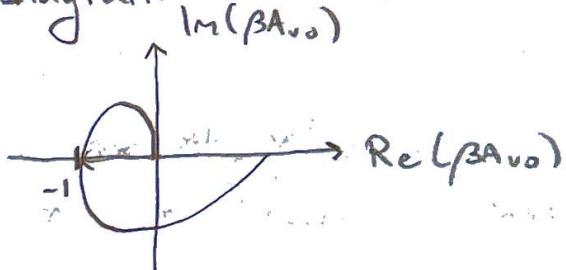
$$\beta A_{vo} = +1$$

- klipp slingan (se sör) och introducera U'
- Svängningsvilkoret: $\frac{U_{out}}{U'} = \frac{+}{-\beta A_{vo}}$

$$\frac{U_{out}}{U'} = \frac{+}{-\beta A_{vo}}$$

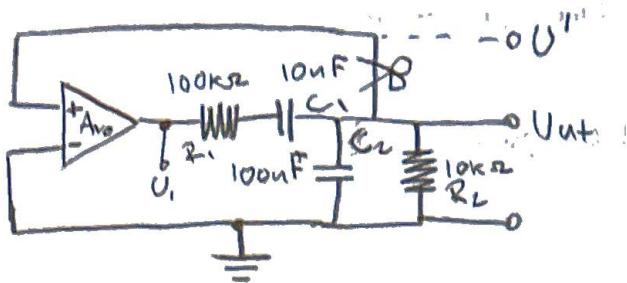
ickeinverterad
Inverterad

Ny qvistdiagram:



$$\begin{cases} A_M = 1 \\ \phi_M = 0^\circ \end{cases}$$

Exempel: Beräkna oscillationsfrekvens och Avo för:



Obs: ingen U_{in} .

Oscillationsvilkor: $\beta A_{vo} = +1$ ty ické invertnad förtärtare
klipp slingan och definiera U' och U_1

Oscillation då $\frac{U_{out}}{U'} = +1$ ($*$)

$$U_1 = A_{vo} U' \quad (\Delta)$$

U_{out} fås via spänningssdelning av U_1

$$\begin{aligned} U_1 &\xrightarrow{Z_1} \text{---} & Z_1 &= R_1 + \frac{1}{sC_1} \\ &\xrightarrow{Z_2} \text{---} & Z_2 &= R_2 \parallel \frac{1}{sC_2} = \frac{R_2}{1+sR_2C_2} \end{aligned}$$

$$U_{out} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} U_1 = \frac{sR_2C_1 U_1}{1 + s(R_1C_1 + R_2C_2 + R_2C_1) + s^2 R_1R_2C_1C_2}$$

$$S = j\omega \Rightarrow \frac{U_{out}}{U'} = \frac{A_{vo} j\omega R_2 C_1}{1 + j\omega(R_1C_1 + R_2C_2 + R_2C_1) + \omega^2 R_1R_2C_1C_2}$$

$$= 1 \quad , \text{dvs } \cancel{\omega} \quad (*)$$

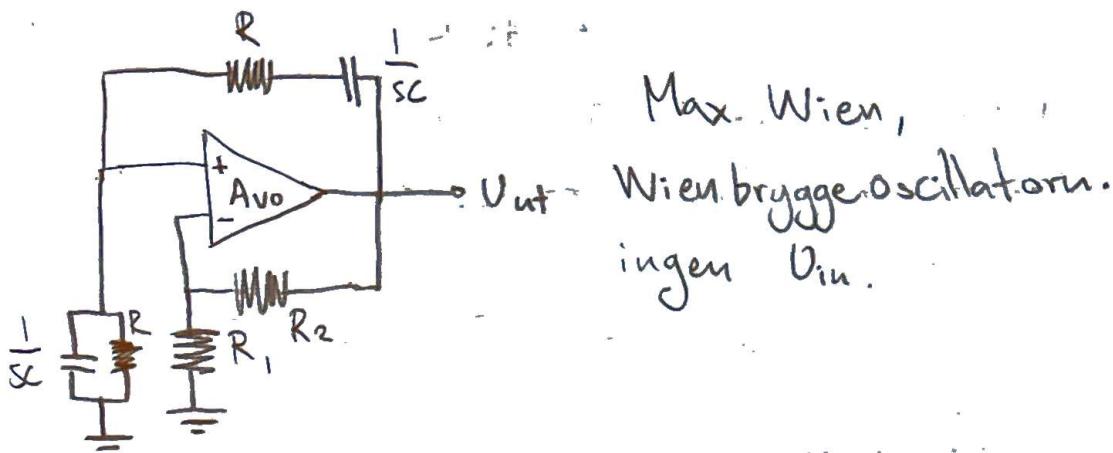
$$\Leftrightarrow \omega^2 R_1 R_2 C_1 C_2 = 1 \quad (\text{ty } j \text{ tar } \cancel{\omega} \text{ då ut varandra})$$

$$\Rightarrow \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad A_{vo} = \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} + 1 = 21$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 15,9 \text{ kHz.} \quad \text{från } \left. \frac{U_{out}}{U'} \right|_{\omega_0} = 1$$

Föreläsning 18

5/10-22

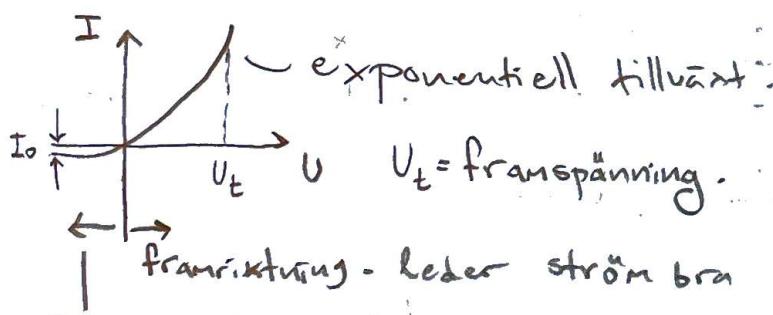


Dioden

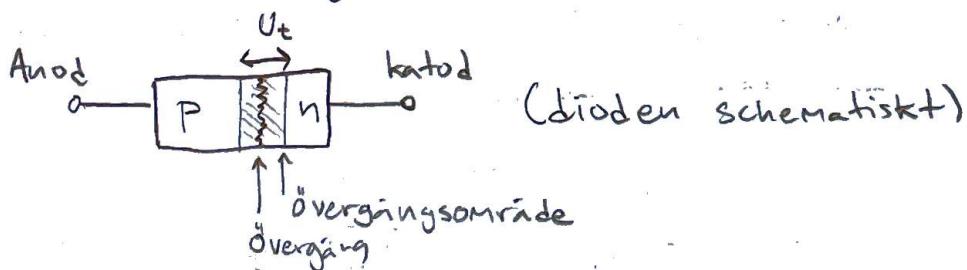
Pn-övergången



Dioden är en elektrisktare
extremt linjär komponent.



Backriktning. Leder nästan inte alls, bara I_0 (nA)



U_t är inbyggd i diodens funktion, finns där
även när dioden ej är inkopplad.

N: Överstöft av e^- p: överstöft av hål (avvaknad av e^-)
 halvledare, kommer i åk 3.
 halvledarkristall-kisel.

Vi kan göra väldigt bra kisellkristaller.

Vi dopar Si: lägg till stördmitt

Doptyp:	Dopatom =	Laddningsbärare
n	Donator (A)	e^- -
p	Acceptor (B)	hål +

Inbyggd spänning U_t : pn-övergångens utarbetningsområde
 pga diffusion av e^- och hål.

Bandgap kisel: $E_g \approx 1,1 \text{ eV}$.

$$\text{Diodekvationen: } \rightarrow I = I_o \left(e^{\frac{U}{\eta V_T}} - 1 \right)$$

I_o = läckström $U < 0$.

$$V_T = \frac{k_B T}{q} \xleftarrow{\text{temperatur}} \approx 25 \text{ mV} \quad \text{i rumstemperatur } 300 \text{ K}$$

\downarrow elementär laddning
 Boltzmanns konstant

η = idealitetsfaktor, $\in [1, 2]$

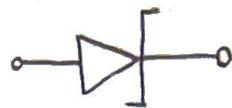
beror av (1) vilken halvledare

och (2) spänningen, U.

Halvledare	$I_o(\text{A})$	$U_T (\text{V})$
Si	$1 \cdot 10^{-9}$	$\sim 0,7$
Ge	$1 \cdot 10^{-6}$	$\sim 0,2$

Olika dioder:

Schottkydiod



LED

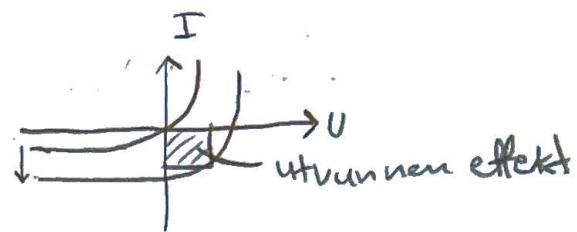
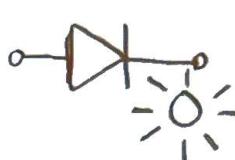


"light emitting diod"

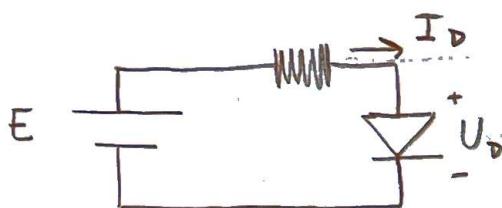
Laserdiod



Solcell



solen sänker kurvan

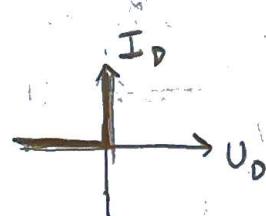


4 olika modeller
för dioden:

1) switch. on/off.

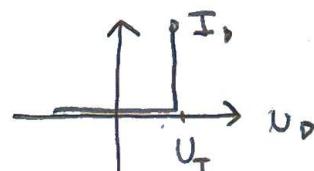
$$\text{---} \rightarrow \text{---} \quad \Rightarrow \quad \text{---} \text{---}$$

$$U_T = 0, I_D = \frac{E}{R}$$



2) linjär modell

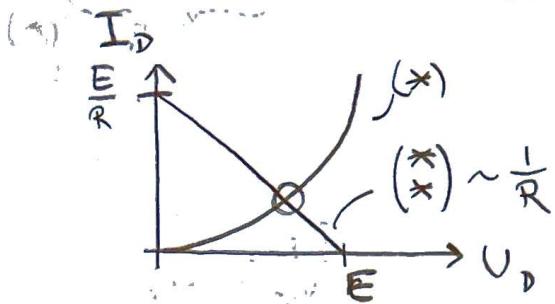
$$\text{---} \rightarrow \text{---} \quad \Rightarrow \quad \text{---} \text{---} \quad U_{D,1} = U_T$$



$$I_D = \frac{E - U_T}{R}$$

3) Exponentiell Modell: för $E > 0,5 V$ } \Rightarrow
 $\Rightarrow I_D = I_0 e^{\frac{U_D}{V_T}} \quad (\star)$ $\eta \approx 1$

$$KVL \Rightarrow I_D = \frac{E - U_D}{R} \quad (\dagger)$$



I_D
 Skärningen viktig,
 kallas Q .
 arbetspunkt / Vilopunkt

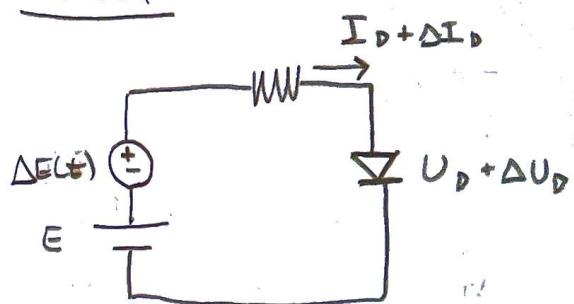
4) Småsignalmodell (ssm)

baserar sig på AC, små variationer runt Q .

Detta görs för att linjärisera den olinjära komponenten som dioden.

Betrakta en liten variation ΔU_D och ΔI_D runt $Q = (U_D, I_D)$.

Modell:



Lägg till AC-källa
 $\Delta E(t)$.
 Låt ΔU_D och
 ΔI_D variera med t .

$\Rightarrow u_d(t), i_d(t)$

$$I_D \approx I_0 e^{\frac{U_D}{V_T}} \Rightarrow i_d(t) = I_0 e^{(U_D + u_d(t))/V_T}$$

$$= I_0 e^{\frac{U_D}{V_T}} e^{u_d(t)/V_T} = I_D e^{u_d(t)/V_T}$$

Antag nu $\frac{u_d(t)}{V_T} \ll 1 \Rightarrow$ Taylorutveckling OK

$$\Rightarrow i_D(t) \approx I_D \left(1 + \frac{u_d(t)}{V_T} \right) = I_D + \underbrace{\frac{I_D}{V_T} u_d(t)}_{i_d(t)}$$

$$\text{Smäsignalström } i_d(t) = \frac{I_D}{V_T} u_d(t) \quad i \in Q.$$

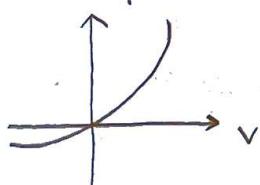
$$\text{Vi definierar för } Q: g_d = \frac{1}{r_d} = \frac{I_D}{V_T} = \frac{\partial I_D}{\partial U_D} \Big|_Q$$

g_d : smäsignalkonduktans, S

r_d : smäsignalresistans, Ω

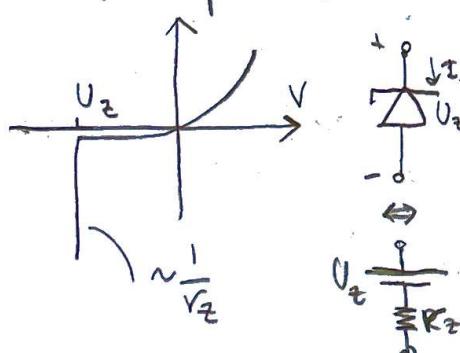
Föreläsning 19 10/10-22

PN-dioden



Zenerdiod

Vi opererar på negativ spänningsskala.

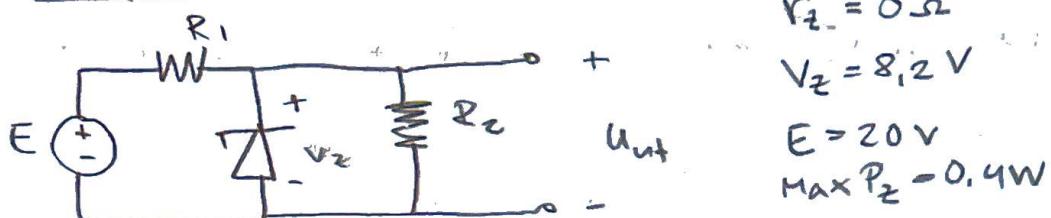


Alla dioder uppsägs ett
genombrått i backriktningen
kan förstöra komponenter.

$\frac{U_Z}{R_Z}$ Men också användbart.

r_z dynamisk resistans, $\in [15\Omega, 35\Omega]$

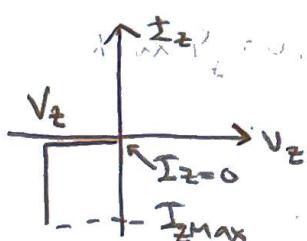
exempel



Vi önskar $U_{\text{ut}} = \text{konstant} = V_z$. Zenerdioden fungerar som en stabilisator.

R_z varierar alltså mellan max och min

För vilka R_z kan U_{ut} stabiliseras?



fall 1

$$I_z = 0 \Rightarrow I_1 = I_z$$

$$\text{KVL} \Rightarrow -E + I_1 R_1 + I_z R_z = 0$$

$$V_z = I_z R_z$$

$$\Rightarrow R_z = 104 \Omega, \text{ Minvärde}$$

fall 2

$$P_z = V_z I_{z\text{Max}} \Rightarrow I_{z\text{max}} = \frac{P_z}{V_z}$$

$$\text{KCL} \Rightarrow I_z = I_1 - I_{z\text{max}}$$

$$\text{diod leder. KVL} \Rightarrow -E + R_1 I_1 + V_z = 0$$

$$V_z = I_z R_z$$

$$\Rightarrow R_z = 274 \Omega, \text{ Maxvärde}$$

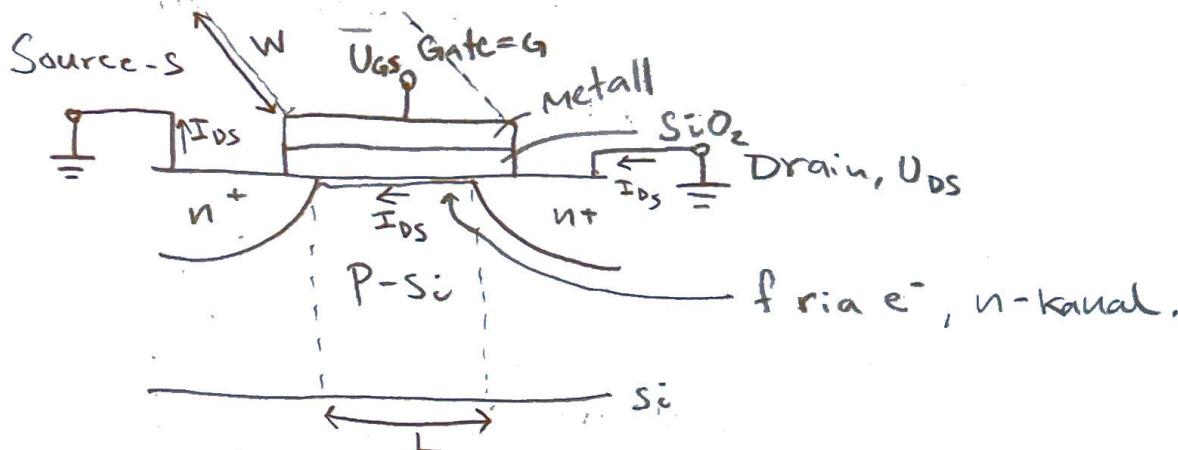
$$R_z \in [104, 274]$$

Mosfeten-transistor

Metal oxide semiconductor field effect transistor

har source, drain och gate. n-kanal mellan source och drain.

NMOSFET



de fria elektronerna skapar ström från Drain till source. Två elektriska fält.

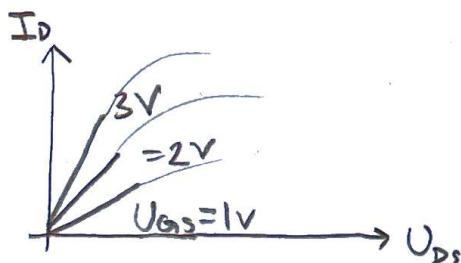
L och W dimensioner. L =längd, W =vidd.

Viktiga. kanalen bildas vid $U_{GS} \geq U_T$ = tröskelspanning.
komponentegenskap.

Mosfet använder 3 lägen:

(1) Strypt (off läge), $U_{GS} < U_T$

(2) Spänningsstyrda resistans = linjärt område



$$U_{GS} > T$$

$$U_{DS} < U_{GS} - U_T$$

$$I_D = G_1 U_{DS} \quad G_1 = \text{kanalkonduktans}$$

Laddnings/m

$$\text{För små } U_{DS} \ll U_{GS} - U_T: I_D = (C_{ox} (U_{GS} - U_T) W) \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{U_{DS}}{L} \cdot \mu_n \right) =$$

C_{ox} : oxidkapacitans

μ_n : e⁻ Mobilitet

Hastighet på e⁻

$$= k' \frac{W}{L} (U_{GS} - U_T) U_{DS} \quad (= I_D)$$

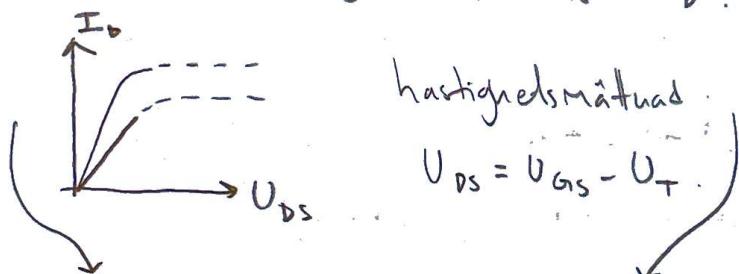
$k' = \mu_n C_{ox}$ = transkonduktansparameter

För alla $U_{DS} < U_{GS} - U_T$ får I_D via
integering av $V(x)$. $x: 0 \rightarrow L$ (BM p. 213)

$$I_D = k' \frac{W}{L} \left[(U_{GS} - U_T) U_{DS} - \frac{U_{DS}^2}{2} \right] \quad (\star)$$

(mer komplett ekvation).

Vad händer om vi ökar U_D ?



(3) Spänningsstyrda strömgenerator

Mättnadsområde

Pinch-off: $U_{DS} = U_{GS} - U_T$

$U_{GS} = 5V$

4V

ej linjära
avstånd

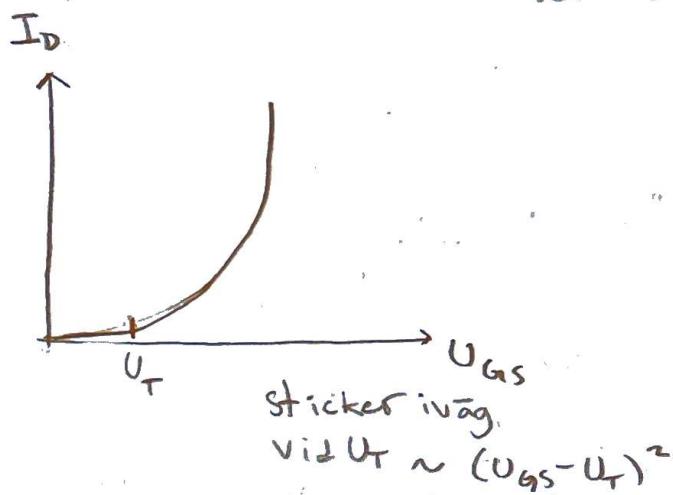
U_{DS}

För $U_{DS} \geq U_{GS} - U_T$ inträffar pinch-off.

$\Rightarrow I_D$ nöttad.

$$U_{DS} = U_{GS} - U_T \rightarrow (\times) \Rightarrow I_D = \frac{K'}{2} \frac{W}{L} (U_{GS} - U_T)^2 \quad | : \text{nöttad}$$

Viktigaste ekvationen
för mosfeten.



Utarmningsområde vid drain $\Rightarrow L$ minskar då V_D ökar

Se fig. 8.12 för exakt lutning. Konvergerar

$$i \quad U_A = \frac{1}{\lambda}.$$

$\Rightarrow I'_D = I_D (1 + \lambda U_{DS})$ ofta "väljer" vi $U_A = 00$,
dvs ingen lutning. Kanallängtsmodulationen
blir då försunbar.

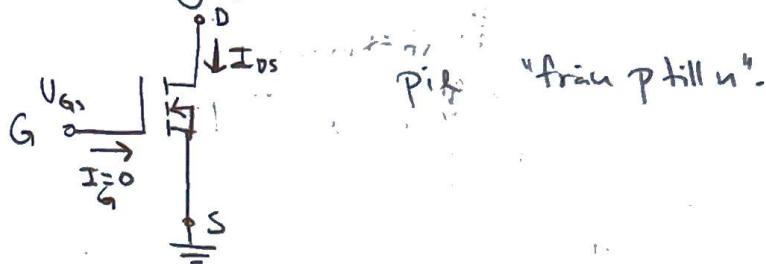
Det är det nöttade området som är
intressant, ty beror av gateströmmar.

Vid analog förstärkardesign befinner vi oss
normalt i nöttad. Kallas Aktiva området.

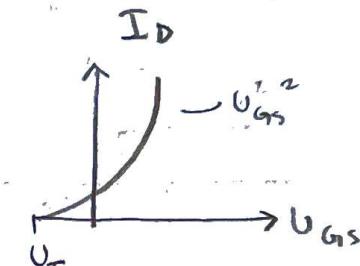
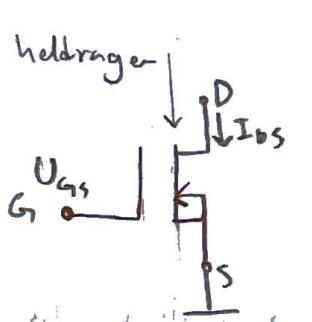
Symboler för transistoren (Mosfet).

Nmosfet sk "normally off", $I_{DS} = 0$ för $U_{GS} = 0$

"Anrikningstyp", "enhancement".

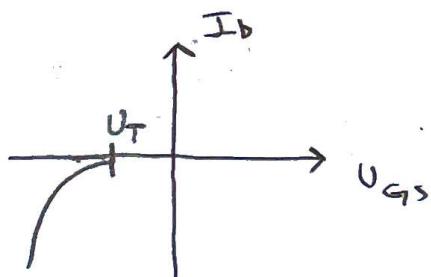
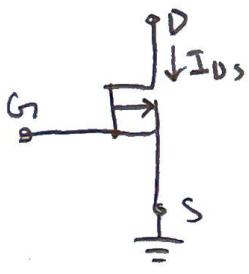


"Normally on" - "utarmningstyp"



dvs $I_D = 0 \neq U_{GS} = 0$.

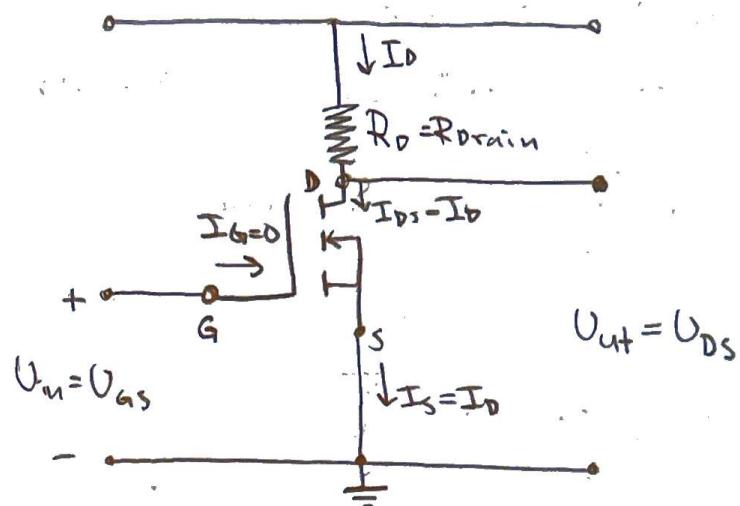
Pmosfet "normally off"



Och vice versa för "normally on"

NMOS-spänningförstärkare

Matnings
spänning → V_{DD}



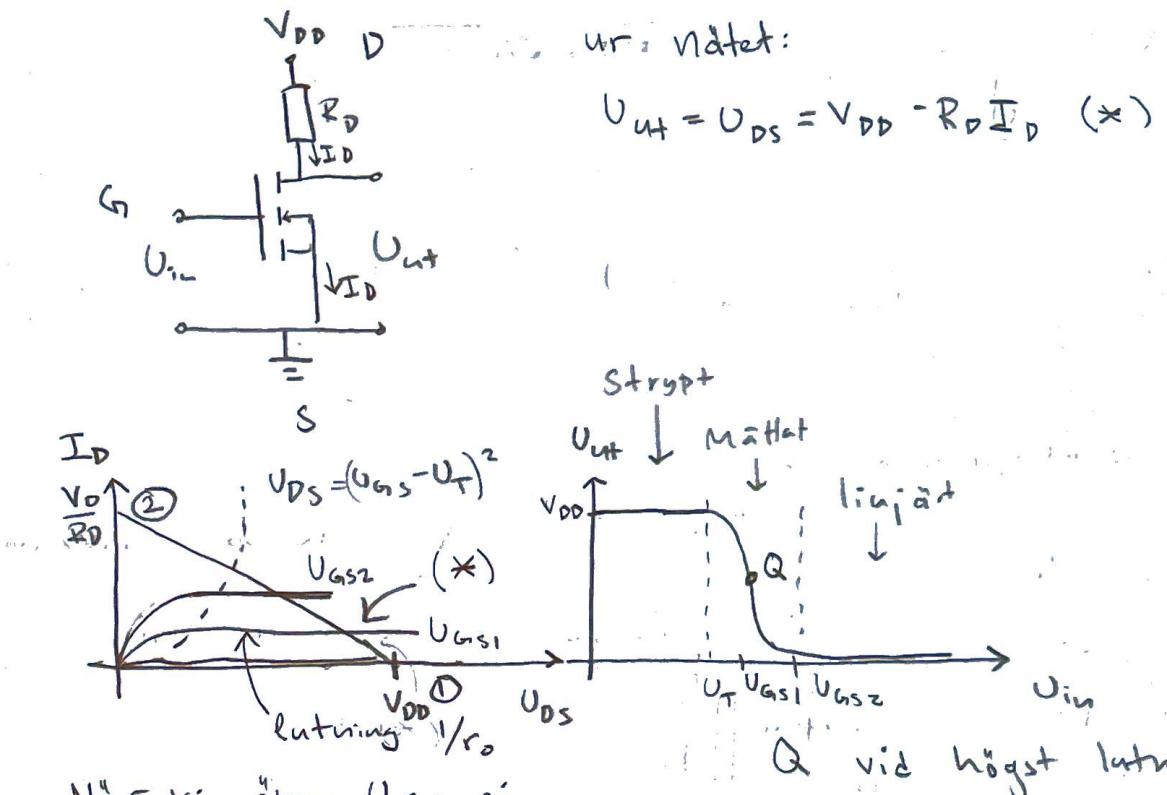
Sök $\Delta U_{out}/\Delta U_{in}$. beror på nätet och på transistorn.
kopplingen kallas för GS-steg: gemensam source.

Ci U_{in} och U_{out} . Vi söker skillnaden AC, små
ändringar i U_{out} .

Föreläsning 20 11/10-22

tre frågor:

- Hur förhåller sig U_{in} och U_{ut} ?
- Vilket Q ska vi välja?
- Vad blir förstärkningen $\Delta U_{ut}/\Delta U_{in}$



När vi ökar U_{GS} så

↓ ger vi ① → ② ↓

- $U_{in} = U_{GS} < U_T : I_D = 0, U_{ut} = V_{DD}$
strypet område

- $U_{in} = U_{GS1} > U_T$, Mosfet leder
mättat område

- $U_{in} \geq U_{GSZ}$ linjärt område

} Ger karakteristik
i grafen till
höger om.

För GS-steg:

- 1) Mosfeten opereras i det mättade området. (Q)
- 2) Utsignal är i motsats till insignal.

3) En förstärkare är ickelinjär ty $I_D = \frac{K'}{2} \cdot \frac{W}{L} (V_{GS} - V_T)^2$

Lös genom att betrakta små variationer av V_{DS} runt Q . En linjärisering.

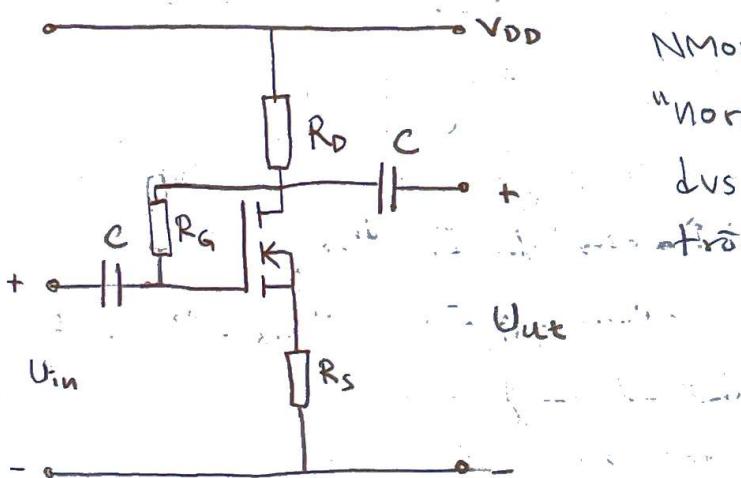
$\left\{ \begin{array}{l} \text{Storsignalanalys: beräkna } Q \\ \text{Småsignalanalys: beräkna AC-förstärkningen } A_V = \frac{\Delta U_{out}}{\Delta U_{in}} \end{array} \right.$

Exempel (typiskt tentatal) (steg 1)

beräkning av Q

Storsignalanalys:

$$\begin{aligned} U_T &= 0,5 \text{ V} \\ K' &= 100 \mu\text{A}/\text{V}^2 \\ \lambda &= 0 \\ W &= 5 \mu\text{m} \\ L &= 0,18 \mu\text{m} \\ V_{DD} &= 1,8 \text{ V} \\ R_D &= 1 \text{ k}\Omega \\ R_S &= 200 \Omega \\ R_G &= 20 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

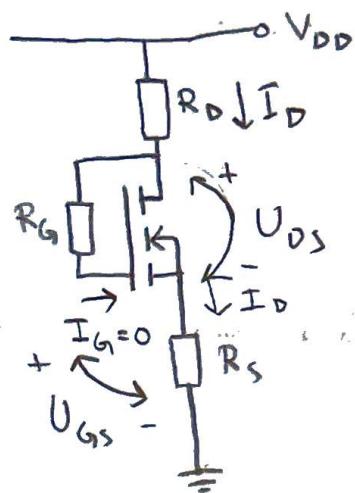


NMOS, aurikningstyp
"normally off"
dvs positiv
tröskelspanning

Sök vilopkt \Rightarrow Sök I_{DQ} , U_{GSQ} , U_{DSQ}

Detta är ett DC-problem \Rightarrow C avbrott (när vi beräknar Q) Då blir U_{in} och U_{out} irrelevanta

DC-nät: (storsignaler) (använt versaler)



U_{DS} : spänningfall D-S

$U_{GS,ju} = 11 - 6 \rightarrow$

$$V_{DD} = R_D I_D = U_{DS} + R_S I_D = 0 \quad (1)$$

$$U_{DS} = U_{GS} \quad (2)$$

(ty: inget spänningfall över R_G)

dvs $U_{DS} > U_{GS} - U_T$, vi opererar i mättade området.

$$\text{Formelsamlingen: } (\lambda=0) \Rightarrow I_D = \frac{k'}{2} \cdot \frac{W}{L} \cdot (U_{GS} - U_T)^2 \quad (3)$$

(1) + (2) + (3) \Rightarrow ekvation för U_{GS} i Q:

$$V_{DD} = (R_D + R_S) \frac{k'}{2} \frac{W}{L} (U_{GS} - U_T)^2 - U_{GS} = 0$$

$$\Rightarrow U_{GS} = 0,2 \pm \sqrt{0,87}, \quad U_{GS} > 0 \text{ V. Oteckenist annars.}$$

$$\Rightarrow I_D = 556 \mu\text{A}$$

$$U_{DS} = U_{GS}$$

$$\text{Svar: } Q = U_{GSQ} = 1,13 \text{ V} = U_{DSQ} \quad (U_{GSQ} > U_T, \text{ bra!})$$

$$I_{DQ} = 556 \mu\text{A}$$

SMäsignalanalys (använt gemener) (steg 2)

Definition: transkonduktans, $g_m = \frac{\partial I_D}{\partial U_{GS}} \Big|_Q$

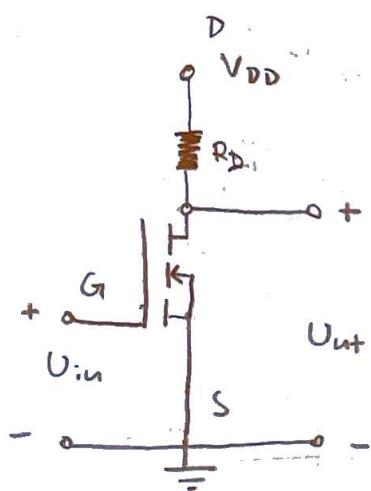
$$FS \Rightarrow g_m = K' \frac{W}{L} (U_{GSQ} - U_T), [g_m] = S = \frac{A}{V}$$

$$U_{UT} = V_{DD} - R_D I_D = V_{DD} - R_D \frac{K' W}{2L} (U_{GSQ} - U_T)^2 \Rightarrow (U_{in} = U_{GS}) \Rightarrow$$

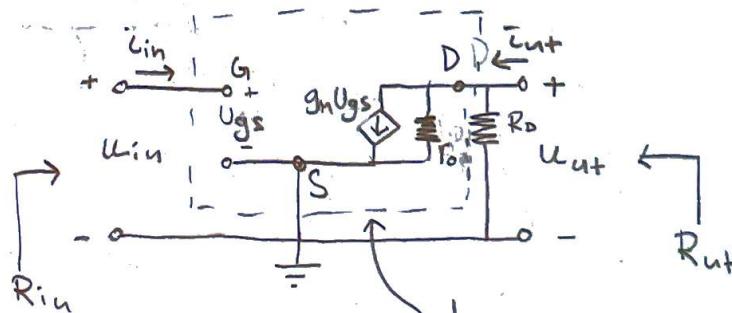
Spänningförstärkning för ett Gs-steg: komponentberoende

$$A_v = \frac{\partial U_{UT}}{\partial U_{in}} \Big|_Q = -R_D K' \frac{W}{L} (U_{GS} - U_T) = -g_m R_D$$

Sök Ac-förstärkning för liten variation runt Q



Smäsignalmodell (SSM) (i Q!)



transistormodell
för smä signaler
i SSM.

r_o = utresistans för mosfeten

ger lutningar i I_D , U_{DS} graf

$$r_o = \frac{1}{g_o}$$

i smäsignalvärden jordar vi V_{DD} , vi är bara intresserade av variationer

Föreläsning 21

12/10-22

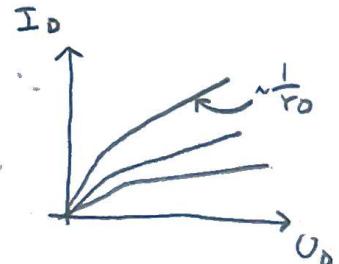
Fortsättning smäsignalförstärkare:

$$\text{Sök nu } \frac{u_{\text{ut}}}{u_{\text{in}}} = A_v$$

$$u_{\text{in}} = u_{\text{gs}}, \quad u_{\text{ut}} = -g_m u_{\text{gs}} \cdot (r_o // R_D)$$

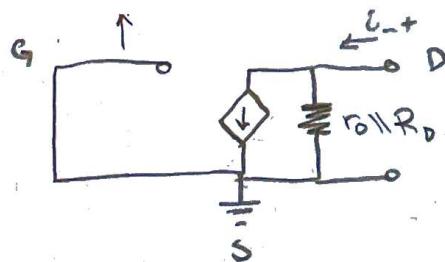
$$\Rightarrow A_v = -g_m (r_o // R_D)$$

$$\text{Om } r_o \text{ stor så } A_v \approx -g_m R_D$$



$$\left\{ \begin{array}{l} R_{\text{in}} = \frac{u_{\text{in}}}{i_{\text{in}}} = \frac{u_{\text{gs}}}{0} = \infty \\ R_{\text{ut}} = \frac{u_{\text{ut}}}{i_{\text{ut}}} = \frac{i_{\text{ut}} (r_o // R_D)}{i_{\text{ut}}} \approx R_D \quad (r_o \text{ stor}) \end{array} \right.$$

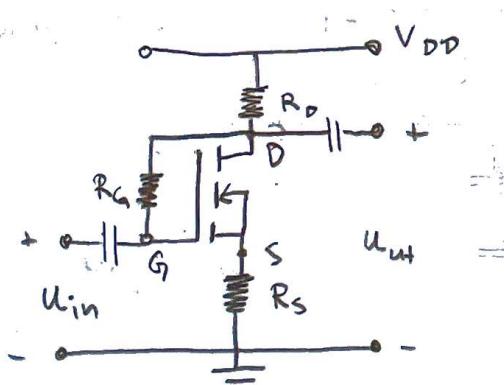
nullställ oberoende källor, $u_{\text{GS}} = 0$



(gemensam source)

Beräkning av smäsignalförstärkning (exempel)

Se numeriska värden i förra exemplet, där vi beräknade Q.

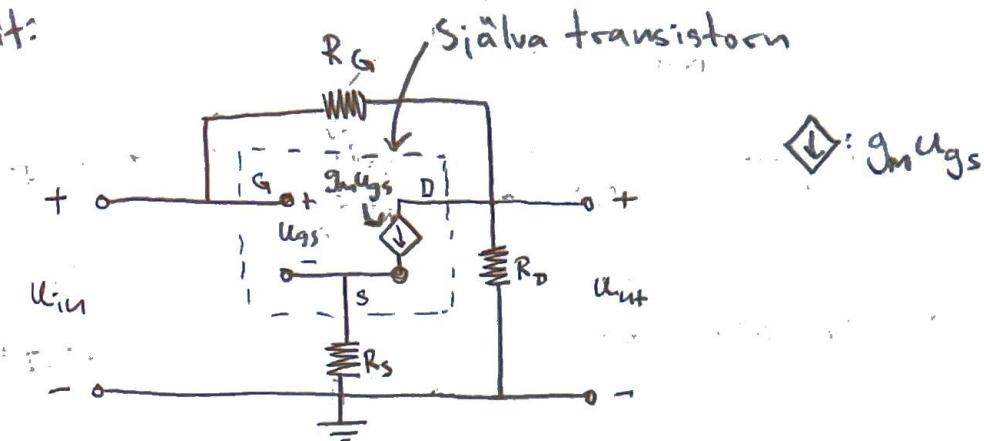


AC: C kortsluts för höga ω

Använd ssm för mosfet. $\lambda = 0$

$\lambda = 0 \Rightarrow r_o = \infty$, alltså kan r_o tas bort.

⇒ AC-nät:



↓: $g_m u_{gs}$

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{in} = U_{gs} + g_m U_{gs} \cdot R_s \quad (1) \\ \frac{U_{out} - 0}{R_D} + g_m U_{gs} + \frac{U_{out} - U_{in}}{R_G} = 0 \quad (2) \end{array} \right.$$

Vill få bort
 U_{gs} , tyväk
även g_m okända.

$$(1) \Rightarrow U_{gs} = \frac{U_{in}}{1 + g_m R_s} \rightarrow (2)$$

$$\Rightarrow \frac{U_{out}}{R_D} + g_m \frac{U_{in}}{1 + g_m R_s} + \frac{U_{out}}{R_G} - \frac{U_{in}}{R_G} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{\frac{1}{R_G} - \frac{g_m}{1 + g_m R_s}}{\frac{1}{R_D} + \frac{1}{R_G}}$$

$$g_m \text{ färs ur } g_m = k' \frac{W}{L} (U_{GSQ} - U_T) \quad (\text{finns variant i PH})$$

Måste veta U_{GSQ} från storsignalanalys (se tidigare exempel)

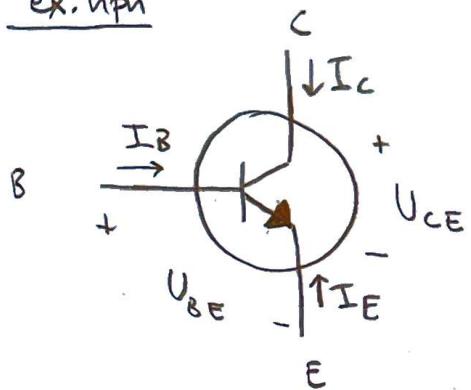
$$\Rightarrow \frac{U_{out}}{U_{in}} = A_v = -1,19$$

Bipolära transistor (BJT)

Emitter- - kollektor
Bas

Emitter- - kollektor
Bas

ex. npn



Dioden är nyckeln till att förstå den bipolära transistorn.
I_B liten, används för att styra I_C och I_E.

fungerar genom strömmar av häl och elektroner.
komplicerad komponent.

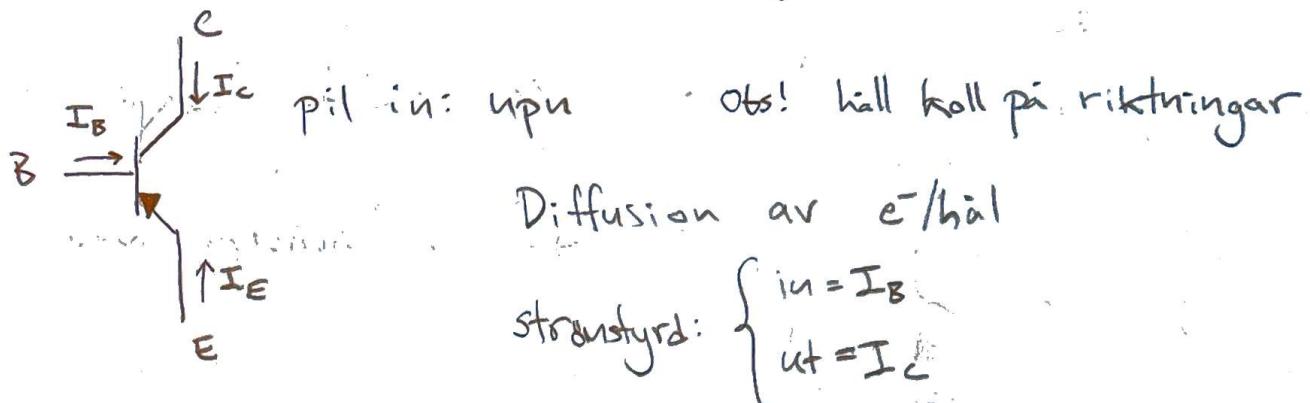
Kan kopplas på 4 sätt, framåt aktiv, inversaktiv,
saturation "på", cut off "av". De aktiva ger
förstärkning.

Observera: BJT strömförstyrda.

Föreläsning 22

17/10-22

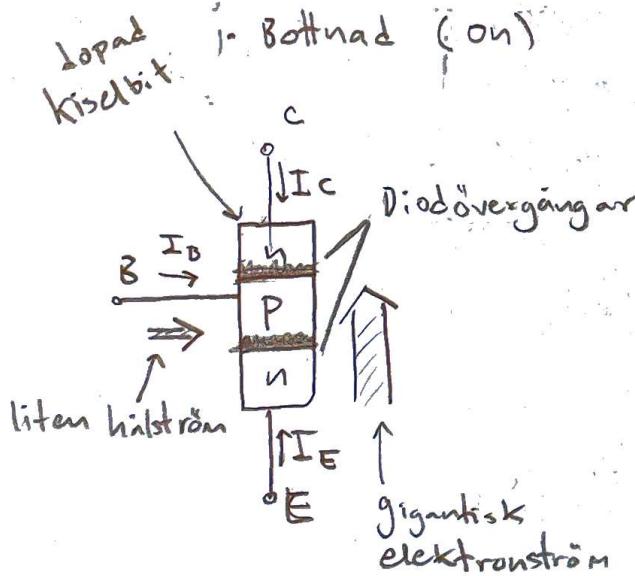
Den bipolära transistorn är en bra radiokomponent.
görs i galliumarsenik, kisel är för långsamt.
Finns i telefoner, sticker ut signaler i etern.



helt annan fysik än mosfeten.

Finns tre moder:

- Aktiv
- strypt (off)
- Bottnad (on)



$$\text{sök } I_C / I_B$$

$$\text{kCL: } I_C + I_B + I_E = 0 \quad (\times)$$

e⁻ injiceras från emitter till bas, Nästan alla e⁻ från E tar sig till C.

Men: hällandet möter e⁻ häl och tar ut varandra (några få). hälströmen kompenseras.

Vi säger $\alpha = \frac{I_c}{-I_E}$ där $|\alpha| \lesssim 1$

$$(*) \Rightarrow \frac{I_c}{I_B} = \frac{\alpha}{1-\alpha} = \beta_{DC}$$

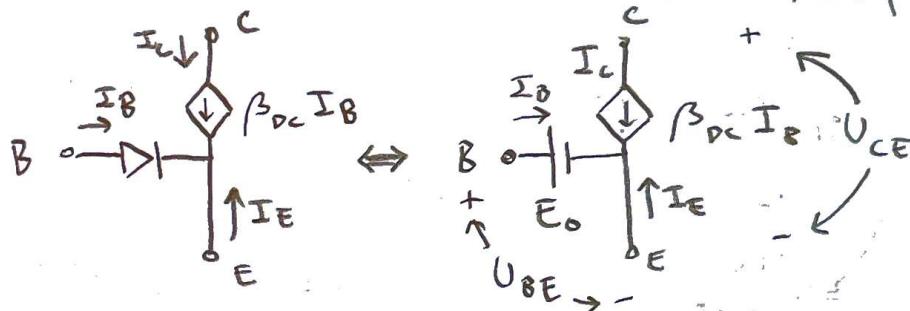
β_{DC} är en DC-strömförstärkning, kallas ibland h_{FE} . För en transistor $\beta_{DC} \in [50, 250]$ ungefär.

 $\beta_{DC} I_B$, I_B styrs av diodekvationen

↑ Styr elektronströmmen

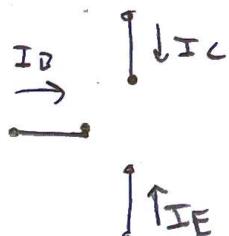
⇒ Storsignalmodell av Bipolära transistorn

1) Aktivt förspänd BJT (npn) E-B franspänd
B-C backspänd



$U_{BE} = E_0 \approx 0,7 \text{ V}$ för kisel. (Materialparameter)

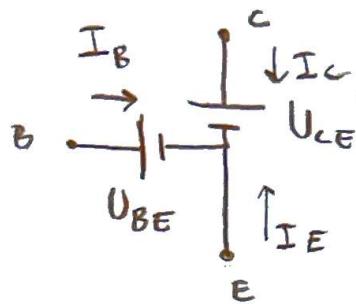
2) Strypt BJT $E-B \} \quad B-C \}$ backspända



$$U_{BE} \ll 0,7 \text{ V}$$

$$I_B = I_C = I_E = 0 \text{ A}$$

3) Bottnad BJT $E-B \begin{cases} \text{Transistor} \\ B=C \end{cases}$



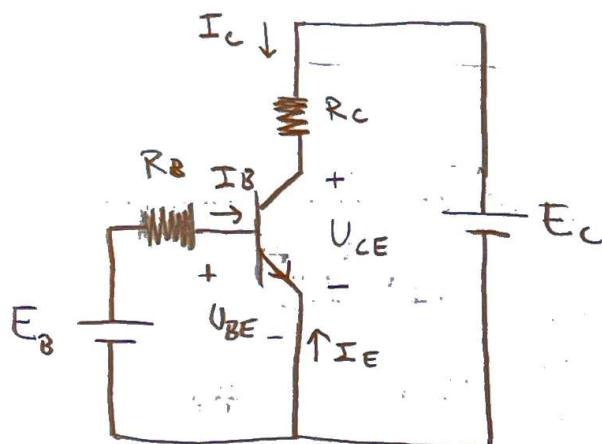
$$U_{BE} \approx 0,7 \text{ V}$$

$$U_{CE} \approx 0,2 \text{ V} = U_{CE,sat}$$

gräns för bottnad

Den Aktiva är den viktiga.

Gemensamt emittersteg



I_B liten men $\neq 0$.

På ingången: I_B

$$E_B = R_B I_B + U_{BE}$$

På utgången: I_C

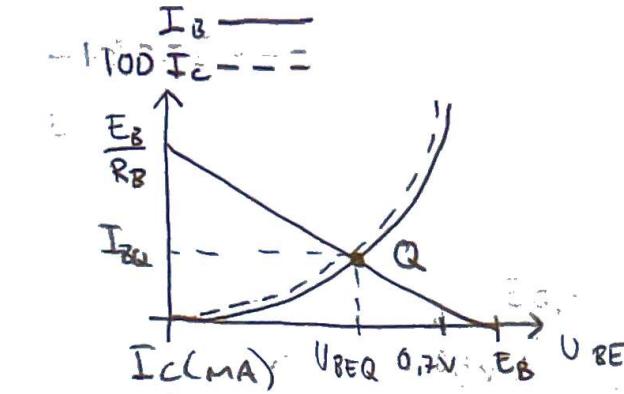
$$E_C = I_C R_C + U_{CE}$$

I_C ur diodekvationen

$$I_C = I_1 (e^{U_{BE}/V_T} - 1) \approx I_1 e^{U_{BE}/V_T}, \quad V_T \approx 20 \text{ mV}$$

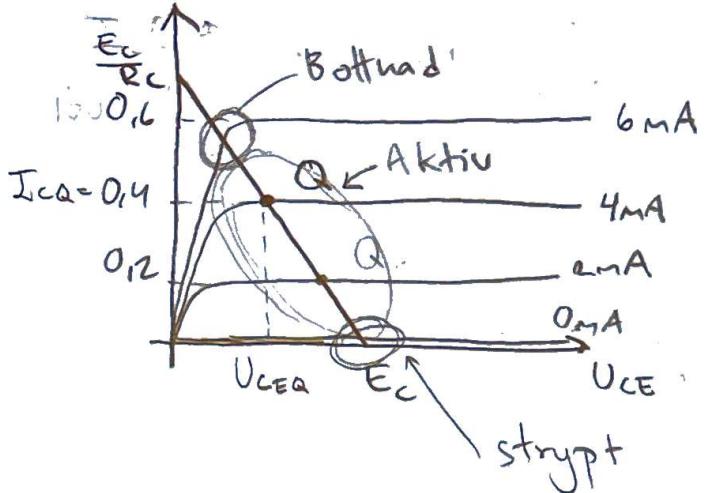
\uparrow
transpänd

I_1 , mättnadsström för B-E dioden: $10^{-12} - 10^{-10} \text{ A}$.



$$I_B \approx 100 I_C$$

Q arbetspunkt



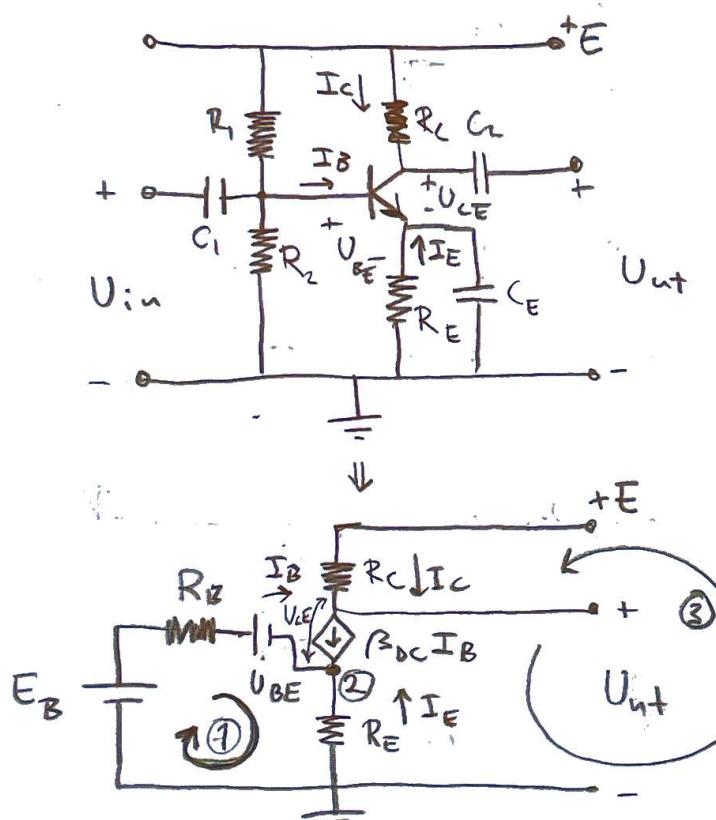
förstärkning 100 ggr.

Q beror på I_C .

Obs! lika avstånd
mellan kurvorna.

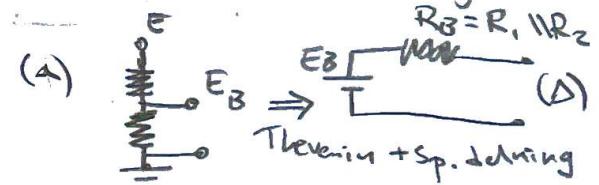
Aktiv BOT: $U_{CE} > U_{CESAT}$

BJT GE förstärkarsteg



Sök U_{out} och Q: (I_{CQ}, U_{CEQ}) ,
 $(I_{BQ} = \frac{I_{CQ}}{\beta_{DC}})$

Rita om till storsignalvärt



inte triviat, men användbar

(b) DC nät \rightarrow -+ Akbrott

(c) Aktivt försänd uppn bit
 \Rightarrow Storsignalmodell; FS.

Obs! viktigt att kunna
rita om.

gå i ① och ③ och kCL i ②.

Sök I_B : KVL ①.

$$\left. \begin{array}{l} -E_B + R_B I_B + U_{BE} - R_E I_E \\ I_B + I_C + I_E = 0 \\ BJT \Rightarrow I_C = \beta_{DC} I_B \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} E_B = R_B I_B + U_{BE} + (\beta_{DC} + 1) I_B R_E \\ \Rightarrow I_B = \frac{E_B - U_{BE}}{R_B + (\beta_{DC} + 1) R_E} \end{array} \right\} \quad (*)$$

ger $U_{ut} = E - \beta_{DC} I_B R_C = (*) = E - \beta_{DC} \frac{E_B - U_{BE}}{R_B + (\beta_{DC} + 1) R_E} R_C$

$$Vi \text{ vet } \beta_{DC} \approx 100 \Rightarrow \beta_{DC} + 1 \approx \beta_{DC}.$$

Dimensionera $R_B \ll (\beta_{DC} + 1) R_E \approx \beta_{DC} R_E$ (***)

$$\Rightarrow U_{ut} = E - (E_B - U_{BE}) \frac{R_C}{R_E}, \text{ beror ej på } \beta_{DC}.$$

I_{CQ} och U_{CEQ} :

$$I_{CQ} = \beta_{DC} \cdot \frac{\frac{R_C}{R_1 + R_2} E - U_{BE}}{\beta_{DC} \cdot R_E} = \boxed{\frac{R_C}{R_1 + R_2} E - U_{BE} = I_{CQ}}$$

(*) (Δ) (***)

$$\textcircled{3} \Rightarrow -E + R_C \cdot I_{CQ} + U_{CEQ} - I_{CQ} R_E = 0$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow U_{CEQ} = E - I_{CQ} R_C - I_{CQ} \left(1 + \frac{1}{\beta_{DC}}\right) R_E$$

$$\boxed{U_{CEQ} \approx E - I_{CQ} (R_C + R_E)}$$

Föreläsning 23

18/10-22

Smäsignalmodell för BJT

Obs! Versal : index \Rightarrow storsignal, I_B

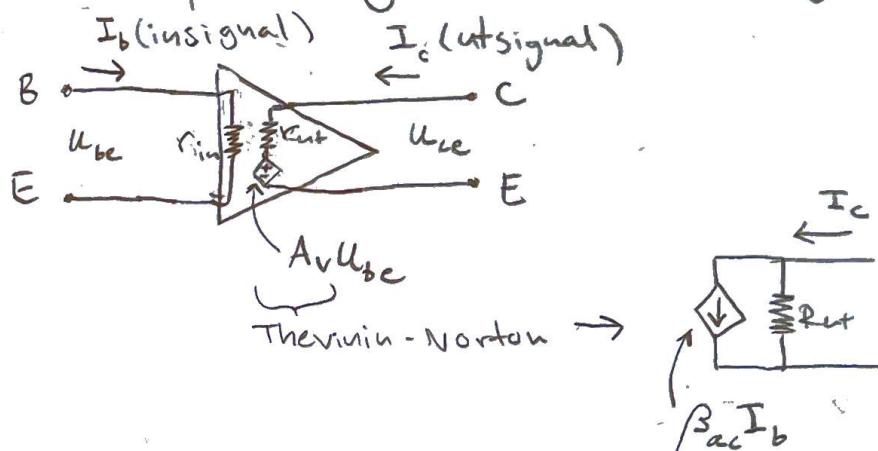
genom -||- \Rightarrow smäsignal, I_b (tillsvidt i_B)

$$i_B(t) = I_B + I_b(t)$$

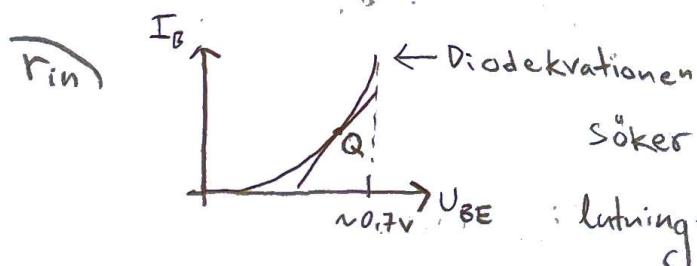
DC AC

Oberoende om npn eller pnp.

Vi kollar på ett gemensamt emitter-steg

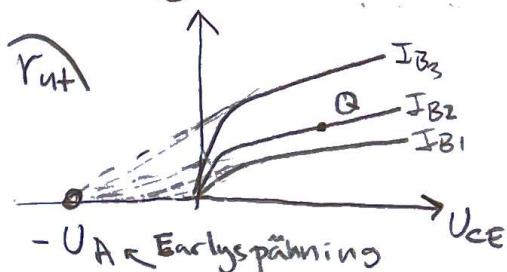


Sök r_{in} , r_{out} , β_{ac}



Söker lutning i Q , ger r_{in} .
 : lutning = $\frac{1}{r_T}$

Definiera inresistans $r_T = \frac{\Delta U_{BE}}{\Delta I_B} \Big|_Q = \frac{U_{be}}{I_b} \Big|_Q$



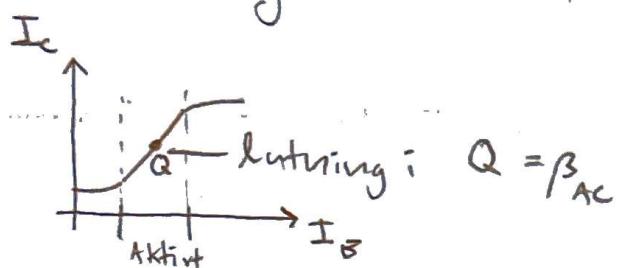
Lutning = $\frac{1}{r_o}$ Definiera utresistans

$$r_o = \frac{\Delta U_{ce}}{\Delta I_c} \Big|_Q$$

Utgångskonduktans $g_o = \frac{1}{r_o}$

β_{ac}

Förstärkning fås ur överföringsfunktionen



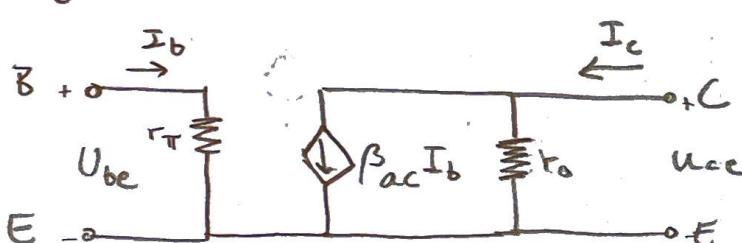
Definiera AC-strömförstärkning.

$$\beta_{ac} = \frac{\Delta I_c}{\Delta I_b} \Big|_Q = \frac{I_c}{I_b}$$

Jämför DC-strömförstärkning $\beta_{dc} = \frac{I_c}{I_b}$.

$\beta_{ac} \approx \beta_{dc}$ i aktiva området

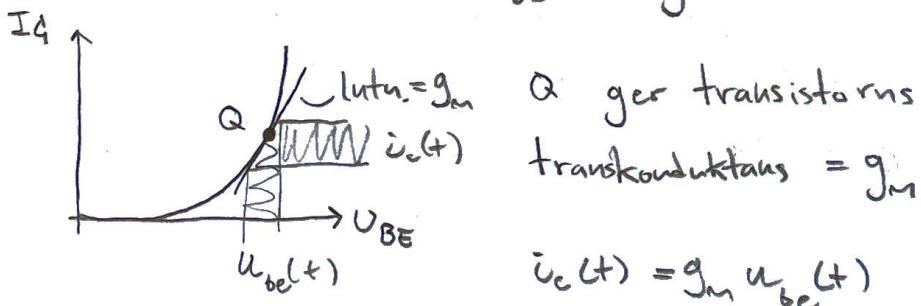
Spänningssignalmodell



Denna finns i
formelblad

$$\text{IN: } I_b = \frac{U_{be}}{r_T} \quad \text{UT: } I_c = \beta_{ac} I_b + \frac{U_{ce}}{r_o}$$

Härled modell där U_{be} insignal



$$[g_m] = \text{mA/V} = \text{Siemens}, \quad \text{tar vi bort } r_o \text{ blir BJT ideal}$$

$$I_{ca} = I_c (e^{U_{BE}/V_T - 1})$$

Definition transkonduktans g_m för BJT

$$g_m = \left. \frac{dI_c}{dU_{BE}} \right|_Q = \frac{1}{V_T} I_c e^{U_{BEQ}/V_T}$$

$\approx I_{CQ}$ (för aktivt förspänd)

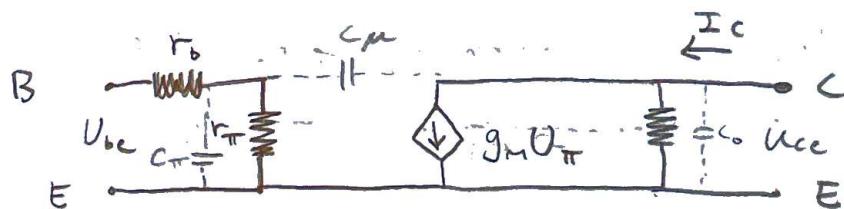
$$\boxed{g_m \approx \frac{I_{CQ}}{V_T}}$$

$$\text{Jfr Mosfet: } g_m = k' \frac{W}{L} (U_{GSQ} - U_T)$$

Ur $I_C - U_{BE}$ kan g_m även tecknas:

$$g_m = \left. \frac{\Delta I_C}{\Delta U_{BE}} \right|_Q = \underbrace{\frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}}_{\beta_{ac}} \cdot \underbrace{\frac{\Delta I_B}{\Delta U_{BE}}}_{\frac{1}{r_{\pi}}} = \frac{\beta_{ac}}{r_{\pi}}$$

Utdigar smäsignalmodellen med bagresistans r_b
(på hög I_C) "Hybrid- π -modellen"



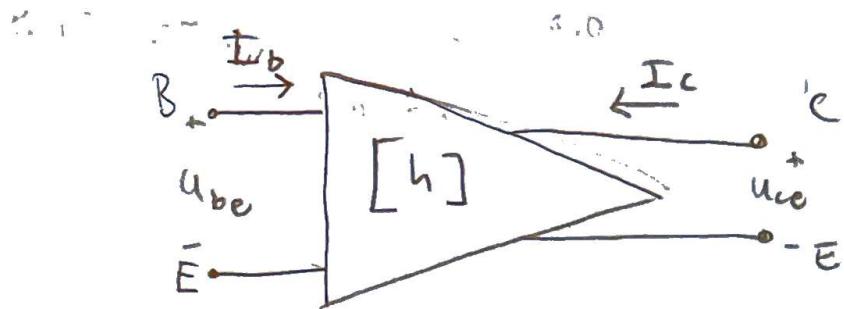
IN: U_{be}

UT: U_{ce}

Saknar kapacitanser. Med kapacitanser: "Gummel-Poon-modellen"

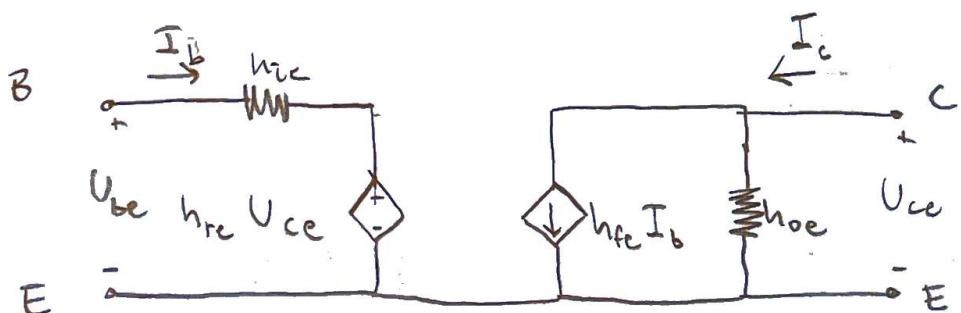
SMäsignalmodell h-parametrar

Anges i databladen för transistorn.



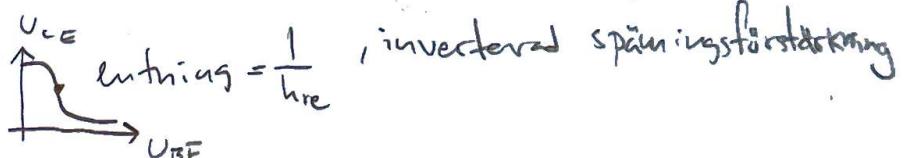
$$\begin{bmatrix} U_{be} \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{ie} & h_{re} \\ h_{fe} & h_{oe} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_b \\ U_{ce} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} U_{be} &= h_{ie}I_b + h_{re}U_{ce} \\ I_c &= h_{fe}I_b + h_{oe}U_{ce} \end{aligned}$$

Rita nät från ekvationerna:



Samband med hybrid π:

- $h_{ie} = r_\pi$
- $h_{re} = \frac{\Delta U_{BE}}{\Delta U_{CE}} \Big|_Q$

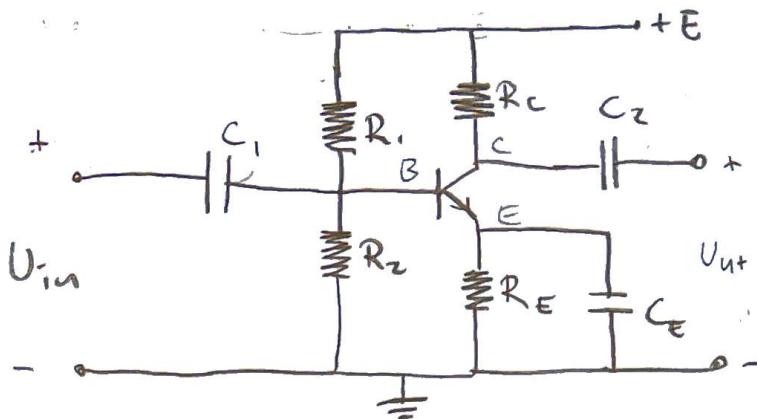


- $h_{fe} = \beta_{ac}$

- $h_{oe} = \frac{1}{r_o} = g_o$

Obs! Vi har försömmat basresistansen

Exempel GE-steg



från Datablad:

$$\begin{cases} h_{ie} = 2,7 \text{ k}\Omega \\ h_{fe} = 360 \\ h_{re} \approx 0 \\ h_{oe} = \frac{1}{22 \text{ k}\Omega} = \frac{1}{R_1} \\ R_C = 1 \text{ k}\Omega \\ R_E = 270 \Omega \end{cases}$$

$$C_1 = C_2 = 47 \mu\text{F}$$

$$C_E = 220 \mu\text{F}$$

$$R_1 = 33 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 8,2 \text{ k}\Omega$$

$$+ E = 9 \text{ V}$$

Sök smäsignalförstärkningen U_{out}/U_{in}

Sant R_{in} och R_{out} .

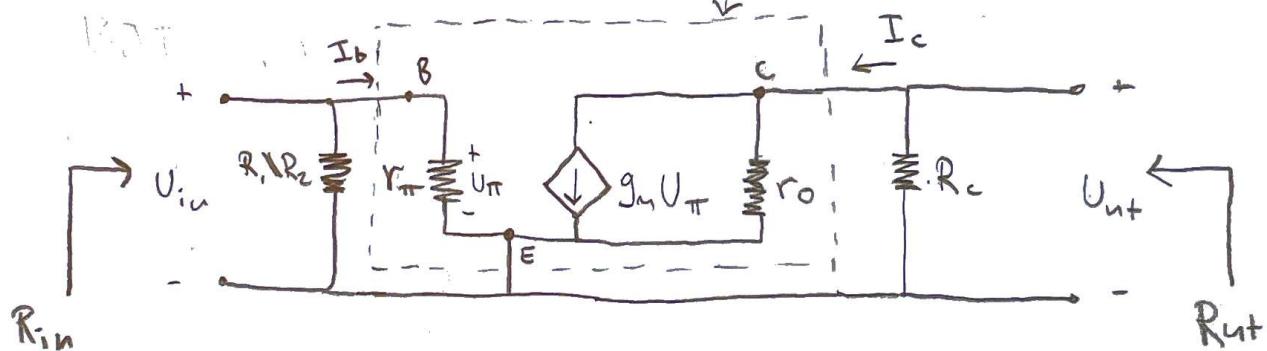
$C \approx 0$ kortslutning (ty AC)

C_E bort $\Rightarrow R_E$ ur spel, avkopplad.

Använd hybrid- π -modell (se fs)

Vi antar $r_b \approx 0$

transistormodell, se fs.



$$U_{in} = U_\pi = r_\pi I_b$$

$$U_{out} = -g_m U_\pi \cdot (r_o \parallel R_C) \quad (\text{neg ty } - \rightarrow + \text{ i } U_{out})$$

$$\Rightarrow \frac{U_{out}}{U_{in}} = - \frac{g_m r_o R_C}{R_C + r_o} \approx -g_m R_C \quad \text{ty } r_o \gg R_C$$

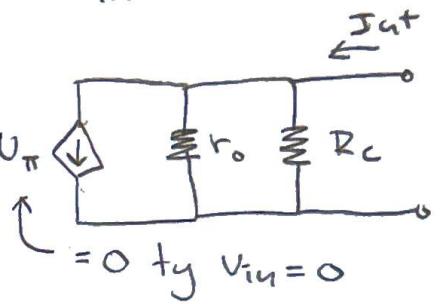
$$g_m = \frac{h_{fe}}{h_{ie}}$$

fs

$$\text{Numeriskt: } A_v = -133$$

$$R_{in} = R_1 \parallel R_2 \parallel r_\pi = 1,9 \text{ k}\Omega \quad (R_{in} = \frac{I_{in}}{U_{in}})$$

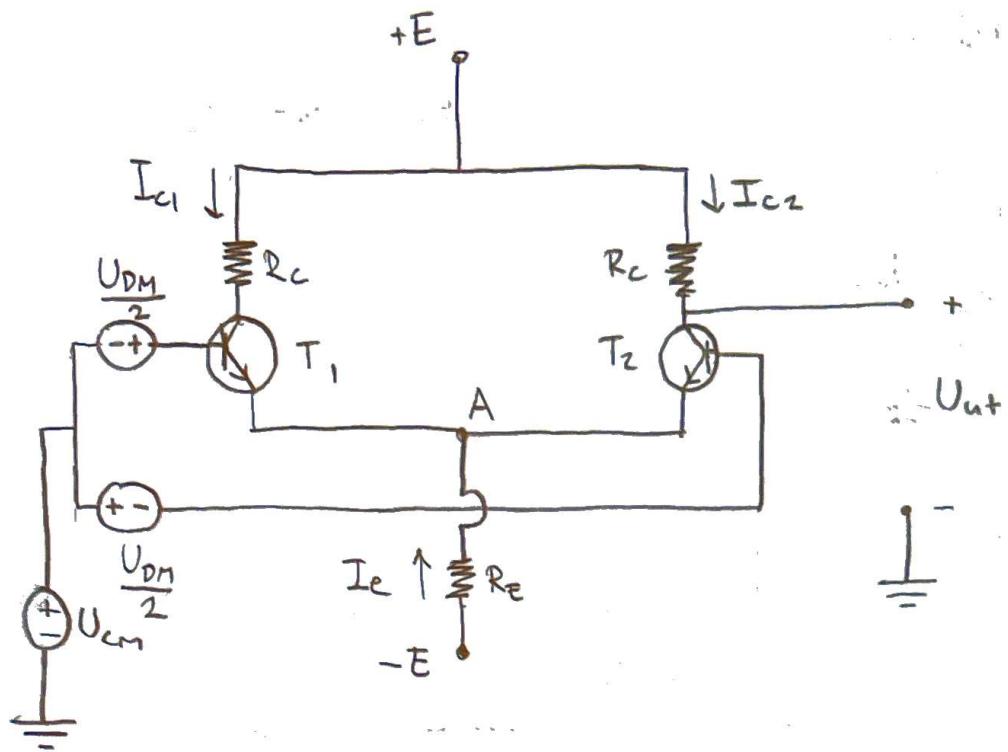
$$R_{out} = \frac{U_{out}}{I_{out}} \Big|_{\text{nulleinstellung } U_{in}} = r_o \parallel R_c = 1,0 \text{ k}\Omega$$



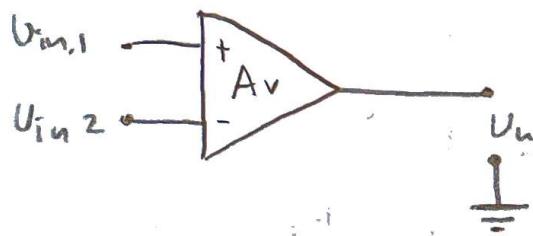
Seite 248 BM

Föreläsning 24

19/10-22



Detta är en differentialförstärkare.



har common mode
och differential mode.

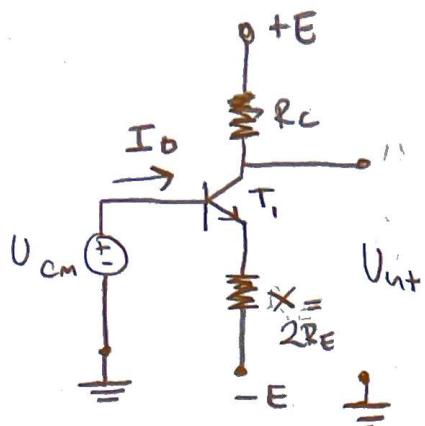
$$U_{out} = A_{vDM} U_{DM} + A_{vCM} U_{CM}$$

$$CMRR = 20 \log_{10} \left(\frac{A_{vDM}}{A_{vCM}} \right) \quad [\text{dB}]$$

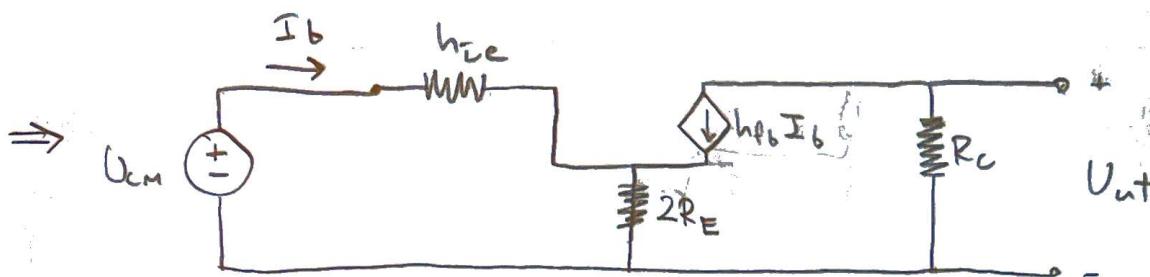
$$\frac{G_M}{G_M}$$

$$A_{vCM} = \left. \frac{U_{out}}{U_{CM}} \right|_{U_{DM}=0}$$

Symmetri \Rightarrow halvkretsanalys. $T_1 = T_2$



$$x \parallel x = R_E \Rightarrow x = 2R_E$$



$$\rightarrow U_{OUT} = -R_C h_{FE} I_B$$

$$U_{IN} = h_{IE} I_B + 2R_E (I_B + h_{FB} I_B) = [h_{IE} + 2R_E (1 + h_{FB})] I_B$$

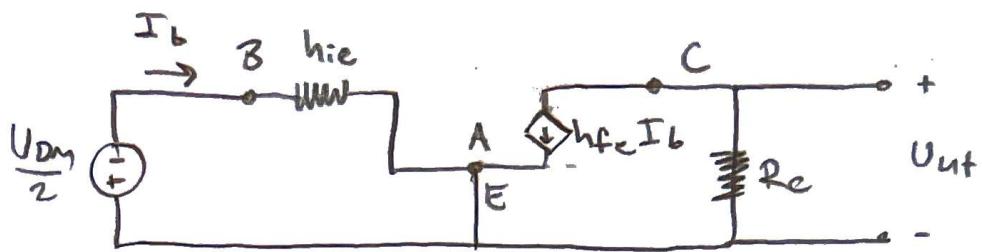
generellt $h_{IE} \ll 2R_E (1 + h_{FE})$

$$\Rightarrow A_{VCM} = \frac{U_{OUT}}{U_{IN}} = -\frac{R_C h_{FE}}{2R_E (1 + h_{FE})} \approx -\frac{R_C}{2R_E}$$

DM

$$A_{VDM} = \left. \frac{U_{OUT}}{U_{DM}} \right|_{U_{CM}=0}$$

Punkten A påverkas ej, då ändringar tar ut varandra $\Rightarrow A$ signalfjord.



$$\begin{cases} U_{\text{ut}} = -R_C h_{\text{fe}} I_b \\ -\frac{U_{\text{DM}}}{2} = h_{\text{ie}} I_b \end{cases} \Rightarrow A_{\text{VDM}} = \frac{R_C}{2} \frac{h_{\text{fe}}}{h_{\text{ie}}} = g_m \frac{R_C}{2}$$

$$\text{CMMR} = 20 \log_{10} \left| \frac{A_{\text{VDM}}}{A_{\text{VCM}}} \right| = 20 \log_{10} \left| \frac{g_m R_C}{2} \cdot \frac{2 R_E}{R_C} \right| \\ = 20 \log_{10} |g_m R_E|$$

Obs! Hög CMMR \rightarrow snabb transistor.

Obs! Om R_E ökar så minskar g_m .