# Dugga ess116
# Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

18 oktober 2017 kl. 10.00-12.00 sal: SB

| | |
|---|---|
| Förfrågningar: | Ankn. 1808 |
| Lösningar: | Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5. |
| Bedömning: | En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng. |

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook

Fyra uppgifter om vardera 3 poäng. Resultat från duggan ger bonuspoäng till ordinarie tentan samma läsår samt till de två omtentor som följer direkt därefter, se tabellen nedan.

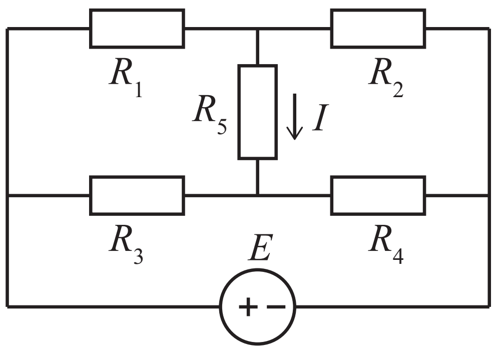
| *Poäng* | 0-5 | 6-9 | 10-12 |
|---|---|---|---|
| *Bonus* | 0 | 1 | 2 |

Lycka till!

1. Likströmskretsen i figur 1 består av fem resistanser och en spänningskälla. Beräkna strömmen $I$ genom resistans $R_5$.

$R_1 = 10\ \Omega$ $R_2 = 15\ \Omega$ $R_3 = 25\ \Omega$

$R_4 = 20\ \Omega$ $R_5 = 50\ \Omega$ $E = 4.0$ V

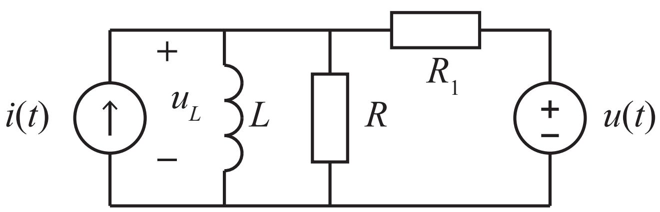



Figur 1: Likströmskrets

2. Beräkna spänningen $u_L(t)$ i växelströmskretsen som visas i figur 2. Antag sinusformat stationärtillstånd.

$R = 50\ \Omega$ $R_1 = 55\ \Omega$ $\omega L = 30\ \Omega$

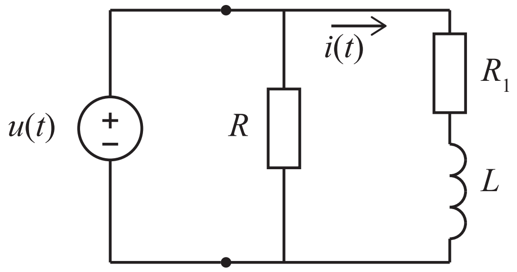
$u(t) = 100\cos(\omega t)$ V $i(t) = \sqrt{8}\cos(\omega t + 45°)$ A




Figur 2: Växelströmskrets

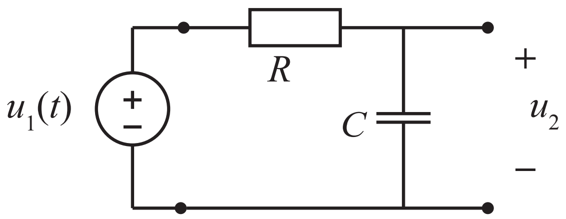
3. Spänningskällan i kretsen i figur 3 avger medeleffekten 980 W. Beräkna amplituden på strömmen $i(t)$ samt värdet på induktansen $L$. Antag sinusformat stationärtillstånd.

$$R = 70\ \Omega \qquad u(t) = \sqrt{2} \cdot 230 \cos(\omega t)\ \text{V}$$
$$R_1 = 30\ \Omega \qquad \omega = 2\pi \cdot 50\ \text{rad/s}$$

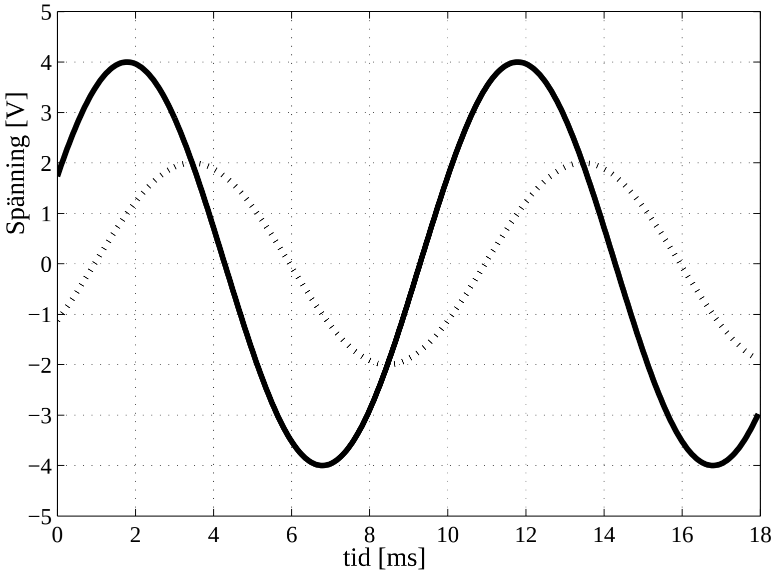



Figur 3: Tvåpol

4. Kretsen i figur 4 drivs med en växelspänningskälla. Insignalspänning $u_1(t)$ (heldragen linje) och utsignalspänning $u_2(t)$ (streckad linje) visas i figur 5. Antag sinusformat stationärtillstånd. Beräkna värdet på kapacitansen $C$ då resistansen $R$=2.8 kΩ.




Figur 4: RC krets

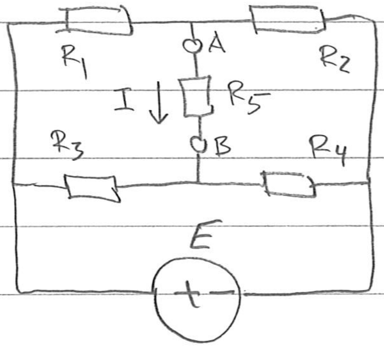



Figur 5: Signalerna $u_1(t)$ och $u_2(t)$

ess116 Dugga F2

2017-10-18

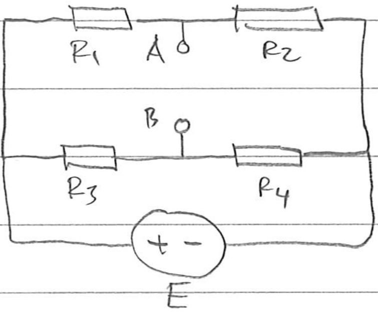
1.




$R_1 = 10\,\Omega$ $R_2 = 15\,\Omega$ $R_3 = 25\,\Omega$

$R_4 = 20\,\Omega$ $R_5 = 50\,\Omega$ $E = 4{,}0$ V

Betrakta kretsen som en tvåpol (A-B) med belastningsresistans $R_5$.




Tomgångsspänning $U_{th} = U_A - U_B$

$$U_A = E\frac{R_2}{R_1+R_2} \quad ; \quad U_B = E\frac{R_4}{R_3+R_4}$$

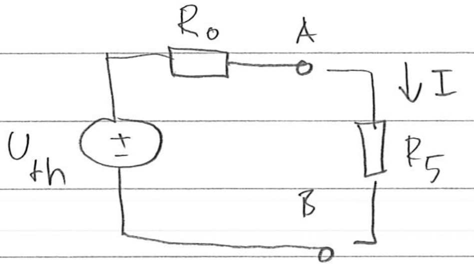
$$U_{th} = E\left(\frac{R_2}{R_1+R_2} - \frac{R_4}{R_3+R_4}\right) = 4\left(\frac{15}{10+15} - \frac{20}{25+20}\right)$$

$$U_{th} = 4\left(\frac{15}{25} - \frac{20}{45}\right) = 4\left(\frac{3}{5} - \frac{4}{9}\right) = 4\left(\frac{27-20}{45}\right) = \frac{28}{45} \approx 0{,}622\text{ V}$$

Ekvivalent resistans (kortslut E)

$$R_0 = R_1 /\!/ R_2 + R_3 /\!/ R_4 = \frac{10\cdot 15}{10+15} + \frac{25\cdot 20}{25+20} = 10\left(\frac{15}{25} + \frac{50}{45}\right) =$$

$$= 10\left(\frac{3}{5} + \frac{10}{9}\right) = 10\left(\frac{27+50}{45}\right) = \frac{2\cdot 77}{9} = \frac{154}{9} \approx 17{,}1\,\Omega$$




$$I = \frac{U_{th}}{R_0+R_5} = \frac{28}{45}\cdot\left(\frac{1}{\frac{154}{9}+50}\right)\text{ A}$$

$$I \approx 9{,}27\text{ mA}$$

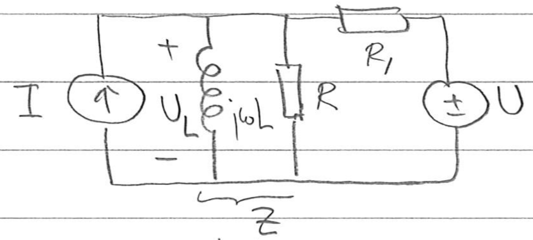
ess116 Dugga
2017-10-18

Z.

$j\omega$-transf. kretsen

$R = 50\,\Omega$  $\omega L = 30\,\Omega$

$R_1 = 55\,\Omega$



$u(t) = 100\cos(\omega t) \rightleftharpoons U = 100\angle 0^\circ$

$i(t) = \sqrt{8}\cos(\omega t + 45^\circ) \rightleftharpoons I = \sqrt{8}\angle 45^\circ$

Använd tex. superposition

$$Z = j\omega L // R = \frac{j\omega L R}{R + j\omega L} = \frac{j\,50\cdot 30}{50 + j30} = \frac{j150}{5+j3}$$

- Bidrag från U (nollställ I, I=0)

$$U_{L1} = U\frac{Z}{Z+R_1} = U\cdot\frac{1}{1+\frac{R_1}{Z}}$$

- Bidrag från I (nollställ U, U=0)

$$U_{L2} = I\cdot Z//R_1 = I\frac{Z\cdot R_1}{Z+R_1} = I\frac{R_1}{1+\frac{R_1}{Z}}$$

Summera: $$U_L = U_{L1} + U_{L2} = (U + IR_1)\cdot\frac{1}{1+\frac{R_1}{Z}}$$

$$U_L = \frac{100 + 55\cdot\sqrt{8}\angle 45^\circ}{1 + \frac{55\cdot(5+j3)}{j150}} = \frac{j150\left(100 + 55\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}(1+j)\right)}{j150 + 55\cdot 5 + j3\cdot 55} =$$

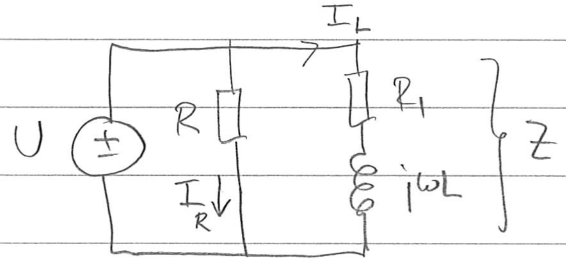
$$= \frac{j150(210 + j110)}{275 + j(315)} = \frac{150\angle 90^\circ\ \ 237.0\angle 27.6^\circ}{418.2\angle 48.9^\circ} =$$

$$= 85.0\angle 68.7^\circ$$

Svar: $u_L(t) = 85\cos(\omega t + 68.7^\circ)$ V

ess116 Dugga
2017-10-18

3. $j\omega$-transformera kretsen




$P_{tot} = 980\ W$

$R = 70\ \Omega$

$R_1 = 30\ \Omega$

$u(t) = \sqrt{2}\cdot 230 \cos(\omega t)\ V$

$\Rightarrow U = \sqrt{2}\cdot 230 \angle 0°$

$\omega = 2\pi \cdot 50\ rad/s$

$P_{tot} = 980\ W$

Medeleffekt utvecklas endast i resistanserna

$$P_R = \frac{1}{2} U I_R^* = \frac{1}{2} U \left(\frac{U}{R}\right)^* = \frac{1}{2} \frac{|U|^2}{R} = \frac{1}{2} \frac{(\sqrt{2}\cdot 230)^2}{70} = 755{,}7\ W$$

$$P_{R_1} = P_{tot} - P_R = 980 - 755{,}7 = 224{,}3\ W$$

$$P_{R_1} = \frac{1}{2} U_{R_1} \cdot I_L^* = \frac{1}{2}(I_L \cdot R_1)\cdot I_L^* = \frac{1}{2} R_1 |I_L|^2$$

$$|I_L|^2 = \frac{2 P_{R_1}}{R_1} \Rightarrow |I_L| = \sqrt{\frac{2\cdot 224{,}3}{30}} = \underline{3{,}87\ A}$$

$$U = I_L (R_1 + j\omega L)$$

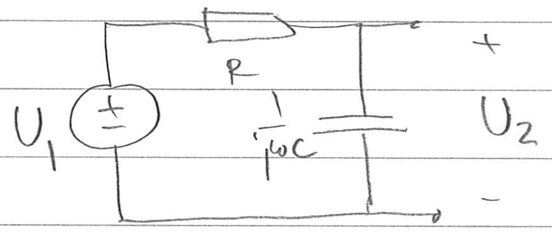
$$\left|\frac{U}{I_L}\right|^2 = |R_1 + j\omega L|^2 \ ; \ \left(\frac{U}{I_L}\right)^2 = R_1^2 + (\omega L)^2$$

$$\omega L = \sqrt{\left(\frac{U}{I_L}\right)^2 - R_1^2} \ ; \ L = \frac{1}{\omega}\sqrt{\left(\frac{U}{I_L}\right)^2 - R_1^2}$$

$$L = \frac{1}{100\pi}\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}\cdot 230}{3{,}87}\right)^2 - 30^2} = 0{,}25\ H$$

ess116 Dugga
2017-10-18

4. $j\omega$ - transformera




$R = 2{,}8\ \text{k}\Omega$

$U_r$ figur

$$\left|\frac{U_2}{U_1}\right| = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$T = 10\ \text{ms} \Rightarrow f = \frac{1}{T}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Sp. delning

$$U_2 = U_1 \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = U_1 \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \Rightarrow \left|\frac{U_2}{U_1}\right|^2 = \frac{1}{1 + (\omega RC)^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$(\omega RC)^2 + 1 = 4$$

$$(\omega RC)^2 = 3$$

$$\omega RC = \sqrt{3}$$

$$C = \frac{\sqrt{3}}{\omega R}$$

$$C = \frac{\sqrt{3} \cdot T}{R \cdot 2\pi} = \frac{\sqrt{3} \cdot 0{,}010}{2{,}8 \cdot 10^3 \cdot 2\pi} = 0{,}98 \cdot 10^{-6}$$

Svar: $C = 0{,}98\ \mu\text{F}$