Dugga ess116
Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

19 oktober 2016 kl. 10.00-12.00 sal: SB

Förfrågningar:	Ankn. 1808
Lösningar:	Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook

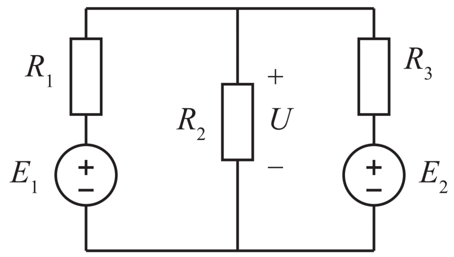
Fyra uppgifter om vardera 3 poäng. Resultat från duggan ger bonuspoäng till ordinarie tentan samma läsår samt till de två omtentor som följer direkt därefter, se tabellen nedan.

Poäng	0-5	6-9	10-12
Bonus	0	1	2

Lycka till!

1. Likströmskretsen i figur 1 består av tre resistanser och två spänningskällor. Beräkna spänningen U över resistans R_2.

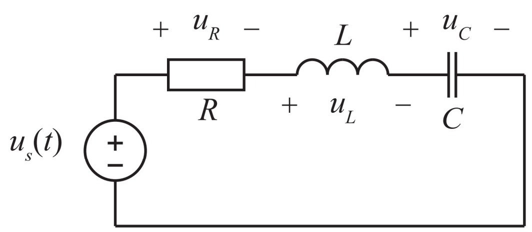
$$R_1 = 2.0\ \Omega \qquad R_2 = 4.0\ \Omega \qquad R_3 = 1.0\ \Omega$$
$$E_1 = 2.0\ \text{V} \qquad E_2 = 6.0\ \text{V}$$



Figur 1: Likströmskrets

2. Beräkna spänningarna $u_R(t)$, $u_L(t)$ och $u_C(t)$ i växelströmskretsen som visas i figur 2. Antag sinusformat stationärtillstånd. Med användning av $j\omega$-metoden kan dessa tre spänningar och källans spänning $u_s(t)$ representeras med visare (komplexa tal). Gör en skiss över dessa fyra spänningars visare i ett visardiagram.

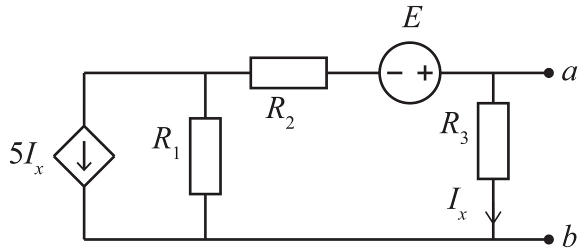
$$R = 3.0\ \Omega \qquad \omega L = 7.0\ \Omega \qquad \frac{1}{\omega C} = 3.0\ \Omega$$
$$u_s(t) = 50\cos(\omega t)\ \text{V}$$



Figur 2: Växelströmskrets

3. Studera kretsen i figur 3. Beräkna Thevenins ekvivalenta tvåpol för kretsen med avseende på polerna a och b.

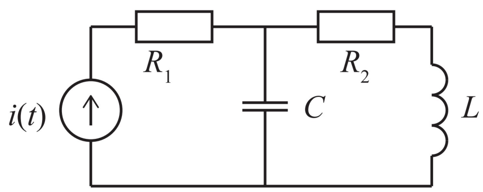
$R_1 = 2.0$ kΩ $\quad R_2 = 1.0$ kΩ $\quad R_3 = 3.3$ kΩ
$E = 8.0$ V



Figur 3: Tvåpol

4. Kretsen i figur 4 drivs med en växelströmkälla. Beräkna den aktiva samt reaktiva effekt som strömkällan levererar. Antag sinusformat stationärtillstånd.

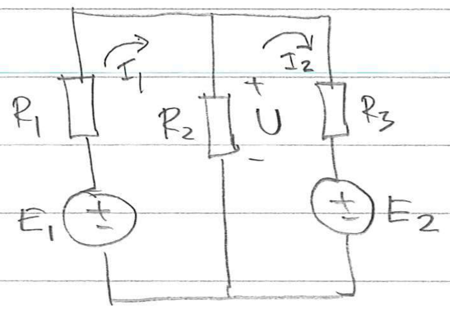
$R_1 = 2.0\ \Omega \quad L = 40\ \mu\text{H} \quad i(t) = 30\cos(\omega t)$ mA
$R_2 = 5.0\ \Omega \quad C = 40\ \mu\text{F} \quad \omega = 25 \cdot 10^3$ rad/s



Figur 4: Elektrisk krets

Elektriska Nät och System, F2
ess116 Dugga 16 10 19

1,



$R_1 = 2{,}0\ \Omega \qquad E_1 = 2{,}0\ V$

$R_2 = 4{,}0\ \Omega \qquad E_2 = 6{,}0\ V$

$R_3 = 1{,}0\ \Omega$

KVL. $\begin{cases} -E_1 + I_1R_1 + (I_1 - I_2)R_2 = 0 \\ E_2 + (I_2 - I_1)R_2 + I_2R_3 = 0 \end{cases}$

Maskanalys

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2+R_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ -E_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ -6 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{10-24}{30-16} = -1$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ -4 & -6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & -4 \\ -4 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{-36+8}{30-16} = -2$$

$$U = (I_1 - I_2)R_2 = $$
$$= (-1+2)\cdot 4 = 4{,}0 V$$

Ekv system

$\begin{cases} 6I_1 - 4I_2 = 2 & \times 2 \\ -4I_1 + 5I_2 = -6 & \times 3 \end{cases}$

$\begin{cases} 12I_1 - 8I_2 = 4 \\ -12I_1 + 15I_2 = -18 \end{cases}$

$7I_2 = -14 \quad \Rightarrow \quad I_2 = -2$

$6I_1 - 4(-2) = 2$

$6I_1 + 8 = 2 \quad \Rightarrow \quad I_1 = -1$

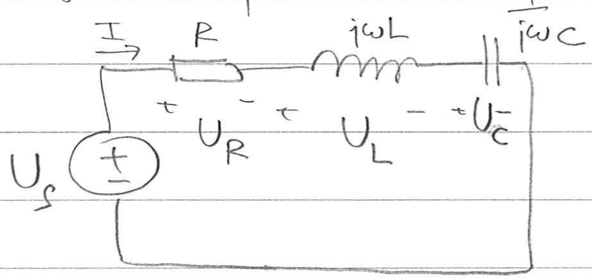
$$U = (I_1 - I_2)R_2 = $$
$$= (-1+2)\cdot 4 = 4{,}0\ V$$

ess 116 Dugga

161019

2.

jω-transformera



$R = 3{,}0\ \Omega$

$\omega L = 7{,}0\ \Omega$

$\frac{1}{\omega C} = 3{,}0\ \Omega$

$U_s(t) = 50\cos(\omega t)$

$\rightarrow U_s = 50\angle 0^\circ$

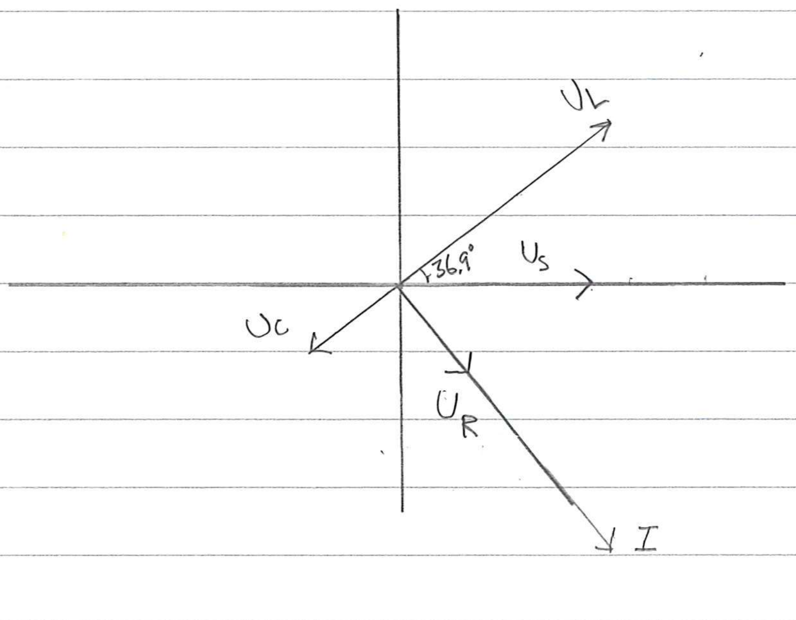
$$I = \frac{U_s}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{50}{3 + j(7-3)} = \frac{50}{3+j4}$$

$$I = \frac{50}{\sqrt{3^2+4^2}\,\angle \arctan\frac{4}{3}} = \frac{50}{5\angle 53{,}1^\circ} = 10\angle -53{,}1^\circ$$

$$U_R = I \cdot R = 30\angle -53{,}1^\circ$$

$$U_L = I \cdot j\omega L = 10\angle -53{,}1^\circ \cdot 7\angle 90^\circ = 70\angle 36{,}9^\circ$$

$$U_C = I \cdot \frac{1}{j\omega C} = 10\angle 53{,}1^\circ \cdot 3\angle -90^\circ = 30\angle -143{,}1^\circ$$



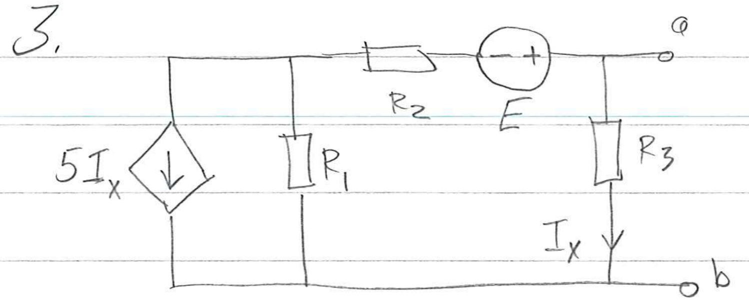
$u_R(t) = 30\cos(\omega t - 53{,}1^\circ)$ V

$u_L(t) = 70\cos(\omega t + 36{,}9^\circ)$ V

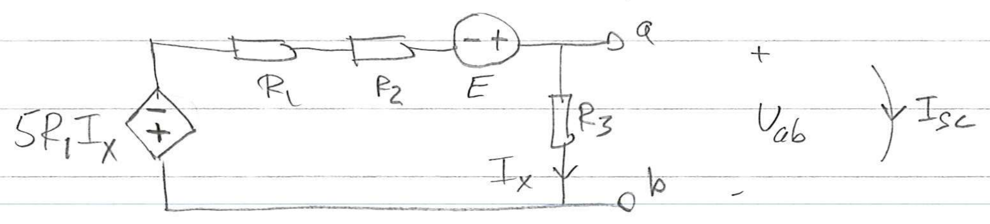
$u_C(t) = 30\cos(\omega t - 143{,}1^\circ)$ V

ess 116 Dugga
161019

3.



Norton-Theveninomvandling



Tomgångsspänning $U_{ab} = R_3 \cdot I_x$

KVL: $5R_1 I_x + I_x(R_1+R_2) - E + U_{ab} = 0$

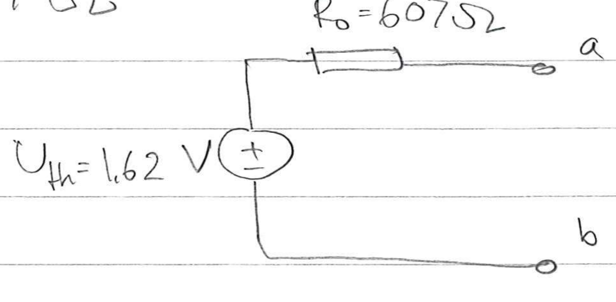
$$\frac{U_{ab}}{R_3}(R_1+R_2+5R_1) + U_{ab} = E \;;$$

$$U_{ab} = E \cdot \frac{R_3}{R_2+6R_1+R_3} = 8 \cdot \frac{3,3}{1+6\cdot 2+3,3} = 1,62 \text{ V}$$

Kortslutn. ström : $U_{ab} = 0 \Rightarrow I_x = 0$

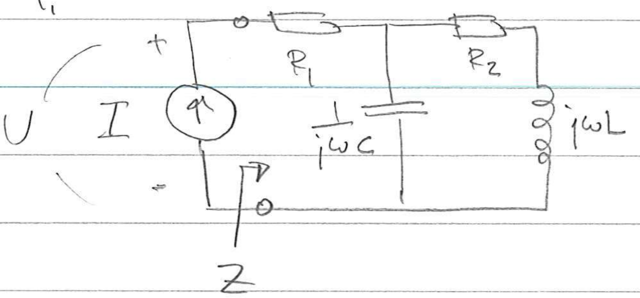
$$I_{sc}(R_1+R_2) - E = 0 \;; \quad I_{sc} = \frac{E}{R_1+R_2} = \frac{8}{3\cdot 10^3} = 2,67 \text{ mA}$$

$$R_0 = \frac{U_{ab}}{I_{sc}} = \frac{1,62}{2,67\cdot 10^{-3}} \simeq 607\ \Omega$$



ess116 Dugga
16 10 19

4. ~~jω-transf.~~



$R_1 = 2{,}0\ \Omega$ $\quad L = 40\ \mu H$

$R_2 = 5{,}0\ \Omega$ $\quad C = 40\ \mu F$

$i(t) = 30\cos(\omega t)$ mA

$\omega = 25 \cdot 10^3$ rad/s

$\Rightarrow \omega L = 1\ \Omega$

$\frac{1}{\omega C} = 1\ \Omega$

$$Z = R_1 + \frac{1}{j\omega C} \,//\, (R_2 + j\omega L) = R_1 + \frac{\frac{1}{j\omega C}(R_2 + j\omega L)}{\frac{1}{j\omega C} + R_2 + j\omega L} =$$

$$= 2 + \frac{-j(5+j)}{-j+5+j} = 2 + \frac{1}{5}(1 - j5) = 2{,}2 - j$$

Impedansen upptar effekten $S = \frac{1}{2} U I^* = \frac{1}{2} Z \cdot I \cdot I^*$

$$S = \frac{1}{2} Z |I|^2 = \frac{1}{2}(30 \cdot 10^{-3})^2 (2{,}2 - j) =$$

$$= 0{,}99 \cdot 10^{-3} - j\,0{,}45 \cdot 10^{-3}$$

Den effekt som impedansen upptar levereras av strömkällan

Svar: Aktiv effekt $\mathrm{Re}\{S\} = P = 0{,}99$ mW

Reaktiv effekt $\mathrm{Im}\{S\} = Q = -0{,}45$ mW

1