

Dugga ESS117 ht 23 Elektriska Kretsar och System, F2

Måndag 2023.09.18 kl 14:00-16:00

Duggan är anonym. Ange din kod överst på varje sida.

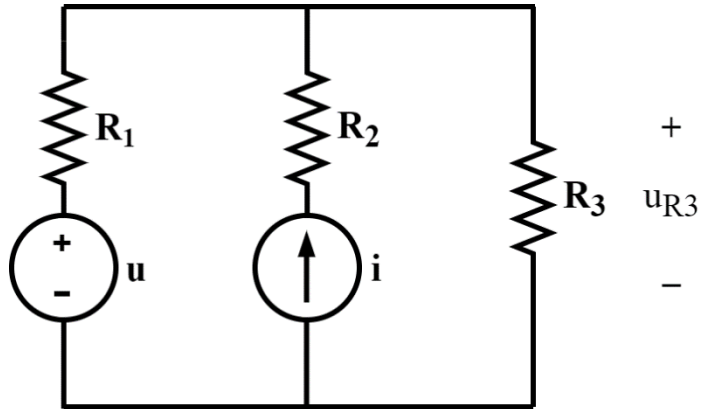
Tillåtna hjälpmedel är Physics Handbook, Beta Mathematics Handbook och Chalmersgodkänd räknare,

Duggan består av 4 uppgifter om vardera 3 poäng (p) som ska lösas självständigt. Duggan kan ge max 2 bonuspoäng till ordinarie tentamenen samt de två omtentor som följer enligt följande: 10-12 p ger 2 bonuspoäng, 5.5-9.5 ger 1 bonuspoäng, 0-5 p ger ingen bonus.

Lösningar anslås efter duggan på kursens hemsida i Canvas.

Lycka till!

1. Uttryck spänningen över u_{R_3} som funktion av R_1, R_2, R_3, i och u !



2. Använd maskanalys för att hitta strömmen i_1 !

$$R_1 = 4 \Omega$$

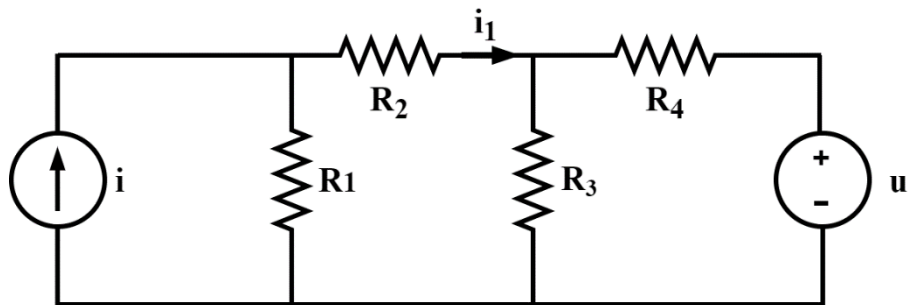
$$R_2 = 10 \Omega$$

$$R_3 = 2 \Omega$$

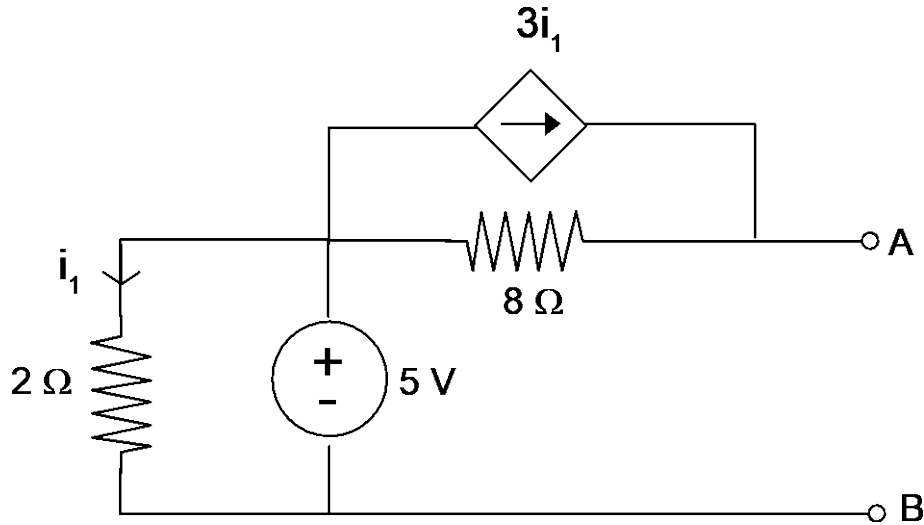
$$R_4 = 1 \Omega$$

$$u = 3 \text{ V}$$

$$i = 2 \text{ A}$$



3. Bestäm Thevenins och Nortons ekvivalenta tvåpoler med avseende på noderna A och B för nätet nedan.



4. Beräkna $u_o(t)$ för stationära AC-nätet nedan!

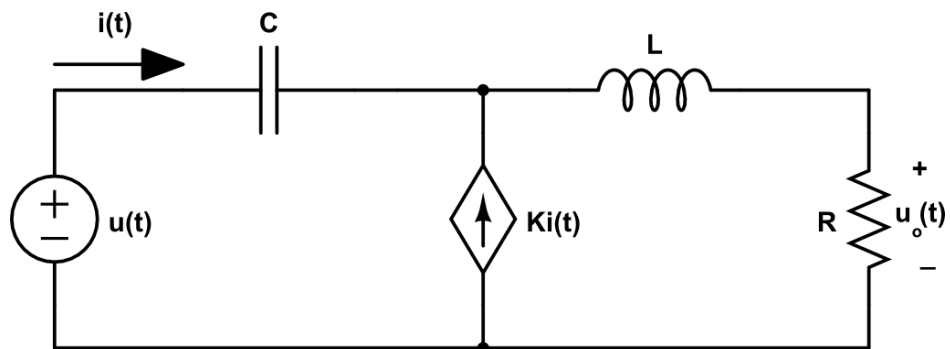
$$u(t) = 25\cos(100t-35^\circ) \text{ V}$$

$$C = 25 \text{ mF}$$

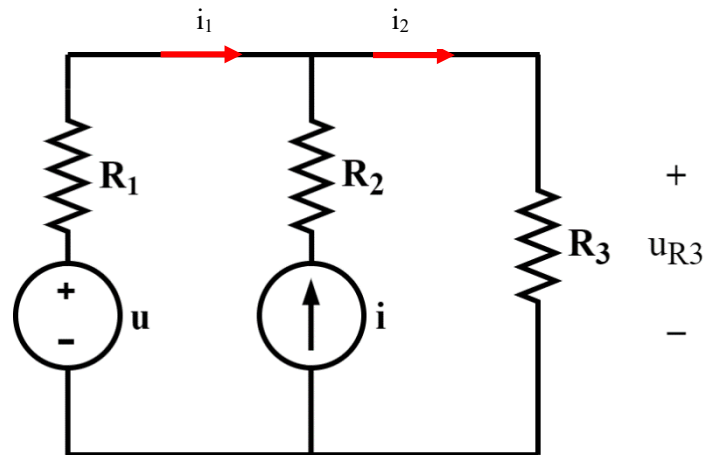
$$L = 5 \text{ mH}$$

$$R = 4.7 \text{ } \Omega$$

$$K = 5$$



Uppgift 1



$$\text{Ohms lag: } u_{R3} = i_2 R_3 \quad (1)$$

$$\text{KCL: } i_2 = i + i_1 \quad (2)$$

$$\text{KVL: } -u + i_1 R_1 + i_2 R_3 = 0 \quad (3)$$

Kombinera ekvationerna

$$(3) \rightarrow i_1 = \frac{u - i_2 R_3}{R_1}$$

$$(2) \rightarrow i_2 = i + \frac{u - i_2 R_3}{R_1}$$

Lös ut i_2

$$i_2 + \frac{i_2 R_3}{R_1} = i + \frac{u}{R_1}$$

$$i_2 \left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right) = i + \frac{u}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{i + \frac{u}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_1}} = \frac{i R_1 + u}{R_1 + R_3}$$

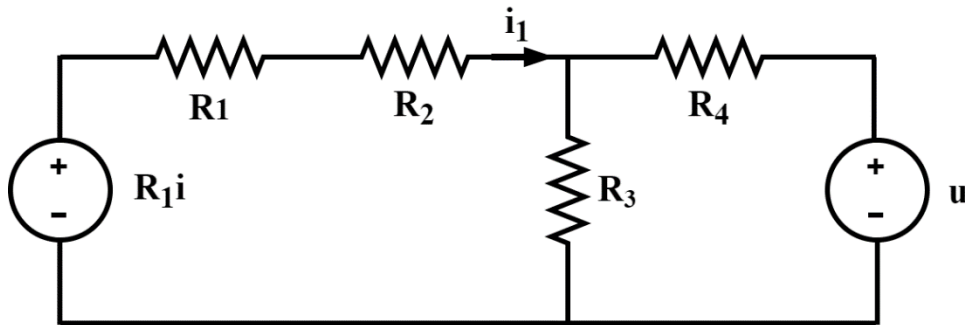
Spänningen över R_3 blir då

$$u_{R3} = i_2 R_3 = R_3 \frac{i R_1 + u}{R_1 + R_3}$$

Uppgift 2

Maskanalys \rightarrow vi får bara ha spänningskällor i nätet \rightarrow använda tvåpolsomvandling från Northon till Thevenin för att omvandla strömkällan till spänningskälla

$$R_0 = R_1 \qquad i_k = i \qquad u_t = R_0 i_k = R_1 i$$



Nu har vi två maskor med endast spänningskällor och kan ställa upp matrisekvationen för maskanalys

$$\begin{bmatrix} \sum R_{m11} & -\sum R_{m12} \\ -\sum R_{m12} & \sum R_{m22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum u_{01} \\ \sum u_{02} \end{bmatrix}$$

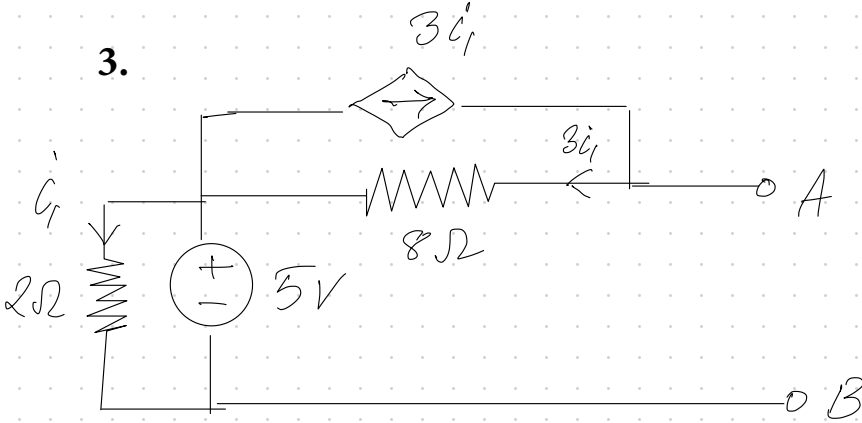
Vilket med detta system blir

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_4 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 i \\ -u \end{bmatrix}$$

Med Cramers regel och numeriska värden kan vi sen lösa för i_1

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{\begin{vmatrix} R_1 i & -R_3 \\ -u & R_4 + R_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_4 + R_3 \end{vmatrix}} = \\ &= \frac{R_1 i (R_4 + R_3) - R_3 u}{(R_1 + R_2 + R_3)(R_4 + R_3) - R_3^2} = \\ &= \frac{4 \cdot 2(1 + 2) - 2 \cdot 3}{(4 + 10 + 2)(1 + 2) - 2^2} = \frac{24 - 6}{48 - 4} = \frac{18}{44} \approx 0.4 \text{ A} \end{aligned}$$

3.



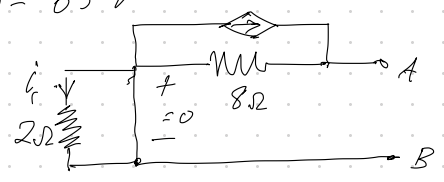
$U_4 ? \quad i_1 = \frac{5V}{2\Omega} = 2.5A$

$\Rightarrow U_4 = 5V + 8\Omega \cdot (3i_1) = 65V$

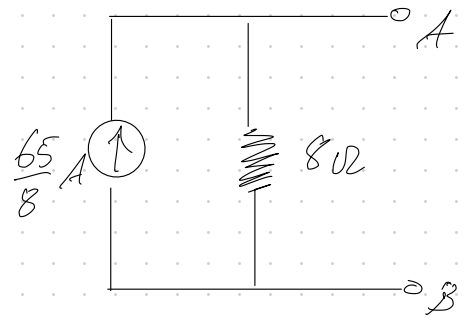
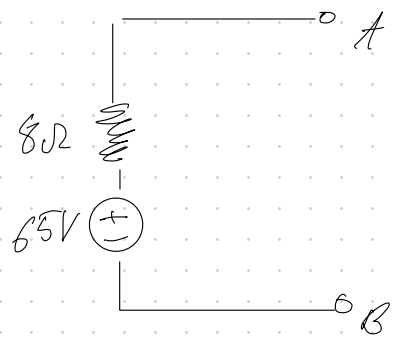
$R_0 =$ sätt oberoende källor = 0 \Rightarrow

$\Rightarrow i_1 = 0 \Rightarrow R_0 = 8\Omega$

\Rightarrow Thevenins ekv. tvåpol

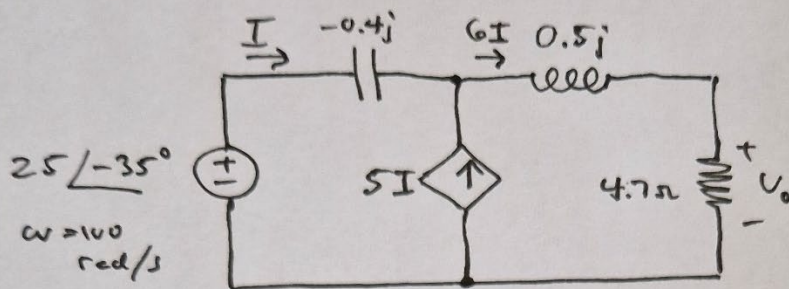


Nortons ekv. tvåpol



④

$j\omega$ -transformera nätet, insätt numeriska värden och definiera strömmar:



U_o fås via KVL:

$$\left\{ \begin{aligned} 25 \angle -35^\circ - I \cdot 0.4j + 6I \cdot 0.5j + 4.7 \cdot 6I &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} U_o = 6I R = 6 \cdot 4.7 \cdot I, \quad I \text{ fås ur uttrycket ovan.} \end{aligned} \right.$$

dvs

$$U_o = \frac{6 \cdot 4.7 \cdot 25 \angle -35^\circ}{28.2 + j2.6} = \frac{705 \angle -35^\circ}{28.3 \angle 5.29^\circ} =$$

$$= 24.9 \angle -40.3^\circ \quad \Leftrightarrow \quad 24.9 \cos(100t - 40.3^\circ) \text{ V} =$$

$$= u_o(t) = \underline{\text{Svar!}}$$

□