

Tentamen

ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

9 januari 2017 kl. 14.00-18.00 sal: Konferenshallen

Förfrågningar: Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat: Rapporteras in i Ladok
Granskning: Onsdag 25 januari kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311.
Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet),
i korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte med 7 sidor)

Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

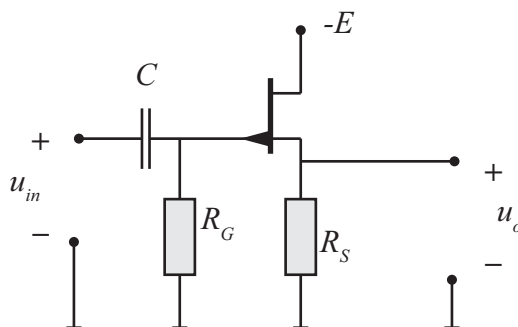
<i>Poäng</i>	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
<i>Betyg</i>	U	3	4	5

Lycka till!

1. Beräkna spänningsförstärkningen u_o/u_{in} i transistorkretsen som visas i figur 1. Kapacitansens impedans kan försummas vid aktuella signalfrekvenser ($\frac{1}{\omega C} \approx 0$).

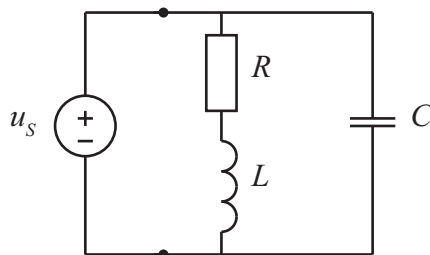
$$R_G = 10 \text{ M}\Omega \quad R_S = 10 \text{ k}\Omega \quad E = 10 \text{ V}$$

$$g_m = 2.0 \text{ mA/V} \quad (\text{vid aktuell arbetspunkt})$$



Figur 1: Transistorkrets

2. Kretsen i figur 2 drivs med en oberoende källa som genererar en sinusformad spänning där frekvensen kan varieras. Vid vilken frekvens erhålls resonans i kretsen (impedansen blir rent reell)? Vilket värde får impedansen uppbyggd av R , L och C vid resonans.



Figur 2: Impedans

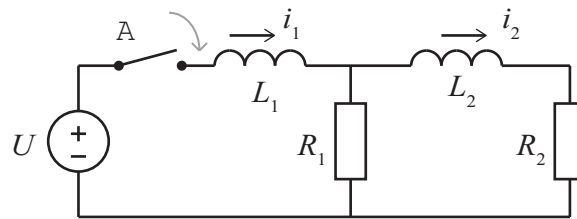
$$R = 50 \text{ }\Omega$$

$$L = 8.0 \text{ mH}$$

$$C = 10 \text{ nF}$$

3. Kretsen i figur 3 saknar begynnelseenergi. Vid tidpunkten $t = 0$ sluts brytaren A. Beräkna strömmen $i_2(t)$ för $t \geq 0$.

$$\begin{array}{lll} L_1 = 8.4 \text{ H} & R_1 = 42 \ \Omega & U = 336 \text{ V} \\ L_2 = 10 \text{ H} & R_2 = 48 \ \Omega & \end{array}$$



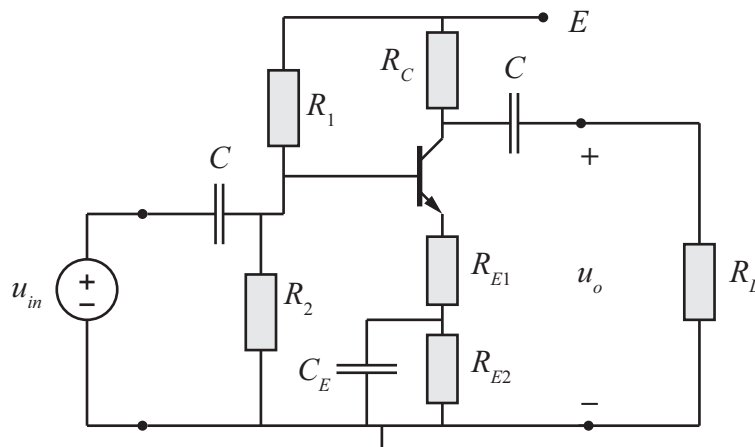
Figur 3: Elektrisk krets

4. En transistorförstärkare har ett utseende enligt figur 4.

- Beräkna förstärkarens inresistans R_{in} .
- Beräkna spänningsförstärkningen u_o/u_{in} med belastningsresistansen R_L inkopplad.

$$\begin{array}{lll}
 R_1 = 10 \text{ k}\Omega & R_C = 1.0 \text{ k}\Omega & R_L = 2.0 \text{ k}\Omega \\
 R_2 = 5.0 \text{ k}\Omega & R_{E1} = 100 \text{ }\Omega & R_{E2} = 900 \text{ }\Omega \\
 h_{ie} = 630 \text{ }\Omega & h_{fe} = 100 & E = 15 \text{ V}
 \end{array}$$

Kapacitansernas impedanser kan försummas vid aktuella signalfrekvenser ($\frac{1}{\omega C} \approx 0$, även för C_E).



Figur 4: Transistorförstärkare

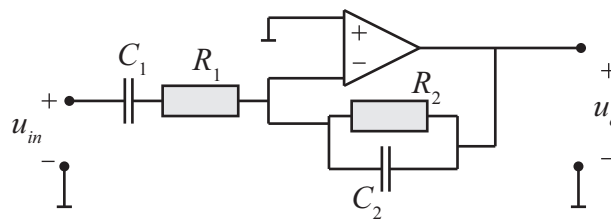
5. Utgå ifrån operationsförstärkarkretsen i figur 5. Två sådana förstärkarsteg kaskadkopplas. Antag ideala operationsförstärkare.
- Beräkna totala förstärkarens stigtid.
 - Beräkna totala förstärkarens maximala förstärkning.
 - Beräkna totala förstärkarens pulsfall om pulslängden är 0.6 ms.

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$C_1 = 1.0 \text{ }\mu\text{F}$$

$$R_2 = 100 \text{ k}\Omega$$

$$C_2 = 1.0 \text{ nF}$$

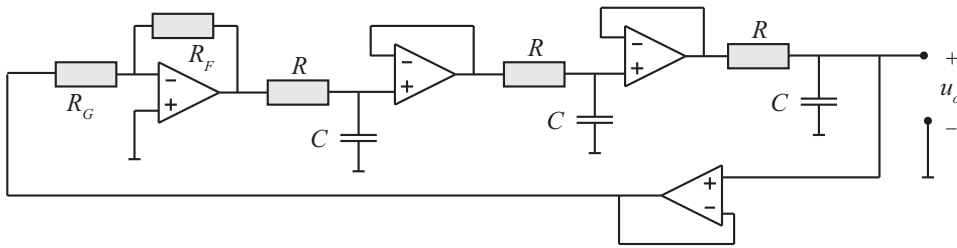


Figur 5: Operationsförstärkarkrets

6. Beräkna värdet på resistanserna R_F och R så att oscillatorkretsen i figur 6 svänger sinusformigt med vinkelfrekvensen $\omega = \sqrt{3} \cdot 10^4$ rad/s. Antag ideala operationsförstärkare.

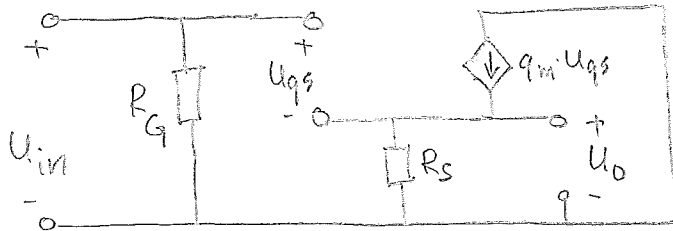
$$C = 10 \text{ nF}$$

$$R_G = 180 \text{ k}\Omega$$



Figur 6: Oscillatorkrets

1. Småsignal schema



$$R_G = 10 \text{ M}\Omega$$
$$R_S = 10 \text{ k}\Omega$$
$$g_m = 2.0 \cdot 10^{-3} \text{ A/V}$$

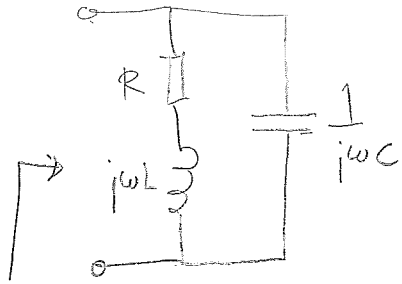
$$\begin{cases} U_o = g_m \cdot U_{gs} \cdot R_S \\ U_{in} = U_{gs} + g_m U_{gs} \cdot R_S \end{cases}$$

$$\frac{U_o}{U_{in}} = \frac{g_m U_{gs} \cdot R_S}{U_{gs} + g_m U_{gs} R_S} = \frac{g_m R_S}{1 + g_m R_S}$$

$$\frac{U_o}{U_{in}} = \frac{2.0 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^3}{1 + 2.0 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^3} = \frac{20}{21} \approx 0.95$$

("Gånger ett förstärkare" - "spänningsföljare")

2.



$R = 50 \Omega$
 $L = 8,0 \text{ mH}$
 $C = 10 \text{ nF}$

$Z = \frac{1}{Y}$ Teckna admittansen Y

$$Y = \frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C = \frac{R - j\omega L}{(R + j\omega L)(R - j\omega L)} + j\omega C =$$

$$= \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j\omega \left(C - \frac{L}{R^2 + (\omega L)^2} \right)$$

$= 0 \text{ ty } \text{Im}\{Y\} = 0$

$$R^2 + (\omega L)^2 = \frac{L}{C} ; \quad \omega^2 L^2 = \frac{L}{C} - R^2$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2 ; \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{8 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-9}} - \frac{50^2}{(8 \cdot 10^{-3})^2}}$$

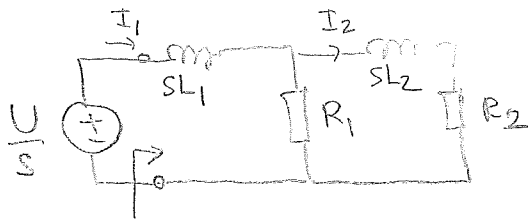
$$\omega = 111,6 \text{ krad/s}$$

Vid resonans

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{R^2 + (\omega L)^2}{R} = R + \frac{(\omega L)^2}{R} =$$

$$= 50 + \frac{(111,6 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^{-3})^2}{50} = 16,0 \text{ k}\Omega$$

3. Laplace transform.



$$R_1 = 42 \Omega, R_2 = 48 \Omega$$

$$L_1 = 8,4 \text{ H}, L_2 = 10 \text{ H}$$

$$U = 336 \text{ V}$$

$$Z = sL_1 + \frac{R_1(R_2 + sL_2)}{R_1 + R_2 + sL_2} = \frac{sL_1(R_1 + R_2 + sL_2) + R_1R_2 + sR_1L_2}{R_1 + R_2 + sL_2}$$

$$= \frac{s^2 L_1 L_2 + s(L_1(R_1 + R_2) + R_1 L_2) + R_1 R_2}{R_1 + R_2 + sL_2}$$

$$I_1 = \frac{U}{s} \cdot \frac{1}{Z}$$

$$I_2 = I_1 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 + sL_2} = \frac{U}{s} \cdot \frac{(R_1 + R_2 + sL_2) \cdot R_1}{(s^2 L_1 L_2 + s(L_1(R_1 + R_2) + R_1 L_2) + R_1 R_2)(R_1 + R_2 + sL_2)}$$

$$= \frac{U}{s} \cdot \frac{\frac{R_1}{L_1 L_2}}{s^2 + s\left(\frac{R_1 + R_2}{L_2} + \frac{R_1}{L_1}\right) + \frac{R_1 R_2}{L_1 L_2}} =$$

$$= \frac{U}{s} \cdot \frac{0,5}{s^2 + s \cdot 14 + 24} = \frac{U}{s} \cdot \frac{0,5}{(s+2)(s+12)} =$$

$$= \{P.B.U.\} = U \cdot \left\{ \frac{A}{s} + \frac{B}{s+2} + \frac{C}{s+12} \right\}$$

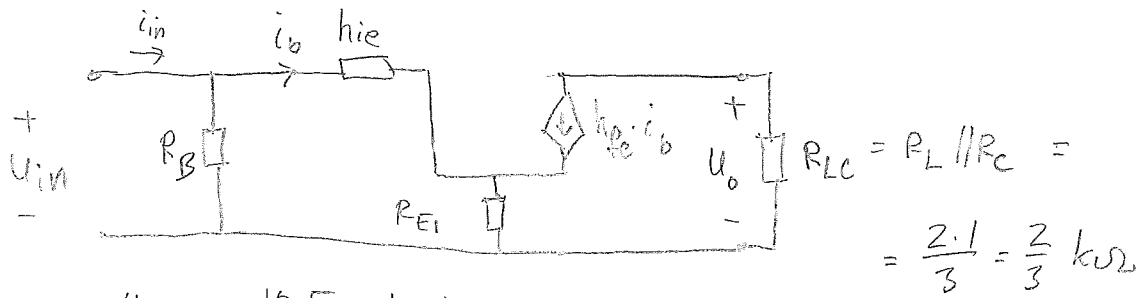
$$A = \frac{0,5}{2 \cdot 12} = \frac{1}{48}; \quad B = \frac{0,5}{(-2)(10)} = -\frac{1}{40}; \quad C = \frac{0,5}{(-12)(-10)} = \frac{1}{240}$$

$$I_2 = \frac{7}{s} - \frac{8,4}{s+2} + \frac{1,4}{s+12}$$

$$i_2(t) = \mathcal{L}^{-1}\{I_2\} = (7 - 8,4 e^{-2t} + 1,4 e^{-12t}) \cdot \theta(t) \text{ A}$$

Small signal schema

4.



$$R_B = R_1 \parallel R_2 = \frac{10 \cdot 5}{15} = \frac{10}{3} \text{ k}\Omega$$

$$R_{LC} = R_L \parallel R_C = \frac{2 \cdot 1}{3} = \frac{2}{3} \text{ k}\Omega$$

$$\begin{cases} U_o = -h_{fe} \cdot i_b \cdot R_{LC} \\ U_{in} = i_b \cdot h_{ie} + (1+h_{fe})i_b \cdot R_{EI} \end{cases}$$

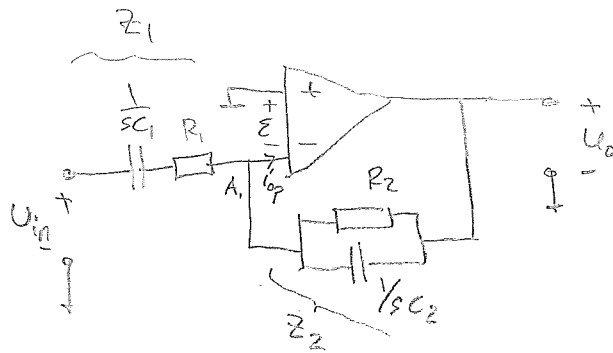
$$\frac{U_o}{U_{in}} = - \frac{h_{fe} \cdot R_{LC}}{h_{ie} + (1+h_{fe})R_{EI}} = - \frac{100 \cdot \frac{2}{3} \cdot 10^3}{630 + 101 \cdot 100} = -6.2997$$

$$R_{in} = \frac{U_{in}}{i_{in}} \quad ; \quad i_{in} = \frac{U_{in}}{R_B} + i_b$$

$$i_b = \frac{U_{in}}{h_{ie} + (1+h_{fe})R_{EI}}$$

$$R_{in} = \frac{U_{in}}{\frac{U_{in}}{R_B} + \frac{U_{in}}{h_{ie} + (1+h_{fe})R_{EI}}} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{10}{3} \cdot 10^3} + \frac{1}{630 + 101 \cdot 100}} = 2.54 \text{ k}\Omega$$

5.



Ideal op-förs } $\varepsilon = 0$
Neg. återkoppling } $i_{op} = 0$

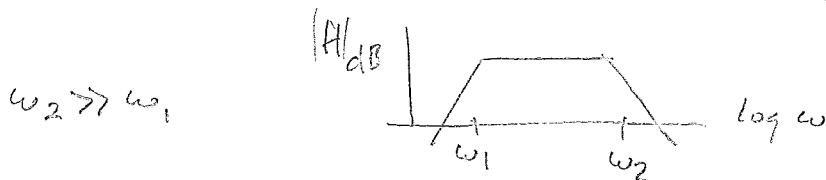
$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{sC_1} = \frac{1 + sR_1C_1}{sC_1}$$

$$Z_2 = R_2 \parallel \frac{1}{sC_2} = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} = \frac{R_2}{1 + sR_2C_2}$$

KCL A: $\frac{U_{in}}{Z_1} + \frac{U_o}{Z_2} = 0$

$$\frac{U_o}{U_{in}} = - \frac{Z_2}{Z_1} = - \frac{R_2}{1 + sR_2C_2} \cdot \frac{sC_1}{1 + sR_1C_1} = \left\{ \begin{array}{l} \omega_1 = \frac{1}{R_1C_1} = 100 \text{ rad/s} \\ \omega_2 = \frac{1}{R_2C_2} = 10 \cdot 10^3 \text{ rad/s} \end{array} \right\} =$$

$$= \frac{-sR_2C_1}{(1 + \frac{s}{\omega_2})(1 + \frac{s}{\omega_1})} = H(s) ; H(j\omega) = \frac{-j\omega R_2C_1}{(1 + j\frac{\omega}{\omega_2})(1 + j\frac{\omega}{\omega_1})}$$



Z-kastadkopplade förstärkare

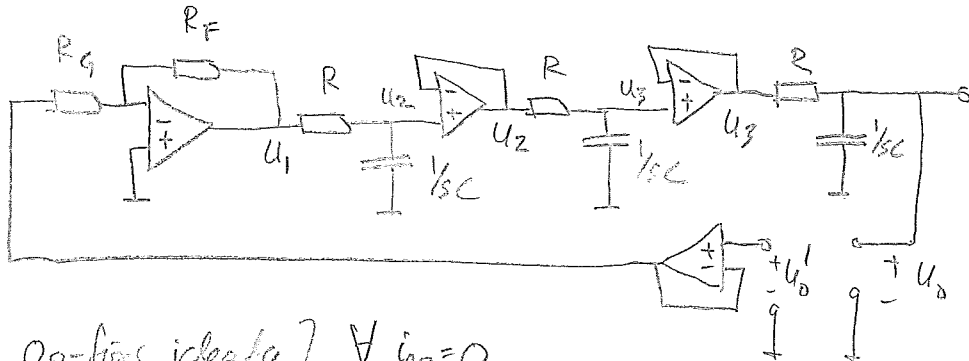
a) $\omega_{\text{tot}} = \omega_2 \sqrt{2^2 - 1}$; $t_{r/\text{tot}} \approx \frac{Z_2}{\omega_{\text{tot}}} = \frac{Z_2}{\omega_2 \sqrt{2^2 - 1}} = 0,34 \text{ ms}$

eller $t_{r/\text{tot}} \approx 1,1 \sqrt{2} \cdot t_r = 1,1 \sqrt{2} \cdot \frac{Z_2}{\omega_2} = 0,34 \text{ ms}$

c) Pölsfall: $P_{\text{tot}} = 2 \cdot \omega_1 \cdot \Delta t = 0,12 \hat{=} 12\%$

b) Max Först $|H_{\text{max}}|^2 = \left\{ \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2 \right\} \approx \left(\frac{\omega R_2C_1}{1 + (\frac{\omega}{\omega_1})} \right)^2 =$
 $= \left(\frac{R_2C_1}{R_1C_1} \right)^2 = 100$

6. Bryt upp, beräkna slingförst. $T = -\beta F = \frac{U_o}{U_o'}$
Inför hjälpspänningar U_1, U_2 och U_3



Alla Op-förs ideala } $\forall i_{op} = 0$
Alla neg. återkoppl. } $\forall \varepsilon = 0$

$$C = 10 \text{ nF}$$

$$R_G = 180 \text{ k}\Omega$$

$$\omega = \sqrt{3} \cdot 10^4 \text{ rad/s}$$

$$\frac{U_1}{U_o'} = -\frac{R_F}{R_G} \quad ; \quad U_2 = U_1 \cdot \frac{1}{R + \frac{1}{sC}} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{1 + sRC}$$

P.S.S., $\frac{U_3}{U_2} = \frac{1}{1 + sRC}$ och $\frac{U_o}{U_3} = \frac{1}{1 + sRC}$

$$\frac{U_1}{U_o'} \cdot \frac{U_2}{U_1} \cdot \frac{U_3}{U_2} \cdot \frac{U_o}{U_3} = \frac{U_o}{U_o'} = T = -\frac{R_F}{R_G} \cdot \frac{1}{(1 + sRC)^3} = -\beta F$$

Oscillator: $|\beta F| = 1$ och $\arg\{\beta F\} = -180^\circ$

$$\arg\{\beta F\} = \arg\left\{\frac{1}{1 + j\omega RC} \cdot 3\right\} = -180^\circ = -3 \cdot \arctan\left(\frac{\omega RC}{1}\right)$$

$$\arctan(\omega RC) = 60^\circ \Rightarrow \omega RC = \tan 60^\circ$$

$$R = \frac{\tan 60^\circ}{\omega C} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} = \underline{\underline{10 \text{ k}\Omega}}$$

$$|\beta F| = \frac{R_F}{R_G} \cdot \frac{1}{(\sqrt{1 + (\omega RC)^2})^3} = 1$$

$$R_F = R_G \cdot (\sqrt{1 + (\omega RC)^2})^3 = \dots = R_G \cdot 2^3 = \underline{\underline{1,44 \text{ M}\Omega}}$$