Tentamen
ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

4 april 2016 kl. 14.00-18.00 sal: SB Multisal

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808 (ej mellan 15:40-17:30)
Lösningar:	Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Tisdag 19 april kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), i korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte med 7 sidor)

Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

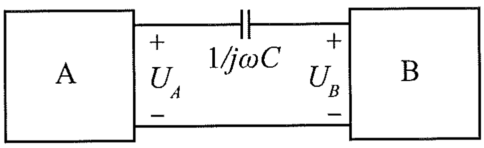
1. En elektrisk växelströmskrets visas delvis som ett blockschema i figur 1. Antag sinusformat stationärtillstånd där de angivna spänningarna U_A och U_B är $j\omega$-transformerade.

   (a) Beräkna den komplexa effekt som utvecklas i block A.

   (b) Beräkna medeleffekten som utvecklas i block A.

   (c) Ange om medeleffekt avges eller upptas i block A resp. block B.

$$U_A = 8.0\angle 120^\circ \text{ V} \qquad U_B = 12.0\angle -90^\circ \text{ V} \qquad \omega C = 0.10\ \Omega^{-1}$$



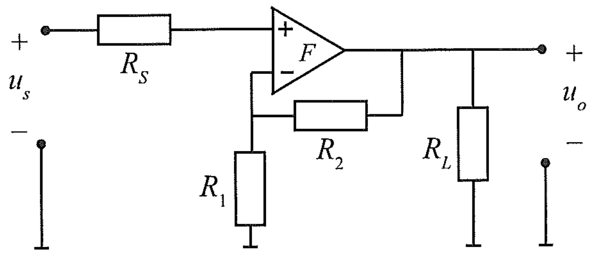
Figur 1: $j\omega$-transformerad växelströmskrets

2. Den icke inverterande förstärkaren i figur 2 med totala förstärkningen $F_{tot} = \frac{u_o}{u_s}$ är ett exempel på en återkopplad förstärkare. För den icke återkopplade förstärkaren (operationsförstärkaren) gäller $F = 10^4$, $R_{in} = \infty$ och $R_{ut} = 0$.

   (a) Ange uttrycket för återkopplingsfaktorn β.

   (b) Beräkna kvoten R_2/R_1 så att den återkopplade förstärkarens förstärkning (F_{tot}) blir lika med 10.

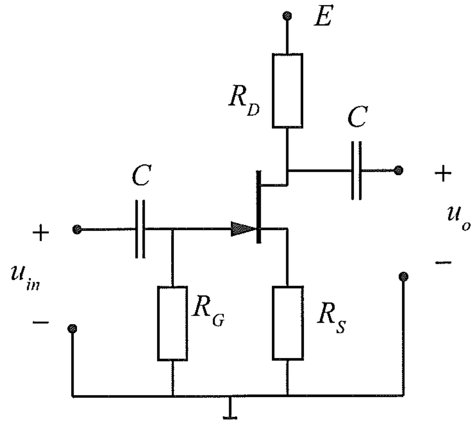
   (c) Om F sjunker med 20%, beräkna hur den återkopplade förstärkarens förstärkning (F_{tot}) påverkas.



Figur 2: Återkopplad förstärkare

3. En transistorförstärkare har ett utseende enligt figur 3. Beräkna resistansen R_D så att förstärkningen $|u_o/u_{in}|$=3.

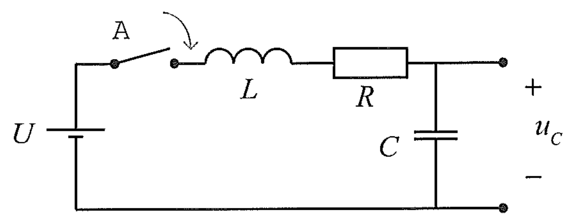
   Transistorparametrar: $I_{DSS} = 9.0$ mA och $U_p = -1.5$ V.
   Komponenter: $R_S = 0.20$ kΩ, $R_G = 500$ kΩ. Antag att $\frac{1}{\omega C} \approx 0$ vid aktuella signalfrekvenser.



Figur 3: Transistorkrets

4. Beräkna spänningen $u_C(t)$ efter det att brytaren A sluts vid tidpunkten $t = 0$. Kretsen saknar begynnelseenergi.

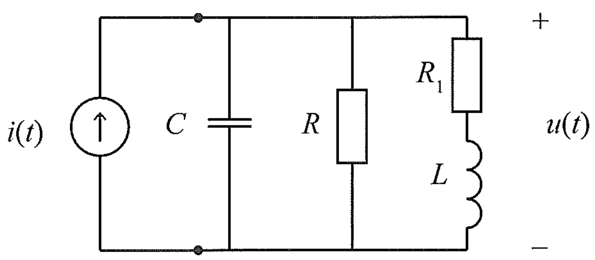
$$\frac{R}{L} = 4.0\ [\mathrm{s}^{-1}] \qquad \frac{1}{LC} = 8.0\ [\mathrm{s}^{-2}] \qquad U = 1.0\ [\mathrm{V}]$$



Figur 4: Krets med brytare

5. Kretsen i figur 5 drivs med en oberoende strömkälla $i(t)$ som genererar en sinusformad ström där frekvensen kan varieras. Vid vilken frekvens erhålls resonans i kretsen? Beräkna spänningen $u(t)$ vid resonansvinkelfrekvensen ω_o då $i(t) = 400\cos(\omega_o t)$ μA.

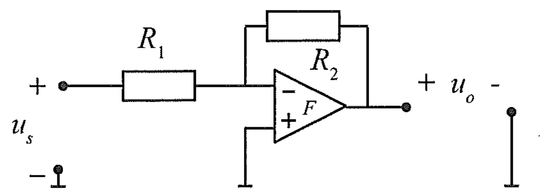
$$R = 150 \text{ k}\Omega \qquad R_1 = 5.0 \text{ k}\Omega$$
$$L = 100 \text{ mH} \qquad C = 400 \text{ pF}$$



Figur 5: Resonanskrets

6. En operationsförstärkare återkopplas enligt figur 6 så att ett maximalt snabbt stegsvar utan översväng erhålls. Två sådana återkopplade förstärkare kaskadkopplas. Vilken blir den totala förstärkarens stigtid och maximala förstärkning? $R_1 = 1.0$ kΩ.
För operationsförstärkaren gäller:

$$F = \frac{10^4}{(1+\frac{s}{\omega_1})(1+\frac{s}{\omega_2})}, \quad R_{in} = \infty, \qquad R_{ut} = 0$$
$$\omega_1 = 1.0 \cdot 10^5 \text{ rad/s}, \quad \omega_2 = 1.0 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$$

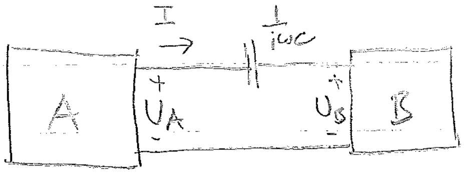


Figur 6: Återkopplad förstärkare

Elektriska Nät och System, F2

ess116 160404

1



$U_A = 8{,}0 \angle 120^\circ$ V

$U_B = 12{,}0 \angle -90^\circ$ V

$$Z = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{0{,}10} = -j10 = 10\angle -90^\circ$$

$$I = \frac{U_A - U_B}{Z} = \frac{8{,}0\left(-0{,}5 + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 12(0 - j)}{-j10} =$$

$$= \frac{-4 + j(4\sqrt{3} + 12)}{-j10} = \frac{19{,}3\angle 101{,}9^\circ}{10\angle -90^\circ} = 1{,}93\angle 191{,}9^\circ$$

Samordnade ref. riktningar

$$S_A = \frac{1}{2}U_A(-I)^* = \frac{1}{2}\,8\angle 120^\circ\left(-1{,}93\angle 191{,}9\right)^* =$$

$$= -4 \cdot 1{,}93\angle -71{,}9 = -2{,}4 + j7{,}3 = P_A + jQ_A$$

$$S_B = \frac{1}{2}U_B I^* = \frac{1}{2}\,12{,}0\angle -90^\circ \cdot 1{,}93\angle -191{,}9^\circ = 6 \cdot 1{,}93\angle -281{,}9^\circ =$$

$$= 2{,}4 + j11{,}3 = P_B + jQ_B$$

a) $S_A = P_A + jQ_A = -2{,}4 + j7{,}3$ VA

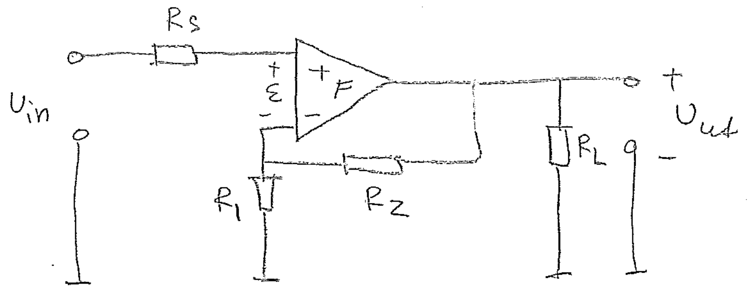
b) Medeleffekt $P_A = \mathrm{Re}\{S_A\} = -2{,}4$ W

c) A: $P_A < 0$ Effekt Avges

B: $P_B > 0$ Effekt upptas

(2.)

ess116
160404



$Z_{in} = \infty$

$Z_{ut} = 0$

$F = 0$

$$\begin{cases} U_{in} = \varepsilon + U_{ut} \dfrac{R_1}{R_1+R_2} \\ U_{ut} = \varepsilon \cdot F \end{cases}$$

a) $$U_{in} = \frac{U_{ut}}{F} + U_{ut} \frac{R_1}{R_1+R_2} = U_{ut} \left(\frac{1}{F} + \frac{R_1}{R_1+R_2} \right)$$

$$\frac{U_{ut}}{U_{in}} = \frac{F}{1 + \frac{R_1}{R_1+R_2} F} = \frac{F}{1+\beta F} \qquad \beta = \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

b) $$F_{tot} = \frac{U_{ut}}{U_{in}} = 10 = \frac{10^4}{1+\beta 10^4} \quad ; \quad \beta = \left(\frac{10^4}{10} - 1 \right) \frac{1}{10^4} = \frac{999}{10^4}$$

$$\beta = \frac{1}{1+\frac{R_2}{R_1}} \quad ; \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{\beta} - 1 = \frac{10^4}{999} - 1 = 9{,}01$$

c) $$F' = 0{,}8 \cdot F$$

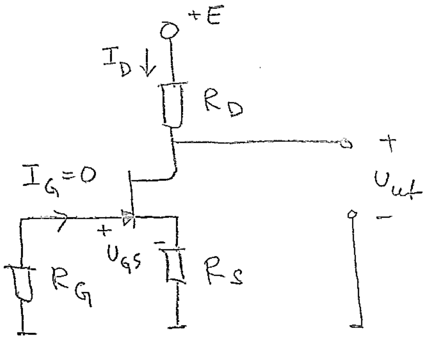
$$F'_{tot} = \frac{F'}{1+\beta F'} = \frac{1}{\frac{1}{F'} + \beta} = \frac{1}{\frac{1}{0{,}8 \cdot 10^4} + \frac{999}{10^4}}$$

$$= \frac{10^4}{1{,}25 + 999} = 9{,}9975$$

F_{tot} sjunker med 0,025 %

3

ess116
160404



$U_{GS} + I_D R_S = 0$

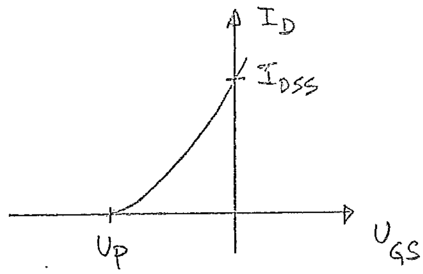
$I_D = -\frac{U_{GS}}{R_S}$

JFET

n-kanal

$I_{DSS} = 9\,mA$

$U_P = -1{,}5\,V$



Beräkna U_{GS}:

$$I_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{U_{GS}}{U_P}\right)^2 = -\frac{U_{GS}}{R_S}$$

$$1 - \frac{2U_{GS}}{U_P} + \left(\frac{U_{GS}}{U_P}\right)^2 = -\frac{U_{GS}}{I_{DSS} \cdot R_S}$$

$$U_{GS}^2 - U_{GS} U_P \left(2 - \frac{U_P}{I_{DSS} R_S}\right) + U_P^2 = 0$$

$$U_{GS} = U_P\left(1 - \frac{U_P}{2 I_{DSS} \cdot R_S}\right) \pm U_P \sqrt{\left(1 - \frac{U_P}{2 I_{DSS} \cdot R_S}\right)^2 - 1}$$

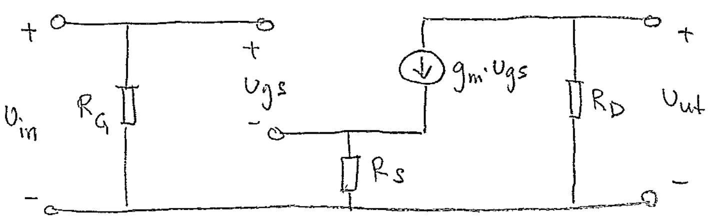
$(U_{GS_1} = -3{,}63\ V)$

$U_{GS_2} = -0{,}62\ V \Rightarrow I_D = 3{,}1\ mA$

---

småsignal.

$$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial U_{GS}} = -\frac{2 I_{DSS}}{U_P}\left(1 - \frac{U_{GS}}{U_P}\right) = 7{,}04\ mA/V$$



$$\frac{U_{ut}}{U_{in}} = -\frac{g_m R_D}{1 + g_m R_S}$$

$$\left|\frac{U_{ut}}{U_{in}}\right| = 3$$

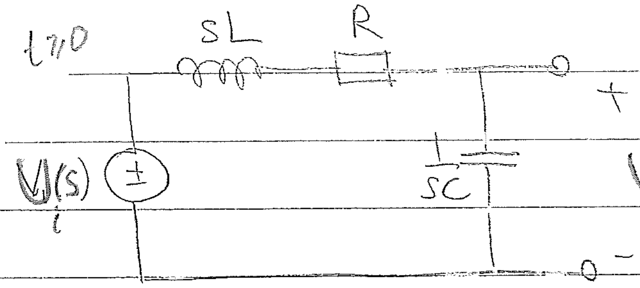
$$\begin{cases} U_{in} = U_{gs} + g_m U_{gs} R_S \\ U_{ut} = -g_m U_{gs} \cdot R_D \end{cases}$$

$$R_D = \frac{3(1 + g_m R_S)}{g_m} =$$

$$= \underline{\underline{1{,}03 \cdot 10^3\ \Omega}}$$

ess116
160404

4.



$\frac{R}{L} = 4$

$\frac{1}{LC} = 8$

$$V_c(s) = \frac{\frac{1}{sC}}{R + sL + \frac{1}{sC}} \cdot V_i(s)$$ Sp. delning

$$H(s) = \frac{V_c(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{s^2LC + sRC + 1} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}}$$

$$\frac{V_c(s)}{V_i(s)} = \frac{8}{s^2+4s+8}\ ; \quad V_i(s) = \frac{1}{s}$$ [steg fkn]

$$V_c(s) = \frac{8}{s(s^2+4s+8)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs+C}{s^2+4s+8}$$ ← komplexa rötter

$$8 = A(s^2+4s+8) + Bs^2 + Cs$$

s^0: $8 = A8 \Rightarrow A = 1$

s^1: $4A + C = 0 \Rightarrow C = -4$

s^2: $A + B = 0 \Rightarrow B = -1$

$$V_c(s) = \frac{1}{s} - \frac{s+4}{s^2+4s+8} =$$

$$= \frac{1}{s} - \frac{(s+2)+2}{(s+2)^2+4} = \frac{1}{s} - \frac{s+2}{(s+2)^2+2^2} - \frac{2}{(s+2)^2+2^2}$$

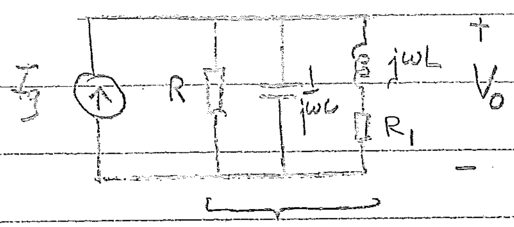
Inv. transf. $v_c(t) = \left(1 - e^{-2t}\cos 2t - e^{-2t}\sin 2t\right)\theta(t)$

enhetssteg

$$v_c(t) = \left(1 - e^{-2t}(\cos 2t + \sin 2t)\right)\theta(t) \quad V$$

5

jω-metoden



$$I_g = \frac{V_0}{Z} = V_0 \cdot G$$

$$Z = \frac{1}{G}$$

$$I_g = V_0\left(\frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L + R_1}\right) = V_0\left(\frac{1}{R} + j\omega C + \frac{-j\omega L + R_1}{(\omega L)^2 + R_1^2}\right) =$$

$$= V_0\left(\frac{1}{R} + \frac{R_1}{(\omega L)^2 + R_1^2} + j\underbrace{\left(\omega C - \frac{\omega L}{(\omega L)^2 + R_1^2}\right)}_{=0 \text{ vid resonans}}\right)$$

$$\omega C = \frac{\omega L}{(\omega L)^2 + R_1^2} \quad ; \quad (\omega L)^2 + R_1^2 = \frac{L}{C} \quad ; \quad (\omega L)^2 = \frac{L}{C} - R_1^2$$

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{L}{C} - R_1^2} = \frac{1}{0{,}1}\sqrt{\frac{0{,}1}{400 \cdot 10^{-12}} - (5 \cdot 10^3)^2}$$

$$\omega_0 = 150 \cdot 10^3 \text{ r/s}$$

För $\omega = \omega_0$ och $i_g = 400 \cos \omega_0 t \ \mu A \rightleftarrows I_g = 400 \cdot 10^{-6} \angle 0°$

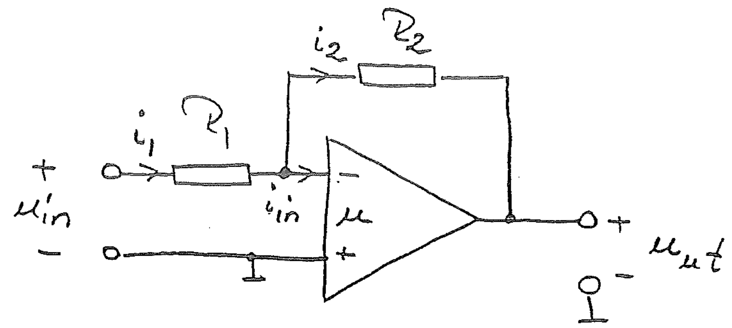
$$I_g = V_0\left(\frac{1}{R} + \frac{R_1}{(\omega_0 L)^2 + R_1^2}\right) = \left\{(\omega L)^2 + R_1^2 = \frac{L}{C}\right\} = V_0\left(\frac{1}{R} + \frac{R_1 C}{L}\right)$$

$$V_0 = \frac{I_g}{\frac{1}{R} + \frac{R_1 C}{L}} = \frac{I_g \, RL}{L + R_1 RC} = \frac{400 \cdot 10^{-6} \cdot 150 \cdot 10^3 \cdot 0{,}1}{0{,}1 + 5 \cdot 10^3 \cdot 150 \cdot 10^3 \cdot 400 \cdot 10^{-12}}$$

$$V_0 = 15 \rightleftarrows v_0(t) = 15 \cos \omega_0 t \ \text{V}$$

ess116
160404

6



$R_1 = 1k\Omega$

$z_{in} = \infty$

$z_{ut} = 0$

$F = \dfrac{10^4}{(1+s\cdot 10^{-5})(1+s\cdot 10^{-3})}$

$$\begin{cases} i_{in} = 0 \\ i_1 = i_2 \\ u_{in} = i_1(R_1+R_2) + u_{ut} \\ u_{ut} = F\cdot u \qquad ; \quad u = \dfrac{u_{ut}}{F} \\ u = -u_{in} + i_1 R_1 \qquad ; \quad i_1 = \dfrac{u_{in}+u}{R_1} \end{cases}$$

$$u_{in} = \frac{u_{in}}{R_1}(R_1+R_2) + \frac{u_{ut}}{F\cdot R_1}(R_1+R_2) + u_{ut}$$

$$u_{ut} = -u_{in}\frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{F}{1+\frac{R_1}{R_1+R_2}\cdot F} = \frac{-10^4\cdot R_2}{(R_1+R_2)\underbrace{\left[(1+s\cdot 10^{-5})(1+s\cdot 10^{-3}) + \frac{R_1}{R_1+R_2}\cdot 10^4\right]}_{A}}$$

$$A = 1 + s(10^{-5}+10^{-3}) + s^2 10^{-8} + \frac{10^4\cdot R_1}{R_1+R_2} = 0$$

$$s^2 + s\,1{,}01\cdot 10^5 + 10^8\left(1+\frac{10^4 R_1}{R_1+R_2}\right) = 0$$

$$s_{1,2} = -0{,}505\cdot 10^5 \pm \sqrt{\underbrace{5{,}05^2\cdot 10^8 - 10^8\left(1+\frac{10^4 R_1}{R_1+R_2}\right)}_{B}}$$

För (det aperiodiska gränsfallet) Kritisk dämpning gäller $B = 0$ (dubbelpol.

$$B = 10^8\left(25{,}5 - 1 - \frac{10^4}{1+R_2}\right) = 0 \quad (R_2 \text{ i } k\Omega)$$

$$R_2 = \frac{10^4}{24{,}5} - 1 = 407\ k\Omega$$

$$F_{1max} = \frac{-10^4\cdot 407\cdot 10^3}{408\cdot 10^3\left(1+\frac{1}{408}\cdot 10^4\right)} = -391\ ggr$$

2 steg

$$F_{2max} = 391^2 = 15{,}3\cdot 10^4\ ggr$$

ess116
160404

Upg (6)

Totala förstärkaren (2 steg) har

4 poler i punkten $s = -0{,}505 \cdot 10^5$ r/s

$$\tau_{tot} = 1.1\sqrt{4} \cdot \tau_1 = 1.1 \sqrt{4} \cdot 2.2 \frac{10^{-5}}{0{,}505} = 96\ \mu s$$

Annat sätt

$$f_{ö\,tot} = f_ö \sqrt{2^{1/n} - 1} = \frac{0{,}505 \cdot 10^5}{2\pi} \sqrt{\sqrt[4]{2} - 1} =$$

$$= 3.5 \cdot 10^3\ Hz$$

$$f_{ö\,tot} \cdot \tau_{tot} = 0{,}35$$

$$\tau_{tot} = \frac{0{,}35}{f_{ö\,tot}} = \frac{0{,}35}{3.5 \cdot 10^3} = 100\ \mu s$$

Svar $F_{max} = 15.3 \cdot 10^4$

$\tau_{tot} = 96\ \mu s$