Dugga ESS116 ht 22 Elektriska Nät och System, F2

Måndag 2022.09.19 kl 15:00-17:00

Duggan är ej anonym. Ange namn och personnummer överst på varje sida.

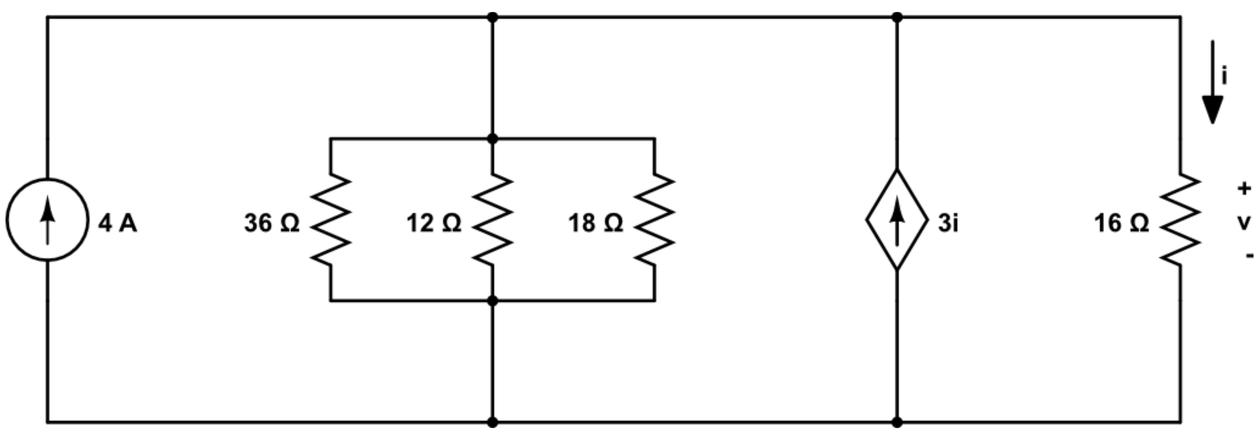
Tillåtna hjälpmedel är Physics Handbook, Beta Mathematics Handbook och Chalmersgodkänd räknare,

Duggan består av 4 uppgifter om vardera 3 poäng (p) som ska lösas självständigt. Duggan kan ge max 2 bonuspoäng till ordinarie tentamenen samt de två omtentor som följer enligt följande: 10-12 p ger 2 bonuspoäng, 5.5-9.5 ger 1 bonuspoäng, 0-5 p ger ingen bonus.

Lösningar anslås efteråt på kursens hemsida i Canvas.

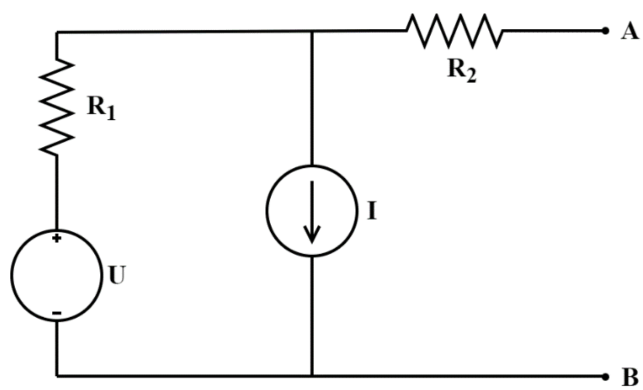
Lycka till!

1. Räkna ut *v* och *i* för lastresistansen 16 Ω i elnätet nedan.



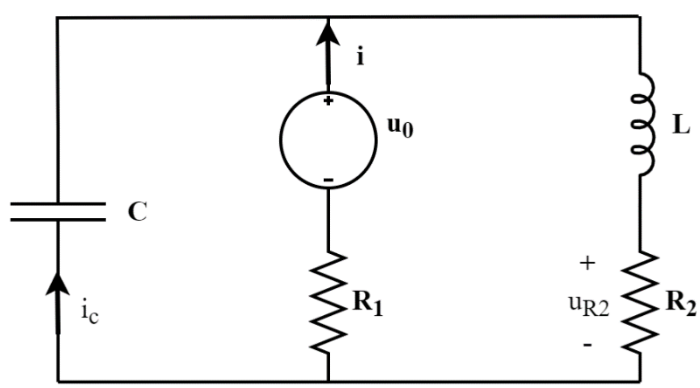
2. Bestäm Thévenins ekvivalenta tvåpol med avseende på noderna A och B.

R_1 = 1 Ω
R_2 = 4 Ω
U = 5 V
I = 2 A

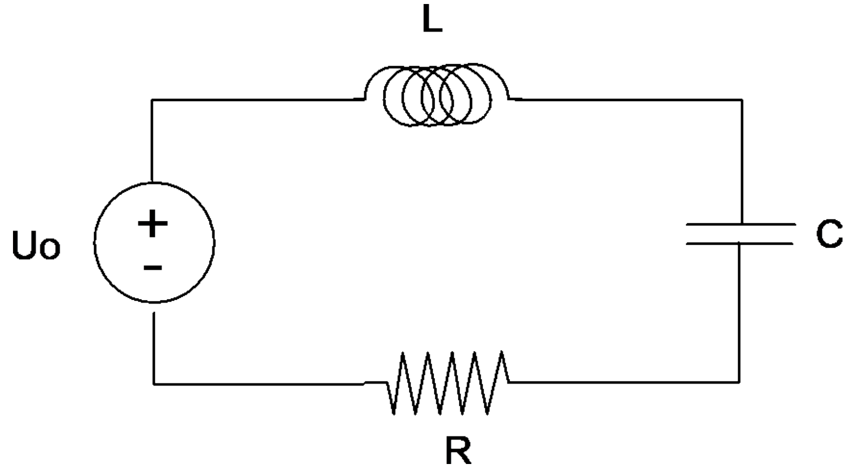


3. Bestäm i_C och u_{R2}.

   $i = \sqrt{2}\cos(1000t+45°)$ A
   $u_0 = 5$ V
   $R_1 = 2\ \Omega$
   $R_2 = 1\ \Omega$
   $C = 2000\ \mu$F
   $L = 1$ mH

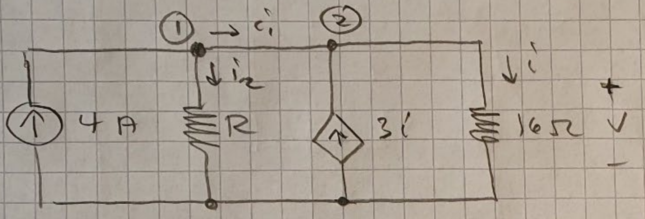


4. Visa att bandbredden B, dvs frekvensavståndet mellan punkterna där strömmen har avtagit med $1/\sqrt{2}$ från sitt maximala värde, för resonanskretsen nedan ges av $B=\frac{\omega_0}{Q}$.
   $Q=\frac{\omega_0 L}{R}$ är resonanskretsens kvalitetsfaktor och ω_0 är resonansvinkelfrekvensen.



Uppgift 1

1. Nätet kan förenklas och strömmar definieras:



där $R = 36 // 12 // 18 \iff \frac{1}{R} = \frac{1}{36} + \frac{1}{12} + \frac{1}{18}$

$\Rightarrow \quad R = 6\ \Omega$

Defin. i_1 och i_2.

KCL i nod ①: $4 - i_2 - i_1 = 0 \Rightarrow i_2 = 4 - i_1$

" " " ②: $i_1 + 3i - i = 0 \Rightarrow i_1 = -2i$

$\Rightarrow \quad i_2 = 4 + 2i \quad (*)$

KVL $\Rightarrow \quad -R\,i_2 + 16\,i = 0$

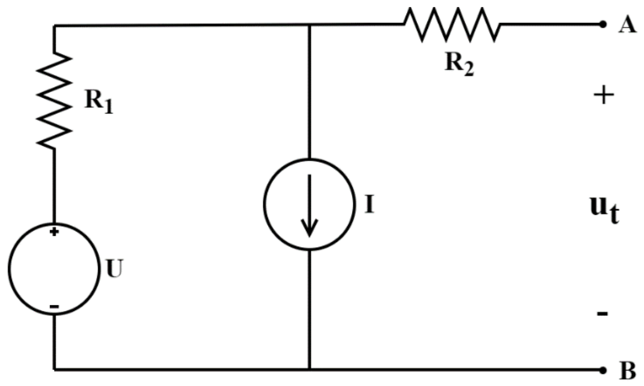
Insätt $(*)$ och $R = 6\ \Omega \Rightarrow$

$-6\,(4 + 2i) + 16\,i = 0 \quad \Rightarrow$

$$\boxed{\begin{array}{l} i = 6\text{ A} \\ V = 16 \cdot i = 96\text{ V} \end{array}}$$

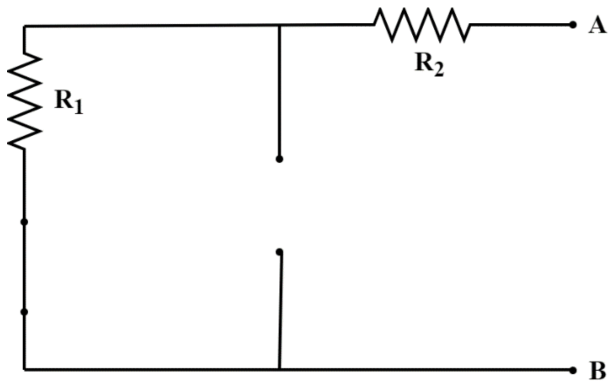
Uppgift 2

Bestäm tomgångsspänningen.



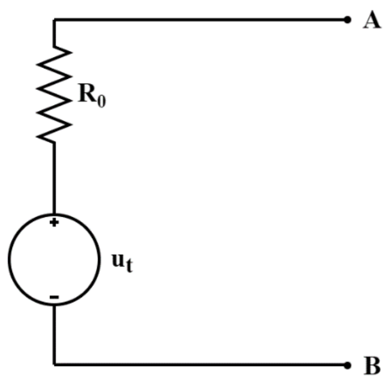
$$u_t = -IR_1 + U = -2 \cdot 1 + 5 = 3 \text{ V}$$

Nollställ källor och bestäm den ekvivalenta resistansen.



$$R_0 = R_1 + R_2 = 1 + 4 = 5 \; \Omega$$

Den ekvivalenta tvåpolen blir således:



Uppgift 3 - reviderad lösning

Använd jω-metoden och översätt till komplexa impedanser, strömmar och spänningar för att sedan kunna använda samma regler som för likström. Vinkelfrekvensen får vi ur uttrycket för strömmen, $\omega = 1000\ \mathrm{rad/s}$.

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -0.5j\ \Omega$$

$$Z_L = j\omega L = 1j\ \Omega$$

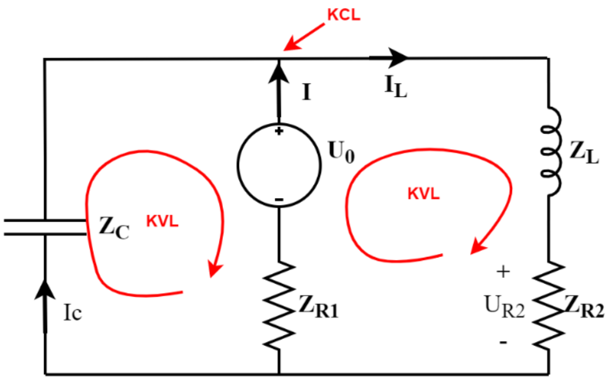
$$Z_{R1} = R1 = 2\ \Omega$$

$$Z_{R2} = R2 = 1\ \Omega$$

$$I = \sqrt{2}\angle 45°\ \mathrm{A}$$

$$U_0 = 5\angle 0°\ \mathrm{V}$$

Ansätt en ström I_L i högra delen av kretsen och ställ upp KCL i en av noderna samt KVL i de bägge maskorna.



KCL: $I_L = I_C + I$ (1)

KVL i vänstra maskan: $U_0 - IR_1 + I_C Z_C = 0$ (2)

KVL i högra maskan: $-U_{R2} - I_L Z_L + U_0 - IR_1 = 0$ (3)

Spänningen över R2: $U_{R2} = I_L R_2$ (3*)

Tre obekanta (I_L, I_C, U_{R2}) och **fyra** oberoende ekvationer → överbestämt, går ej att lösa deterministiskt

(2) ger:

$I_C = \frac{IR_1 - U_0}{Z_C}$ (4)

(4) i (1) ger:

$I_L = \frac{IR_1 - U_0}{Z_C} + I$ (5)

(5) i (3) ger:

$$U_{R2} = U_0 - IR_1 - \left(\frac{IR_1 - U_0}{Z_C} + I\right) Z_L$$

Stoppa in värden, vilket ger

$$U_{R2} = -2 + 1j \text{ V}$$

$$I_C = -4 - 6j \text{ A}$$

Transformera tillbaka till tidsberoende form

$$u_{R2} = |U_{R2}| \cos(\omega t + \angle U_{R2}) \text{ V} = 2.2 \cos(1000t + 153°) \text{ V}$$

$$i_C = |I_C| \cos(\omega t + \angle I_C) \text{ A} = 7.2 \cos(1000t - 124°) \text{ A}$$

Notera dock att 3* ger

$$I_L = \frac{U_{R2}}{R_2} = \frac{-2 + 1j}{1} = -2 + 1j\Omega$$

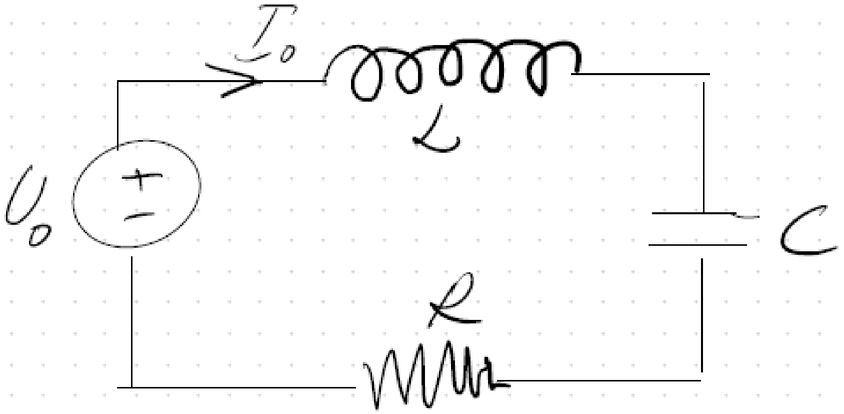
Vilket från (1) ger strömmen

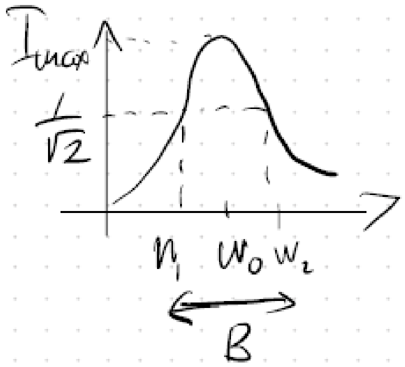
$I = I_L - I_C = -2 + 1j - (-4 - 6j) = 2 + 7j \text{ A} \neq 1 + 1j\ A$ ←ström given i uppgiftsformuleringen

Denna strömmen stämmer ej med den givna, då vi har överbestämt system, går ej att finna en entydig lösning

Uppgift 4

4. Visa att $B = \frac{w_0}{Q}$ där $Q = \frac{w_0 \cdot L}{R}$





$$I_0 = \frac{U_0}{\underbrace{jwL + \frac{1}{jwC}}_{=0 \text{ då } w = w_0} + R}$$

$$I_{0,max} = \frac{U_0}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{I_{0,max}}{\sqrt{2}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}R} = \left| \frac{U_0}{jw \cdot L + \frac{1}{jwC} + R} \right|$$

$$\frac{U_0}{R\sqrt{\frac{\left(wL - \frac{1}{wC}\right)^2}{R^2} + 1}} = \frac{U_0}{R \cdot \sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\left(wL - \frac{1}{wC_1'}\right)^2}{R^2} = 1$$

$$\Rightarrow wL - \frac{1}{wC_1'} = \pm R$$

mult med $\frac{w}{L}$ på båda sidor

$$w^2 \mp \frac{Rw}{L} - \frac{1}{LC} = 0$$

andragradsekvation med lösning

$$w_{1,2} = \pm \frac{R}{2L} \mp \underbrace{\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}}_{> \frac{R}{2L}}$$

ej giltig lösning då $w < 0$!

dvs $w_2 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$

$$w_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

$$B = w_2 - w_1 = \frac{R}{L} = \frac{w_0}{\frac{w_0 L}{R}} = \frac{w_0}{Q}$$