

Tentamen

ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

19 augusti 2016 kl. 14.00-18.00 sal: Samhällsbyggnad

Förfrågningar: Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat: Rapporteras in i Ladok
Granskning: Onsdag 7 september kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311.
Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet),
i korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

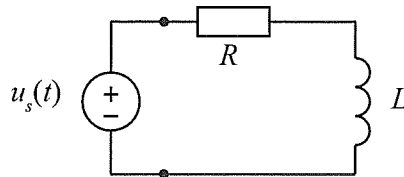
- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte med 7 sidor)

Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

<i>Poäng</i>	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
<i>Betyg</i>	U	3	4	5

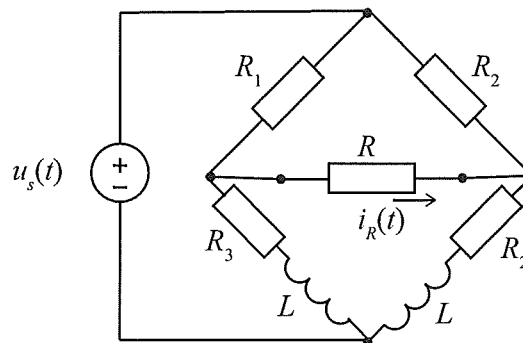
Lycka till!

1. En impedans som består av en resistans i serie med en spole (induktans) kopplas till ett vägguttag som avger en sinusformad växelspanning, $u_s(t)$, på 230 V effektivvärde och med frekvensen 50 Hz. Se figur 1. Strömmen genom impedansen får amplituden 5.0 A och impedansen förbrukar en medeleffekt på 750 W. Beräkna värdet på resistansen R och induktansen L . Antag sinusformat stationärtillstånd.



Figur 1: Växelströmskrets

2. Betrakta växelströmskretsen i figur 2. Beräkna strömmen $i_R(t)$ genom resistansen R . Antag sinusformat stationärtillstånd.



Figur 2: Bryggkopplad växelströmskrets

$$\begin{array}{lll}
 R_1 = 25 \, \Omega & R_2 = 20 \, \Omega & u_s(t) = 2.0 \cos(1500 t) \, \text{V} \\
 R_3 = 15 \, \Omega & R = 10 \, \Omega & L = 20 \, \text{mH}
 \end{array}$$

3. Kretsen i figur 3 saknar begynnelseenergi då spänningskällan $u_s(t)$ aktiveras. Beräkna spänningen $u_C(t)$ över kretselementet C_2 .

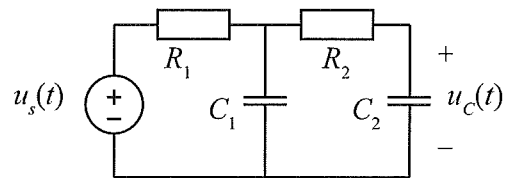
$$R_1 = 50 \, \Omega$$

$$C_1 = 40 \, \text{mF}$$

$$R_2 = 20 \, \Omega$$

$$C_2 = 10 \, \text{mF}$$

$$u_s(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1.0 \, \text{V}, & t \geq 0 \end{cases}$$



Figur 3: Elektrisk krets

4. En transistorförstärkare har ett utseende enligt figur 4.

- Beräkna förstärkarens inresistans R_{in} .
- Beräkna förstärkarens utresistans R_{ut} .
- Antag att två sådana förstärkare kopplas i serie (kaskadkopplas). Hur stor blir strömmen ut ifrån första förstärkarsteget in i nästa förstärkarsteg?

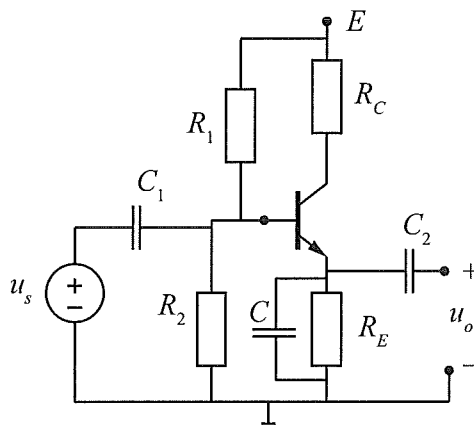
$$R_1 = 100 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 22 \text{ k}\Omega \quad R_C = 12 \text{ k}\Omega$$

$$u_s = 100 \cos(\omega t) \text{ mV}$$

Transistorn har parametrarna

$$h_{ie} = 2.0 \text{ k}\Omega \quad h_{fe} = 50 \quad h_{oe} = 30 \text{ }\mu\text{S}$$

Kapacitansernas impedanser kan försummas vid aktuella signalfrekvenser ($\frac{1}{\omega C} \approx 0$, även för C_1 och C_2).

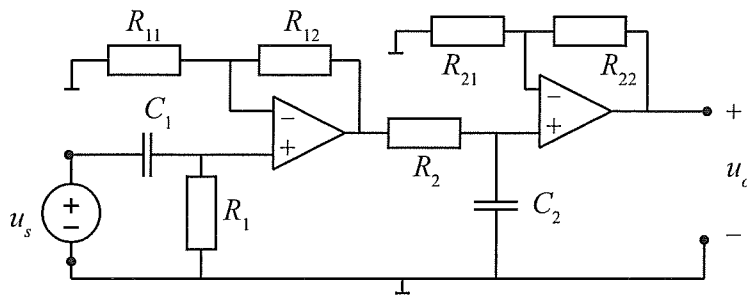


Figur 4: Transistorförstärkare

5. Utgå ifrån operationsförstärkarkretsen i figur 5. Antag ideala operationsförstärkare.

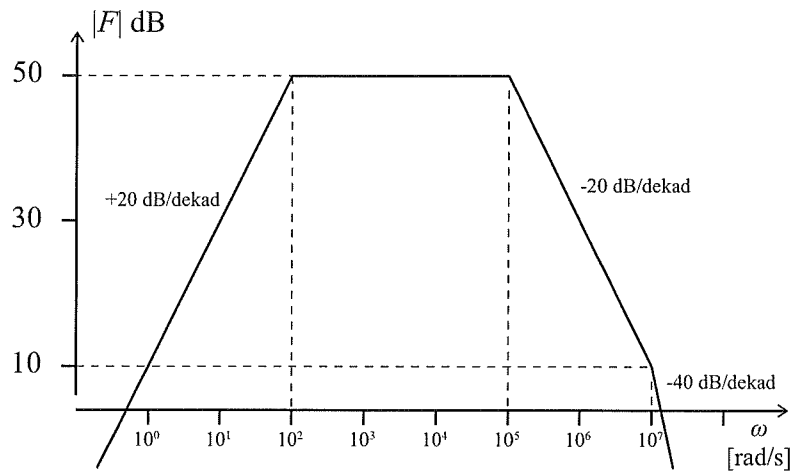
- Beräkna förstärkningen $\frac{u_o}{u_s}$.
- Beskriv förstärkningens frekvensberoende genom att ange och beräkna aktuella brytfrekvenser.
- Beräkna förstärkarens maximala förstärkning.
- Beräkna förstärkarens stigtid.

$$\begin{array}{ll}
 R_1 = 10 \text{ k}\Omega & C_1 = 0.10 \text{ }\mu\text{F} \\
 R_2 = 10 \text{ k}\Omega & C_2 = 2.0 \text{ nF} \\
 R_{11} = 22 \text{ k}\Omega & R_{21} = 10 \text{ k}\Omega \\
 R_{12} = 22 \text{ k}\Omega & R_{22} = 40 \text{ k}\Omega
 \end{array}$$

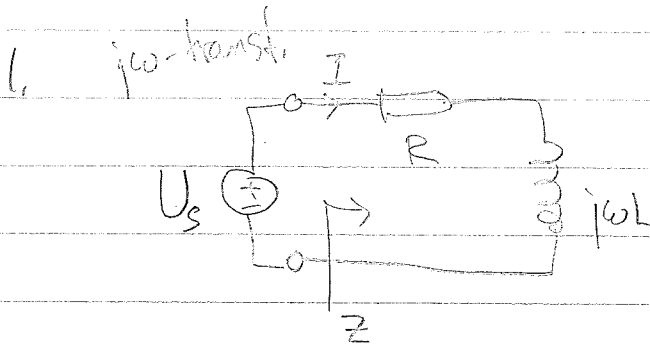


Figur 5: Operationsförstärkarkrets

6. En förstärkare med ett Bodediagram enligt figur 6 återkopplas rent resistivt. Vilket värde skall återkopplingsfaktorn β ha för att den återkopplade förstärkarens fasmarginal skall bli 45° ? Vad blir den totala undre gränsvinkelfrekvensen?



Figur 6: Bodediagram



$$U_s(t) = 230\sqrt{2} \cos(2\pi 50t) \text{ V}$$

$$U_s(t) \hat{=} U_s$$

$$I = 5,0 / \sqrt{2} \text{ A}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} U_s I^*$$

$$U_s = Z \cdot I$$

$$Z = R + j\omega L$$

$$S_2 = \frac{1}{2} Z \cdot I I^* = \frac{1}{2} |I|^2 (R + j\omega L) = P + jQ$$

Medel effekt: $P = \frac{1}{2} |I|^2 \cdot R = 750 \text{ W}$

$$R = \frac{2P}{|I|^2} = \frac{2 \cdot 750}{5^2} = 60 \Omega$$

$$U_s = (R + j\omega L) \cdot I$$

$$\frac{U_s}{I} = R + j\omega L ; \quad \left| \frac{U_s}{I} \right|^2 = R^2 + \omega^2 L^2$$

$$\left(\left| \frac{U_s}{I} \right|^2 - R^2 \right) \frac{1}{\omega^2} = L^2$$

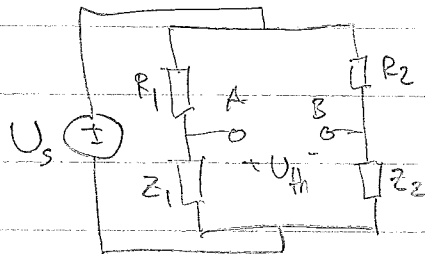
$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left| \frac{U_s}{I} \right|^2 - R^2} = \frac{1}{2\pi 50} \sqrt{\left(\frac{230\sqrt{2}}{5} \right)^2 - 60^2}$$

$$L = 0,080$$

Svar: $R = 60 \Omega$

$$L = 80 \text{ mH}$$

Z. Gör en tvåpolsumvandling
i ω -transf.



$$\begin{array}{l|l} R_1 = 25 \Omega & U_s(t) = 2.0 \cos(\omega t) \text{ V} \\ R_2 = 20 \Omega & \omega = 1500 \text{ rad/s} \\ R_3 = 15 \Omega & \Rightarrow U_s = 2 \angle 0^\circ \\ L = 20 \text{ mH} & \end{array}$$

$$Z_1 = R_3 + j\omega L = 15 + j30$$

$$Z_2 = R_2 + j\omega L = 20 + j30$$

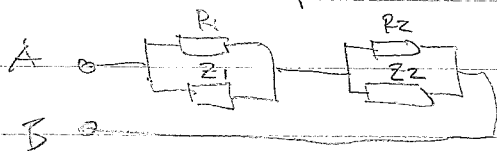
Öppningsspänning $U_{th} = U_A - U_B =$

$$= U_s \left(\frac{Z_1}{R_1 + Z_1} - \frac{Z_2}{R_2 + Z_2} \right) = \left(\frac{15 + j30}{40 + j30} - \frac{20 + j30}{40 + j30} \right) U_s$$

$$= \frac{-5}{40 + j30} \cdot 2 = \frac{-10(40 - j30)}{40^2 + 30^2} = \frac{-4 + j3}{25}$$

$$= -0.16 + j0.12 = 0.20 \angle 143^\circ$$

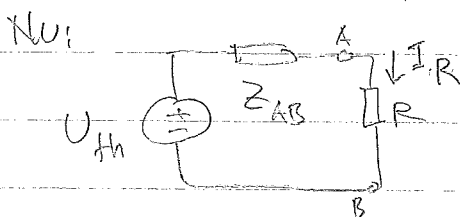
Ekvivalent impedans (Nollställ U_s , $U_s = 0$)



$$Z_{AB} = R_1 \parallel Z_1 + R_2 \parallel Z_2 = \frac{25(15 + j30)}{40 + j30} + \frac{20(20 + j30)}{40 + j30}$$

$$= \frac{775 + j1350}{40 + j30} = \frac{1557 \angle 60.1^\circ}{50 \angle 36.9^\circ} = 31.1 \angle 23.2^\circ$$

$$= 28.6 + j12.3$$



$$I_R = \frac{U_{th}}{Z_{AB} + R} = \frac{0.20 \angle 143^\circ}{28.6 + 10 + j12.3} = \dots = 4.9 \cdot 10^{-3} \angle 125^\circ$$

$$\text{Svar: } i_R(t) = 4.9 \cos(\omega t + 125^\circ) \text{ mA}$$

3. Laplace transf.

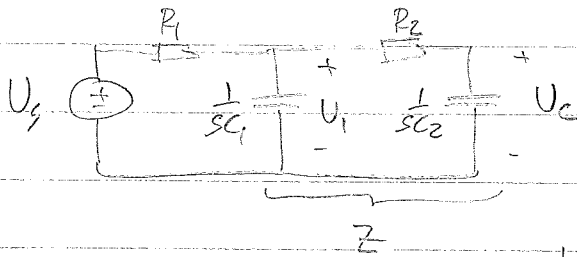
$$R_1 = 50 \Omega$$

$$C_1 = 40 \mu\text{F}$$

$$R_2 = 20 \Omega$$

$$C_2 = 10 \mu\text{F}$$

$$U_s = \frac{1}{s}$$



$$Z = \frac{1}{sC_1} \parallel \left(R_2 + \frac{1}{sC_2} \right) = \frac{\frac{1}{sC_1} \left(R_2 + \frac{1}{sC_2} \right)}{R_2 + \frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_2}} = \frac{R_2 + \frac{1}{sC_2}}{1 + \frac{C_1}{C_2} + sR_2C_1}$$

$$U_1 = U_s \cdot \frac{Z}{R_1 + Z} = U_s \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_1}{Z}} = U_s \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_1 (1 + \frac{C_1}{C_2} + sR_2C_1)}{R_2 + \frac{1}{sC_2}}}$$

$$U_C = U_1 \cdot \frac{\frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} = U_s \cdot \frac{\frac{1}{sC_2}}{\left(R_2 + \frac{1}{sC_2} \right) \left(1 + \frac{R_1 (1 + \frac{C_1}{C_2} + sR_2C_1)}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} \right)}$$

$$= \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{sC_2} \cdot \frac{1}{\left(R_2 + \frac{1}{sC_2} + R_1 \left(1 + \frac{C_1}{C_2} + sR_2C_1 \right) \right)}$$

$$= \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1 + sR_2C_2 + sR_1C_2 \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right) + s^2 R_1 R_2 C_1 C_2}$$

$$= \frac{1}{s} \cdot \frac{1/R_1 R_2 C_1 C_2}{s^2 + s \left[\frac{1}{R_2 C_1} \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right) + \frac{1}{R_1 C_1} \right] + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$= \frac{1}{s} \cdot \frac{2,5}{s^2 + 6,75s + 2,5} = \frac{2,5}{s(s+p_1)(s+p_2)} \quad \begin{matrix} p_1 = 6,357 \\ p_2 = 0,393 \end{matrix}$$

Partiellbruchsupplementierung oder Tabellen ggr

$$u_C(t) = 1 - 1,07e^{-p_2 t} + 0,066e^{-p_1 t}, \quad t \geq 0$$

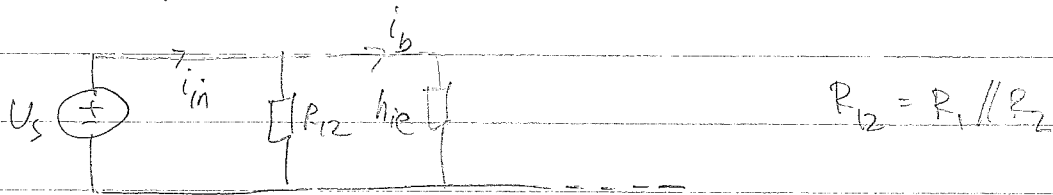
4. Småsignal schema (utgång vid emitter)

2016-08-19

Enligt fig i tes Upper utgång (U_o) vid emittorn vilken småsignal mässigt blir kortsluten.

Om inte det uppmättesannat, ges poäng även om man ansätter utgång vid kollektor, se nästa sida.

Småsignal schema



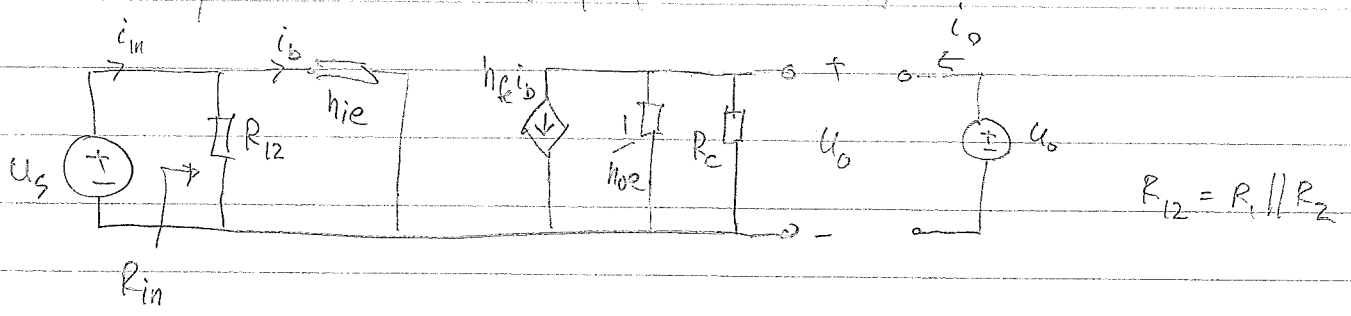
$$a) \quad R_{in} = \frac{U_s}{i_{in}} = R_{12} // h_{ie} = \frac{R_{12} \cdot h_{ie}}{R_{12} + h_{ie}}$$

$$= \frac{h_{ie}}{1 + \frac{h_{ie}}{R_{12}}} = \frac{h_{ie} (R_{12} + h_{ie})}{R_{12} + h_{ie}} = \dots = 1,8 \text{ k}\Omega$$

$$b) \quad U_o = 0 \Rightarrow P_{ut} = 0, \text{ se ovan}$$

$$c) \quad i = 0$$

4. Småsignalschema (utgång vid kollektor)



a) Inresistans: $R_{in} = \frac{U_s}{i_{in}}$ $i_{in} = \frac{U_s}{R_{12} \parallel h_{ie}}$

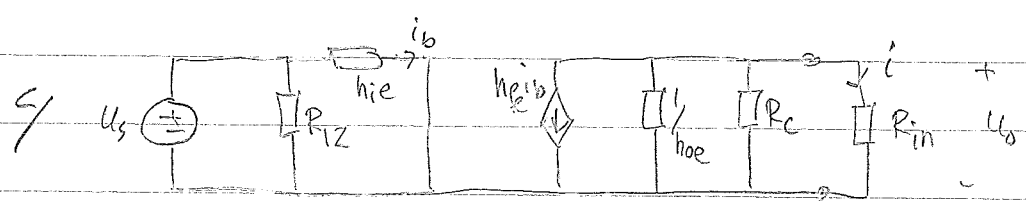
$$\Rightarrow \frac{U_s}{i_{in}} = R_{12} \parallel h_{ie} = \frac{R_{12} \cdot h_{ie}}{R_{12} + h_{ie}} = \frac{h_{ie}}{1 + \frac{h_{ie}}{R_{12}}} = \frac{h_{ie}}{1 + \frac{h_{ie}(R_1 + R_2)}{R_1 R_2}}$$

$$\Rightarrow R_{in} = \frac{2 \cdot 10^3}{1 + \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 122 \cdot 10^3}{100 \cdot 22 \cdot 10^6}} = 1,8 \cdot 10^3 \Omega$$

b) Utresistans: Nullställ ober. källor ($U_s = 0$) $\Rightarrow i_b = 0$

Pålagd spänning U_o ger upphov till ström i_o

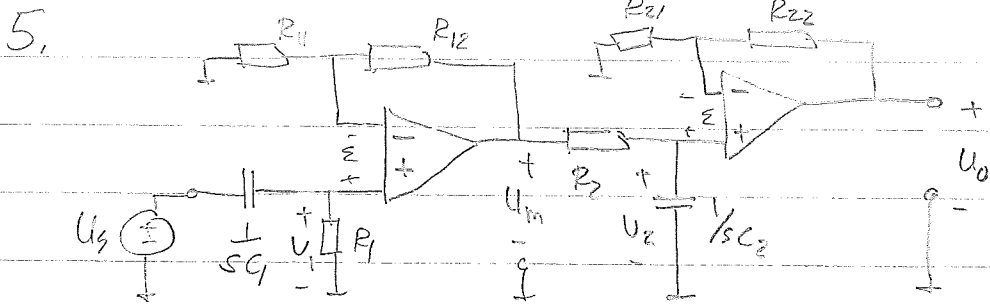
$$R_o = \frac{U_o}{i_o} = \frac{1}{h_{oe}} \parallel R_c = \frac{R_c / h_{oe}}{R_c + \frac{1}{h_{oe}}} = R_c = \frac{12 \cdot 10^3}{1 + 12 \cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 10^{-6}} = 6,8 \cdot 10^3 \Omega$$



$$i_b = \frac{U_s}{h_{ie}}$$

Strömdelning: $i_c = -h_{fe} i_b \cdot \frac{1/R_{in}}{h_{oe} + \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_{in}}} =$

$$= -50 \cdot \frac{0,100}{2 \cdot 10^2} \cdot \frac{\frac{1}{1800}}{30 \cdot 10^{-6} + \frac{1}{12000} + \frac{1}{1800}} = \dots = 2,1 \text{ mA}$$



Ideala op, först. } $i_{op} = 0$
 Neg. återkoppl. } $\epsilon = 0$

Laplace transf. In för 'hjälpsspänningar' U_1, U_2 och U_m .

$$U_1 = U_s \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{sC_1}} = U_s \frac{sR_1C_1}{1 + sR_1C_1}$$

$$U_1 = U_m \cdot \frac{R_{11}}{R_{11} + R_{12}} \Rightarrow U_m = A_1 \cdot U_1 \text{ med } A_1 = \frac{R_{11} + R_{12}}{R_{11}} = \dots = 2$$

$$U_2 = U_m \frac{\frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} = \frac{U_m}{1 + sR_2C_2}$$

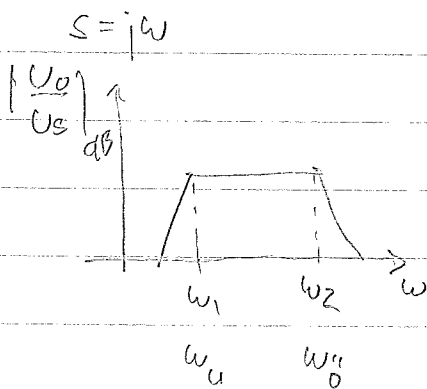
$$U_2 = U_0 \frac{R_{21}}{R_{21} + R_{22}} \Rightarrow U_0 = A_2 \cdot U_2 \text{ med } A_2 = \frac{R_{21} + R_{22}}{R_{21}} = \dots = 5$$

a)

$$U_s \frac{sR_1C_1}{1 + sR_1C_1} = \frac{U_m}{A_1} = \frac{1}{A_1} \cdot U_2 (1 + sR_2C_2) = \frac{1}{A_1} \cdot \frac{U_0}{A_2} (1 + sR_2C_2)$$

$$\Rightarrow \frac{U_0}{U_s} = \frac{A_1 \cdot A_2 \cdot sR_1C_1}{(1 + sR_1C_1)(1 + sR_2C_2)} = A_1 A_2 \cdot \frac{s/\omega_1}{(1 + \frac{s}{\omega_1})(1 + \frac{s}{\omega_2})}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{R_1C_1} = 1,0 \cdot 10^3, \quad \omega_2 = \frac{1}{R_2C_2} = 50 \cdot 10^3 \text{ och } \omega_1 \ll \omega_2$$



b) Bandpassfilter $\omega_u = \omega_1$ och $\omega_0 = \omega_2$

c) $s = j\omega$ och $\omega_1 \leq \omega \ll \omega_2$

$$\left| \frac{U_0}{U_s} \right| \approx \frac{\frac{\omega}{\omega_1}}{\frac{\omega}{\omega_1} \cdot 1} \cdot A_1 A_2 \approx A_1 A_2 = 10$$

$$d) t_r = \frac{2,2}{\omega_0} = 44 \mu s$$

6.

$|F_o| = 50 \text{ dB} \leftrightarrow 316 \text{ ggr.}$ (Antag $F_o > 0$). Av Bodediagrammet för $|F|$ framgår att överföringsfunktionen bör ha formen

$$F(s) = \frac{\frac{s}{\omega_1} F_o}{(1 + \frac{s}{\omega_1})(1 + \frac{s}{\omega_2})(1 + \frac{s}{\omega_3})}$$

med $\omega_1 = 2\pi \cdot 10^2$, $\omega_2 = 2\pi \cdot 10^5$ och $\omega_3 = 2\pi \cdot 10^7$ [rad/s]. Rent resistiv återkoppling. $F(j\omega)$ och $\beta F(j\omega)$ har samma fasdiagram. Notera att polerna är väl separerade. Bidrag från varje delterm i $F(s)|_{s=j\omega}$ ger fasvridning vid $\omega = \omega_3$ som är -135° . (Bidrag ifrån nollställe och brytpunkt vid ω_1 tar ut varandra vid $\omega = \omega_3$ ($+90-90=0^\circ$). Bidrag ifrån brytpunkt vid $\omega = \omega_2$ är -90° och bidrag ifrån brytpunkt vid $\omega = \omega_3$ är -45° vid $\omega = \omega_3$. Totalt $-90-45=-135^\circ$.)

$$\begin{aligned} \arg\{F(j\omega)\} &= \arg\left\{\frac{j\omega}{\omega_1} F_o\right\} - \tan^{-1}\left\{\frac{\omega}{\omega_1}\right\} - \tan^{-1}\left\{\frac{\omega}{\omega_2}\right\} - \tan^{-1}\left\{\frac{\omega}{\omega_3}\right\} = \\ &= \{\omega_3 \gg \omega_2 \gg \omega_1 \text{ och sätt } \omega = \omega_3\} \approx \\ &\approx +90 - 90 - 90 - 45 = -135^\circ \end{aligned}$$

Vi har en fasmarginal $\phi_M = \arg\{F(j\omega_3)\} + 180 = -135 + 180 = 45^\circ$ vid $\omega = \omega_3$ om samtidigt $|\beta F|=1$ (0 dB) vid denna frekvens. Ur diagrammet fås

$$|F(j\omega_3)| = 10 - 3 = 7 \text{ dB} \Rightarrow \beta = -7 \text{ dB} \leftrightarrow 0.447 \text{ ggr}$$

Den återkopplade förstärkarens undre gränshänsfrekvens minskar med faktorn $1 + \beta F_o$ då endast en lågfrekvenspol föreligger. Alltså

$$\omega_u = \frac{\omega_1}{1 + \beta F_o} = \frac{2\pi \cdot 10^2}{1 + 0.447 \cdot 316} = 2\pi \cdot 0.7 \text{ [rad/s]}$$

och

$$f_u = \frac{\omega_u}{2\pi} = 0.7 \text{ [Hz]}$$