

# Dugga ess116

## Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

23 oktober ~~2013~~ kl. 10.00-12.00 sal: V

2014

Förfrågningar: Ankn. 1597 (Christopher Lindberg)  
Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.  
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook

Fyra uppgifter om vardera 3 poäng. Resultat från duggan ger bonuspoäng till ordinarie tentan i december (samma år) samt två omtentor därefter enligt tabellen nedan.

<i>Poäng</i>	0-5	6-9	10-12
<i>Bonus</i>	0	1	2

Lycka till!

1. Likströmskretsen i figur 1 består av fyra resistanser och en spänningskälla. Beräkna spänningen  $U_x$  mellan vänster och höger sida av kretsen enligt figuren.

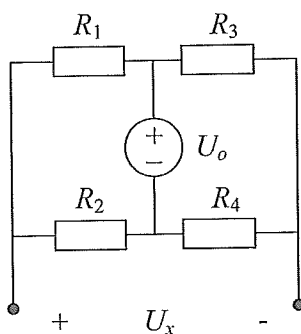
$$R_1 = 16 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 24 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 30 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = 20 \text{ k}\Omega$$

$$U_0 = 15 \text{ V}$$



Figur 1: Likströmskrets

2. En växelströmskrets har ett utseende enligt figur 2. Beräkna strömmen  $i_C(t)$  samt spänningen  $u_R(t)$  i kretsen. Antag sinusformat stationärtillstånd.

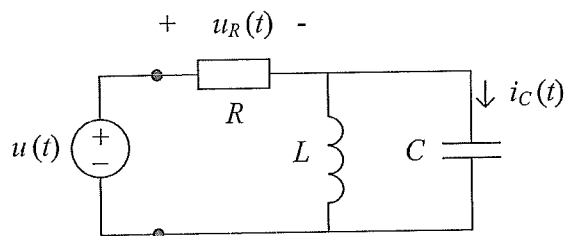
$$u(t) = 10 \cos(\omega t + 30^\circ) \text{ V}$$

$$R = 10 \text{ }\Omega$$

$$\omega = 10 \text{ rad/s}$$

$$L = 1.0 \text{ H}$$

$$C = 20 \text{ mF}$$

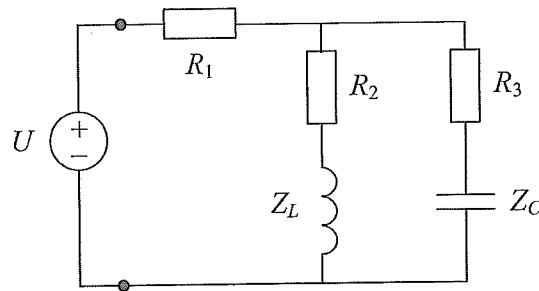


Figur 2: Växelströmskrets

3. Växelskretsens i figur 3 består av en spänningskälla samt en impedans  $Z$  uppbyggd av fem kretselement ( $R$ ,  $L$  och  $C$ ). Antag sinusformat stationärtillstånd. Kretsen i figuren är  $j\omega$ -transformerad.

$$\begin{array}{lll} R_1 = 1.0 \, \Omega & R_2 = 8.0 \, \Omega & R_3 = 10 \, \Omega \\ Z_L = j6.0 \, \Omega & Z_C = -j4.0 \, \Omega & U = 24 \angle 45^\circ \, \text{V} \end{array}$$

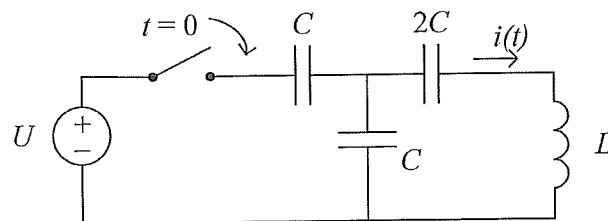
- (a) Beräkna den medeleffekt som förbrukas i resistansen  $R_1$ .  
 (b) Hur påverkas resultatet i uppgift (a) om  $U = 24 \angle -45^\circ \, \text{V}$ .



Figur 3:  $j\omega$ -transformerad växelskrets

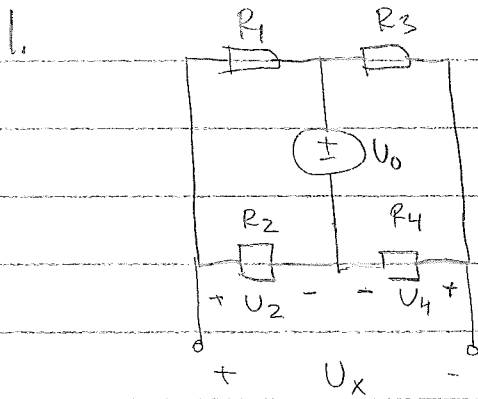
4. Kretsen i figur 4 saknar begynnelseenergi vid  $t \leq 0$ .  
 Vid  $t = 0$  sluts brytaren och likspänningskällan  $U$  kopplas in i kretsen.  
 Beräkna strömmen  $i(t)$ .

$$C = 20 \, \text{mF} \quad L = 0.50 \, \text{H} \quad U = 20 \, \text{V}$$



Figur 4: Elektrisk krets

2014-10-23



$$R_1 = 16 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 24 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 30 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = 20 \text{ k}\Omega$$

$$U_0 = 15 \text{ V}$$

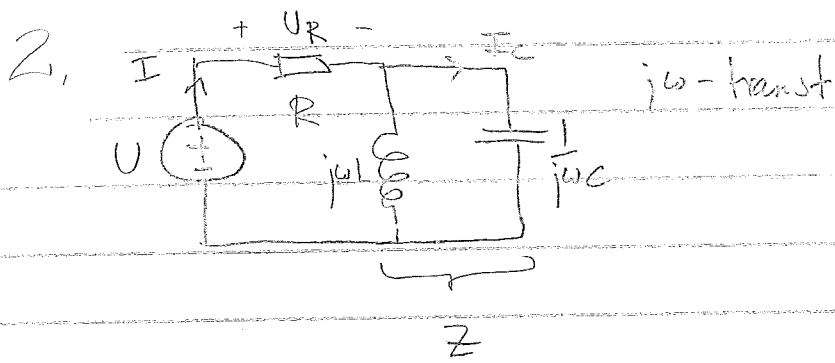
Spänningsdelning

$$U_2 = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad ; \quad U_4 = U_0 \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$\text{KVL:} \quad -U_X + U_2 - U_4 = 0$$

$$U_X = U_2 - U_4 = U_0 \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) =$$

$$= 15 \left( \frac{24}{16 + 24} - \frac{20}{30 + 20} \right) = 3 \text{ V}$$



$$u(t) = 10 \cos(\omega t + 30^\circ) \text{ V}$$

$$\Rightarrow U = 10 / 30^\circ \text{ V}$$

$$R = 10 \Omega$$

$$\omega = 10 \text{ rad/s}$$

$$L = 1,0 \text{ H}$$

$$C = 20 \text{ mF}$$

$$Z = j\omega L \parallel \frac{1}{j\omega C} =$$

$$= \frac{j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC} = \Rightarrow j\omega L = j10 \Omega$$

$$\frac{1}{j\omega C} = -j5 \Omega$$

$$= \frac{j10}{1 - 2} = -j10$$

Sp. delning  $U_R = U \frac{R}{R + Z} = \frac{10 / 30^\circ \cdot 10}{10 - j10} =$

$$= \frac{10 / 30^\circ}{1 - j} = \frac{10 / 30^\circ}{\sqrt{2} / -45^\circ} = \frac{10}{\sqrt{2}} / 75^\circ$$

$$\Rightarrow u_p(t) = 7,07 \cos(10t + 75^\circ) \text{ V}$$

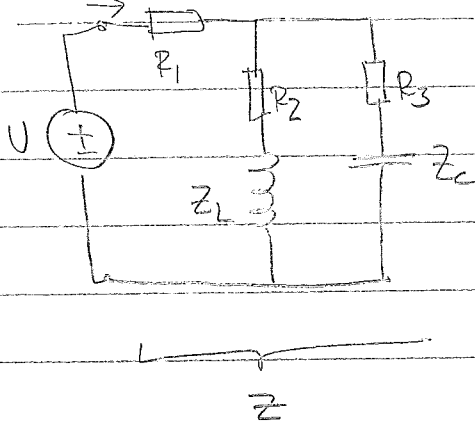
$$I = \frac{U_R}{R} = \frac{10}{10\sqrt{2}} / 75^\circ$$

Strömdelning  $I_C = I \frac{j\omega L}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = I \frac{j10}{j10 - j5} =$

$$= 2I = \frac{2}{\sqrt{2}} / 75^\circ = \sqrt{2} / 75^\circ$$

Svar:  $u_p(t) = 7,07 \cos(10t + 75^\circ) \text{ V}$

$$i_C(t) = 1,41 \cos(10t + 75^\circ) \text{ A}$$

3.  $j\omega$ -transf. krets

$$R_1 = 1.0 \, \Omega$$

$$R_2 = 8.0 \, \Omega$$

$$R_3 = 10 \, \Omega$$

$$Z_L = j6.0 \, \Omega$$

$$Z_C = -j4.0 \, \Omega$$

$$U = 24 / 45^\circ \, \text{V}$$

$$Z = R_1 + (R_2 + Z_L) \parallel (R_3 + Z_C) = R_1 + \frac{(R_2 + Z_L)(R_3 + Z_C)}{R_2 + R_3 + Z_L + Z_C} =$$

$$= R_1 + \frac{R_2 R_3 + R_2 Z_C + R_3 Z_L + Z_L Z_C}{R_2 + R_3 + Z_L + Z_C} =$$

$$= 1 + \frac{80 - j32 + j60 + 24}{18 + j2} = 1 + \frac{104 + j28}{18 + j2} =$$

$$= 1 + \frac{107.7 / 15.1^\circ}{18.1 / 6.3^\circ} = 1 + 5.95 / 8.8^\circ =$$

$$= 6.88 + j0.91 \, \Omega = 6.94 / 7.5^\circ$$

$$U = I \cdot Z$$

$$\text{Resistans } R_1: S_{R_1} = \frac{1}{2} U_{R_1} I^* = \frac{1}{2} (I \cdot R_1) I^* =$$

$$= \frac{1}{2} R_1 |I|^2 \quad (\text{Reellt} \Rightarrow \text{Medeleffekt})$$

$$a) S_{R_1} = P_{R_1} = \frac{1}{2} R_1 \left| \frac{U}{Z} \right|^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.0 \left( \frac{24}{6.94} \right)^2 = 6.0 \, \text{W}$$

b) Resultatet påverkas ej, endast  $|U|$  har betydelse.