

Dugga ess116

Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

22 oktober 2015 kl. 10.00-12.00 sal: V

Förfrågningar: Ankn. 1808
Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook

Fyra uppgifter om vardera 3 poäng. Resultat från duggan ger bonuspoäng till ordinarie tentan i december (samma år) samt till de två omtentor som följer direkt därefter, se tabellen nedan.

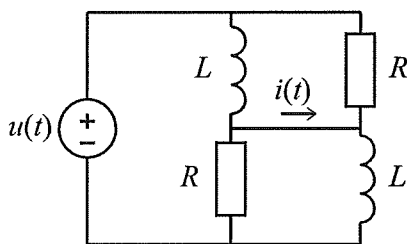
<i>Poäng</i>	0-5	6-9	10-12
<i>Bonus</i>	0	1	2

Lycka till!

1. Växelskretsens i figur 1 består av två resistanser, två kapacitanser och en spänningskälla. Beräkna strömmen $i(t)$ som den är angiven i figuren. Antag sinusformat stationärtillstånd.

$$R = 2.0 \, \Omega \qquad C = 0.50 \, \text{mF}$$

$$u(t) = \sqrt{8} \cos(\omega t + 45^\circ) \, \text{V} \qquad \omega = 1.0 \cdot 10^3 \, \text{rad/s}$$

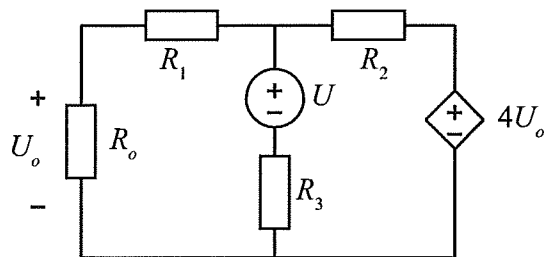


Figur 1: Växelskrets

2. En likströmskrets har ett utseende enligt figur 2. Beräkna spänningen U_o över resistansen R_o .

$$R_1 = 3.0 \, \Omega \qquad R_2 = 5.0 \, \Omega \qquad R_3 = 1.0 \, \Omega$$

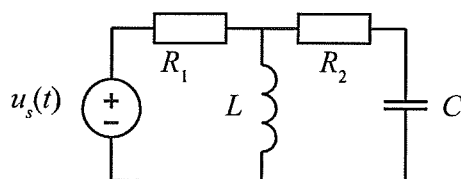
$$R_o = 2.0 \, \Omega \qquad U = 3.0 \, \text{V}$$



Figur 2: Likströmskrets

3. Växelströmskretsen i figur 3 består av en spänningskälla och fyra övriga krets-element (R , L och C). Beräkna medeleffekten som utvecklas i resistansen R_2 . Antag sinusformat stationärtillstånd.

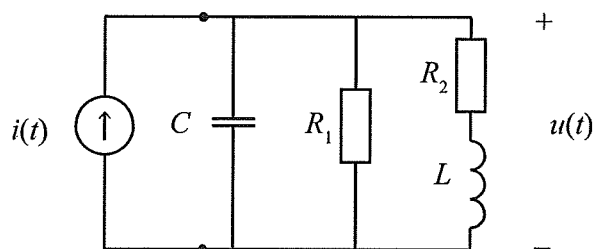
$$\begin{aligned} R_1 &= 1.0 \, \Omega & L &= 3.0 \, \text{H} & u_s(t) &= 8.0 \cos(2t - 40^\circ) \, \text{V} \\ R_2 &= 2.0 \, \Omega & C &= 0.25 \, \text{F} \end{aligned}$$



Figur 3: Växelströmskrets

4. Kretsen i figur 4 drivs med en växelströmkälla. Beräkna den vinkel-frekvens ω där källans ström $i(t)$ och den i figuren angivna spänningen $u(t)$ är i fas (strömmens och spänningens maxvärde infaller samtidigt). Antag sinusformat stationärtillstånd.

$$\begin{aligned} R_1 &= 10 \, \Omega & L &= 2.0 \, \text{H} & i(t) &= I_m \cos(\omega t) \, \text{A} \\ R_2 &= 2.0 \, \Omega & C &= 0.10 \, \text{F} & I_m &= 10 \, \text{A} \end{aligned}$$



Figur 4: Elektrisk krets

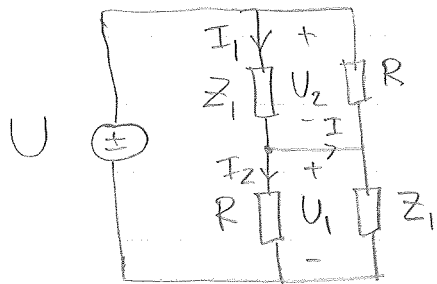
j ω -transformera

$$\omega = 1,0 \cdot 10^3 \text{ rad/s} \quad C = 0,5 \text{ mF}$$

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C} = -j2$$

$$R = 2,0 \, \Omega$$

$$U = \sqrt{8} \angle 45^\circ = \sqrt{8} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (1+j) = 2(1+j)$$



$$Z = Z_1 \parallel R \quad \text{Spänningsdelning ger } U_1 = U \frac{Z_1}{Z_1 + Z_1} = \frac{U}{2} = U_2$$

$$\text{KVL: } I_1 - I_2 - I = 0$$

$$I = I_1 - I_2 = \frac{U}{2} \cdot \frac{1}{Z_1} - \frac{U}{2} \cdot \frac{1}{R} =$$

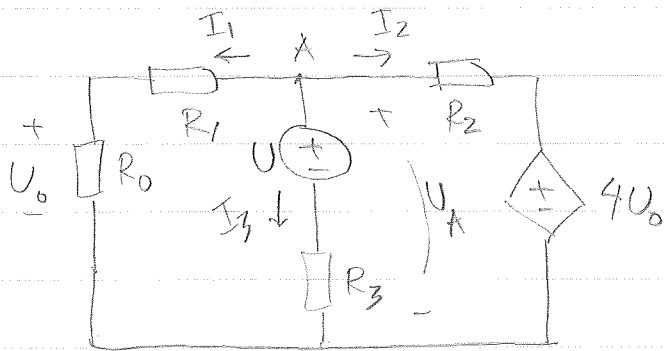
$$= \frac{U}{2} \left(\frac{1}{-j2} - \frac{1}{2} \right) = \frac{U}{4} (j-1) = \left\{ U = 2(1+j) \right\} j =$$

$$= \frac{2(j-1)(1+j)}{4} = \frac{1}{2} (j-1-1-j) = -1 = 1 \angle -180^\circ$$

$$\text{Svar: } i(t) = \cos(\omega t - 180^\circ) = -\cos(\omega t) \text{ A}$$

15/10/22

2.



$$R_1 = 3,0 \, \Omega$$

$$R_2 = 5,0 \, \Omega$$

$$R_3 = 1,0 \, \Omega$$

$$R_0 = 2,0 \, \Omega$$

$$U = 3,0 \, \text{V}$$

$$\begin{cases} U_A = I_1 (R_0 + R_1) & I_1 = U_A / (R_0 + R_1) \\ U_A = I_2 R_2 + 4U_0 & I_2 = (U_A - 4U_0) / R_2 = (U_A - U_A \frac{4R_0}{R_1 + R_0}) / R_2 \\ U_A = U + I_3 R_3 & I_3 = (U_A - U) / R_3 \\ I_1 + I_2 + I_3 = 0 \\ U_0 = I_1 R_0 = U_A \frac{R_0}{R_1 + R_0} & U_A = U_0 \frac{R_1 + R_0}{R_0} \end{cases}$$

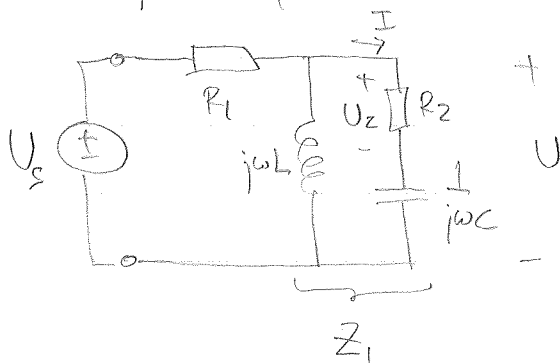
$$\frac{U_A}{R_0 + R_1} + U_A \left(\frac{1}{R_2} - \frac{4R_0}{R_2(R_1 + R_0)} \right) + \frac{U_A}{R_3} - \frac{U}{R_3} = 0$$

$$U_A \left[\frac{1}{R_0 + R_1} + \frac{1}{R_2} \left(1 - \frac{4R_0}{R_1 + R_0} \right) + \frac{1}{R_3} \right] = \frac{U}{R_3}$$

$$U_0 \cdot \frac{R_1 + R_0}{R_0} \left[\frac{1}{R_0 + R_1} + \frac{1}{R_2} \left(1 - \frac{4R_0}{R_1 + R_0} \right) + \frac{1}{R_3} \right] = \frac{U}{R_3}$$

$$U_0 \left[\frac{1}{R_0} + \frac{R_1 + R_0}{R_0 R_2} - \frac{4}{R_2} + \frac{R_1 + R_0}{R_0 R_3} \right] = \frac{U}{R_3}$$

$$U_0 = \frac{U}{\frac{R_3}{R_0} + \frac{R_3(R_1 + R_0)}{R_0 R_2} - \frac{4R_3}{R_2} + \frac{R_1 + R_0}{R_0}} = \dots = \frac{30}{27} \approx 1,11 \, \text{V}$$

3. $j\omega$ -transformera

$$R_1 = 1,0 \Omega \quad L = 3,0 \text{ H}$$

$$R_2 = 2,0 \Omega \quad C = 0,25 \text{ F}$$

$$\omega = 2 \text{ rad/s}$$

$$U_s = 8 \angle -40^\circ$$

$$Z_1 = j\omega L \parallel \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C} \right) = \frac{j\omega L \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C} \right)}{R_2 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j6(2-j2)}{2+j6-j2} = \frac{j6(2-j2)}{2+j4} = \frac{j6(1-j)}{1+j2} =$$

Spänningsdelning

$$U = U_s \cdot \frac{Z_1}{R_1 + Z_1}$$

Spänningsdelning igen

$$U_2 = U \frac{R_2}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}}$$

Medel effekt i R_2

$$P_2 = \frac{1}{2} U_2 I^* = \frac{1}{2} U_2 \left(\frac{U_2}{R_2} \right)^* = \frac{1}{2} \frac{|U_2|^2}{R_2}$$

$$|U_2| = |U| \cdot \frac{R_2}{|R_2 + \frac{1}{j\omega C}|} = |U_s| \cdot \frac{|Z_1|}{|R_1 + Z_1|} \cdot \frac{R_2}{|R_2 + \frac{1}{j\omega C}|} =$$

$$|U_2|^2 = \frac{8^2 \cdot (3,6^2 + 1,2^2)}{(4,6^2 + 1,2^2)} \cdot \frac{2}{(2^2 + 2^2)} = 20,39$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \frac{|U_2|^2}{R_2} = \dots = 5,1 \text{ W}$$

4.

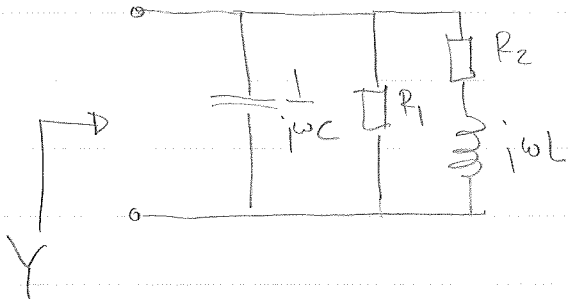
 $j\omega$ -transformerare

$$R_1 = 10 \Omega$$

$$R_2 = 20 \Omega$$

$$L = 2,0 \text{ H}$$

$$C = 0,10 \text{ F}$$



Teckna tvåpolens admittans

$$Y = \frac{1}{R_1} + j\omega C + \frac{1}{R_2 + j\omega L} = \frac{1}{R_1} + j\omega C + \frac{R_2 - j\omega L}{R_2^2 + (\omega L)^2} =$$

$$= \frac{1}{R_1} + \frac{R_2}{R_2^2 + (\omega L)^2} + j\left(\omega C - \frac{\omega L}{R_2^2 + (\omega L)^2}\right)$$

Resonans då $\text{Im}\{Y\} = 0$

$$\omega C = \frac{\omega L}{R_2^2 + (\omega L)^2}$$

$$R_2^2 + (\omega L)^2 = \frac{L}{C}$$

$$(\omega L)^2 = \frac{L}{C} - R_2^2$$

$$\omega L = \sqrt{\frac{L}{C} - R_2^2}$$

$$\omega = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{L}{C} - R_2^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{0,10} - 2^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{20 - 4} =$$

$$= 2 \text{ rad/s}$$