Reglerteknik Z / Bt / I

Kurskod: SSY 050 och ERE080

Tentamen 2006-05-23

Tid: 8:30-12:30, Lokal: V-huset

Lärare: Bengt Lennartson tel 3722

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Tentamensresultat anslås senast den *7 juni* på avdelningens anslagstavla E-huset våning 5. *Granskning* av rättning sker den *7 och 8 juni* kl 12:30-13:00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Formelsamling i reglerteknik (gammal och ny). Anteckningar är tillåtna i formelsamlingen.
- Bodediagram (finns längst bak i tentatesen).
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook.
- Valfri kalkylator.

Lycka till och en trevlig sommar!

Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik, automation och mekatronik
Chalmers tekniska högskola

1

Betrakta följande modell av icke-minfaskaraktär

$$G(s) = \frac{1 - Ts}{(1+s)^3}$$

a) Bestäm impulsfunktionssvaret för denna modell för ett godtyckligt värde på tidskonstanten T och skissera i ett tidsdiagram speciellt resultatet för $T = 0.5$ och 2. Som hjälp beräknas lämpligen värdena för $t = 0, 0.5, 3$ och ∞. Kommentera underslängens storlek i förhållande till värdet på T.

(2 p)

b) Rita Bodediagram för $G(s)$ för $T = 0.5$ och $T = 2$.

(2 p)

c) Uppskatta med hjälp av Bodediagrammet det s.k. kappatalet

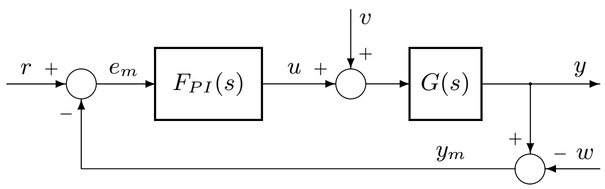
$$\kappa = \frac{|G(j\omega_\pi)|}{|G(0)|}$$

för $T = 0.5$ och $T = 2$, där $\angle G(j\omega_\pi) = -180°$. Kappatalets storlek är ett mått på svårigheten att reglera en process, där en process med ett mindre kappatal är enklare att reglera än en process med ett större kappatal. Kommentera svårigheten att reglera icke-minfasprocessen i förhållande till icke-minfasnollställets placering. Jämför med impulsfunktionssvarets och bodediagrammets utseende.

(2 p)

2

Dimensionera en PI-regulator för följande återkopplade system



där $G(s)$ är överföringsfunktionen av icke-minfastyp som studerades i uppgift 1, och PI-regulatorn $F_{PI}(s) = K_i(1 + T_i s)/s$.

a) Välj intergraltidskonstanten T_i så att en av polerna i $G(s)$ förkortas, och välj sedan K_i så att en önskad godtycklig amplitudmarginal A_m erhålls.

(3 p)

b) Studera förmågan att hantera laststörningar v och styrsignalens känslighet för högfrekventa mätstörningar w som funktion av tidskonstanten T genom att bestämma kriterierna $J_v = 1/K_i$ och $J_u = F_{PI}(\infty)$. Skissera dessa båda kriterier som funktion av T då $A_m = 3$.

Uppgiften fortsätter på nästa sida.

Kommentera förmågan att hantera laststörningar och styrsignalaktiviteten som funktion av icke-minfasnollstället i $s = 1/T$ men även stabilitetsmarginalen A_m.

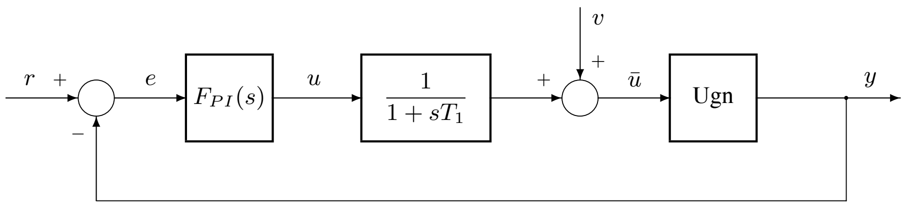
Extrauppgift (ej poängsatt): Vilken relation råder mellan J_v och kappatalet κ i uppgift 1 c)?

Hjälp: Om du inte lyckas bestämma K_i enligt uppgift a) kan du anta att $K_i = 1/(A_m T)$.

(2 p)

3

Figuren nedan visar en enkel PI-reglering av temperaturen (y) i en oljeeldad ugn. Styrsignalen u är kommenderat bränsleflöde, vilket utgör insignalen till ett bränsleventilservo. Ugnens verkliga bränsletillflöde $(\bar{u})$ karakteriseras av en tidskonstant $T_1 = 5$ s i servot samt av ett störflöde v, som representerar variationer i bränsletryck, viskositet m m. Själva ugnens dynamik $G(s)$ kan beskrivas av en förstärkning $K_p = 20°C/$ flödesenhet, en tidskonstant $T_2 = 100$ s, och en dödtid $T_d = 20$ s.



a) Välj integraltidskonstanten T_i i PI-regulatorn $F_{PI}(s) = K_i(1 + T_i s)/s$ så att den långsamma tidskonstanten kancelleras, dvs $T_i = T_2$. Välj därefter K_i så att fasmarginalen $\varphi_m = 50°$.

(2 p)

b) Studera överföringsfunktionen $G_{vy}(j\omega)$ från störningen v till utsignalen y och speciellt dess lågfrekvensasymptot.

(1 p)

c) Systemet utrustas nu med en bränsleflödesgivare (mäter $\bar{u}$) och en inre krets för reglering av bränsleflödet (kaskadreglering). Den inre kretsen förses också med en proportionell regulator $F(s) = K_p$. Rita ett blockschema som illustrerar det kompletta reglersystemet inklusive kaskadreglering samt studera lågfrekvensasymptoten för $G_{vy}(j\omega)$. Kommentera kaskadregleringens inverkan på kompensering av lågfrekventa laststörningar v.

(2 p)

4

För en process med den nominella överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{2}{(1+5s)(1+3s)}$$

ska en PID-regulator

$$F_{PID}(s) = K_i \frac{1 + 2\zeta s\tau + (s\tau)^2}{s(1 + s\tau/\beta)}$$

dimensioneras.

a) Välj PID-regulatorns nollställen (τ och ζ) så att processens poler förkortas. Bestäm dessutom K_i och β så att det återkopplade systemets poler hamnar som en dubbelpol i $s = -\alpha$.

(2 p)

b) Visa att den nominella komplementära känslighetsfunktionen då blir

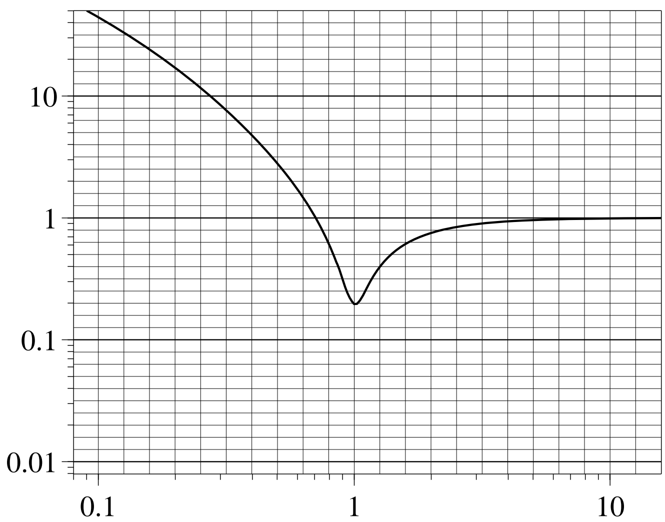
$$T(s) = \frac{\alpha^2}{(s+\alpha)^2}$$

(1 p)

c) Antag att den verkliga processmodellen är

$$G_0(s) = \frac{2}{(1+5s)(1+3s)} \frac{1}{s^2 + 0.2s + 1}$$

Bestäm den multiplikativa osäkerheten $\Delta_G(s)$, där beloppet av dess invers visas i följande amplituddiagram



samt bestäm en approximativ övre gräns för α baserat på amplituddiagrammet så att det robusta stabilitetskravet

$$|T(j\omega)| < \frac{1}{|\Delta_G(j\omega)|} \quad \forall\omega$$

uppfylls.

(2 p)

5

I ett mobiltelefonnät är det basstationens uppgift att styra effekten u från basstationen (sändaren) så att mobiltelefonen (mottagaren) erhåller önskad signalstyrka. Utsignalen samplas med jämna intervall h, resulterande i tidsdiskreta mätvärden $y(0), y(h), y(2h), \ldots$. På samma sätt är styrsignalen tidsdiskret, vilket innebär att den bara uppdateras vid samplingsögonblicken. För GSM-mobilnät gäller att samplingsintervallet $h = 0.48$ sekunder.

Lite förenklat kan man säga att signalstyrkan i telefonen y beror av produkten av den sända effekten u från basstationen (sändaren) och dämpningen v i kanalen från stationen till mobiltelefonen (mottagaren). Signalstyrka räknad i decibel (logaritmering) innebär då att $y = u + v$.

Överföringen av effekten u från sändaren till mottagaren tar ett samplingsintervall h, vilket innebär att signalstyrkan $y(kh)$ i telefonen beror av $u(kh-h)$. Således gäller att

$$y(kh) = u(kh-h) + v(kh)$$

Dämpningen v i kanalen beror av avståndet mellan sändaren och mottagaren, och betraktas således i vår modell som en additiv störning som ska kompenseras. Målet är att den önskade signalstyrkan r ska erhållas oavsett på vilket avstånd man befinnner sig från närmaste basstation.

Återkopplingen av signalstyrkan från mobiltelefonen tillbaka till basstationen tar också ett sampel. Den rapporterade signalstyrkan $y_m(kh)$ informerar därför om hur signalstyrkan i mobiltelefonen var vid förra samplingstidpunkten, d.v.s. $y_m(kh) = y(kh-h)$. Regulatorn i existerande system är i allmänhet någon variant av I-regulatorn. Antag därför att

$$U(z) = \frac{K_i h}{1 - z^{-1}} E(z)$$

där K_i är integralförstärkningen och reglerfelet $e(kh) = r(kh) - y_m(kh)$.

a) Bestäm överföringsfunktionen $G_{vy}(z)$ från störsignalen v till utsignalen y och välj K_i så att det återkopplade systemets poler hamnar som en dubbelpol i $z = 0.5$.

(2 p)

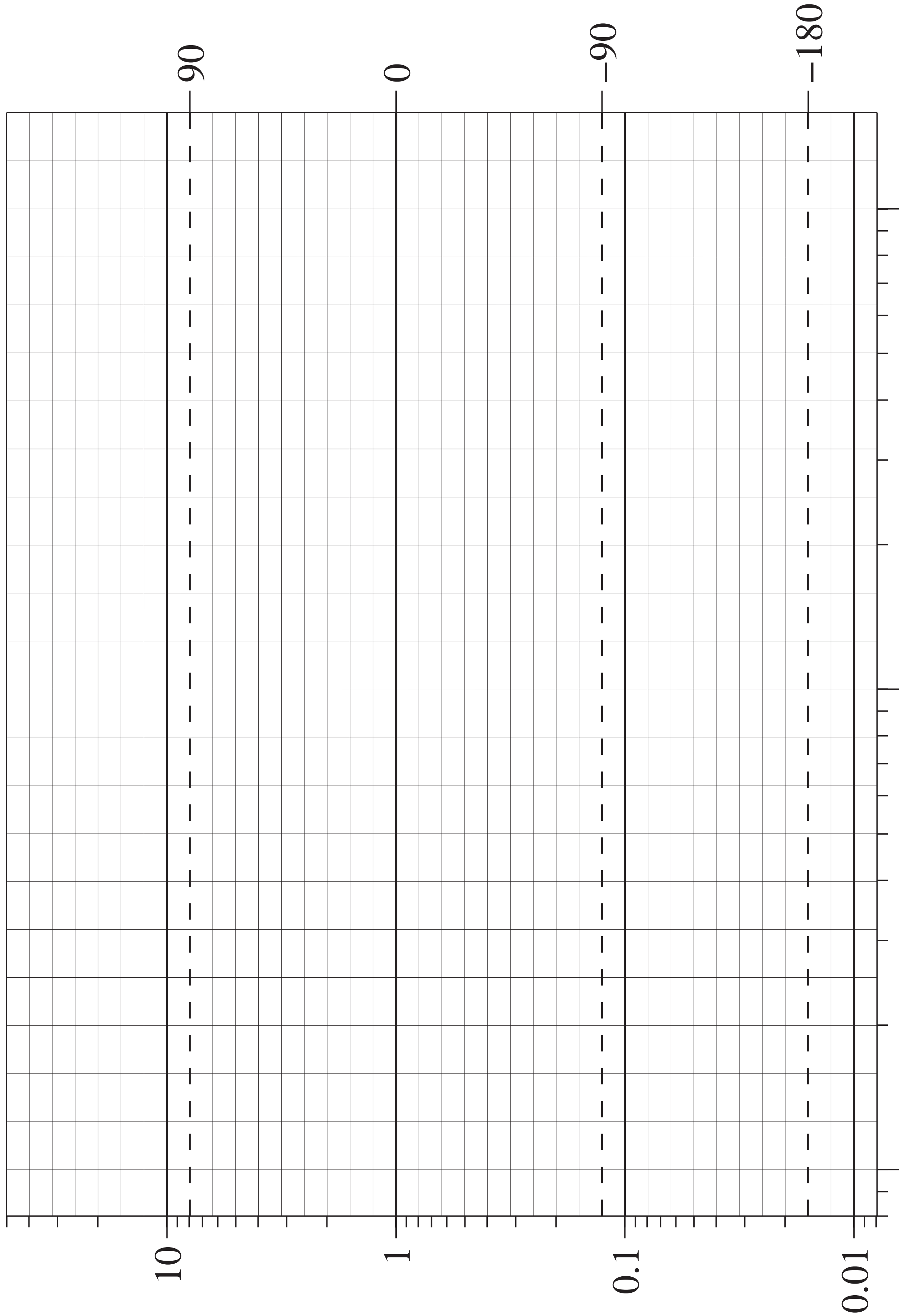
b) Bestäm förmågan att kompensera lågfrekventa laststörningar genom att studera kriteriet

$$J_v = \lim_{\omega \to 0} \frac{1}{\omega} G_{vy}(e^{j\omega h})$$

och jämför med motsvarande kontinuerliga resultat $J_v = 1/K_i$.

Ledning: $e^{j\omega h} \approx 1 + j\omega h$ för små ω.

(2 p)


90
0
−90
−180
10
1
0.1
10
1
0.1
0.01

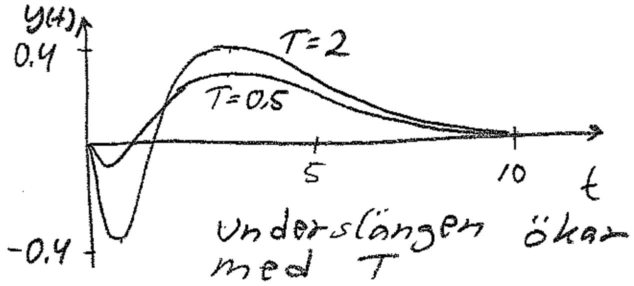
Lösning till tentamen i Reglerteknik 060523

BL 060522

1. a) $G(s) = \dfrac{1}{(1+s)^3} - T\dfrac{s}{(1+s)^3}$ $\quad u(t) = \delta(t) \quad U(s) = 1$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}G(s) = \frac{t^2}{2}e^{-t} - T\frac{d}{dt}\left(\frac{t^2}{2}e^{-t}\right) = \left[(1+T)\frac{t^2}{2} - Tt\right]e^{-t}$$

t	$y(t)_{T=0.5}$	$y(t)_{T=2}$
0	0	0
0.5	-0.04	-0.38
3	0.26	0.37
∞	0	0

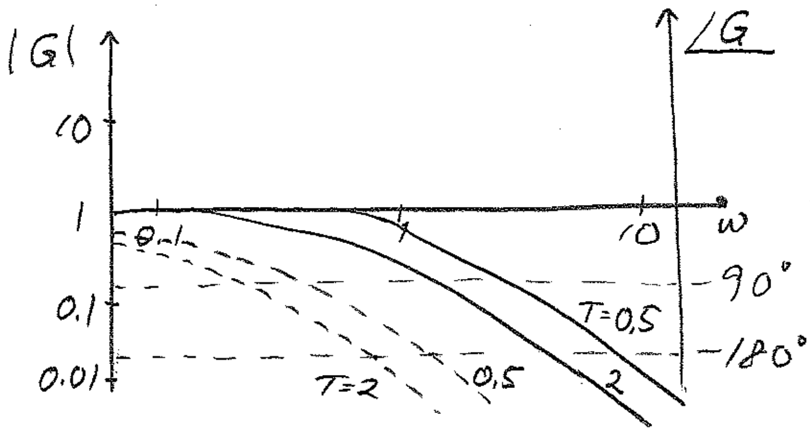


Underslängen ökar med T

b) $G(j\omega) = \dfrac{1 - Tj\omega}{(1+j\omega)^3}$

$|G(j\omega)| = \dfrac{\sqrt{1+T^2\omega^2}}{\sqrt{1+\omega^2}^{\,3}}$

$\angle G(j\omega) = -\arctan \omega T - 3\arctan\omega$



c)

$$K = \frac{|G(j\omega_\pi)|}{|G(0)|} = \begin{cases} 0.31 & T = 0.5 \quad (\omega_\pi = 1.2) \\ 0.88 & T = 2 \quad (\omega_\pi = 0.85) \end{cases}$$

Då nollstället i $s = 1/T$ närmar sig origo blir processen svårare att reglera, vilket motsvarar ökad underslång och ökad negativ fasvridning

2. a) $L(s) = G(s)F_{PI}(s) = \dfrac{1-Ts}{(1+s)^3}\,\dfrac{K_i(1+T_is)}{s} = (T_i = 1) = \dfrac{K_i(1-Ts)}{s(1+s)^2}$

$s(1+s)^2 = s^3 + 2s^2 + s$

KE $\quad s^3 + 2s^2 + (1 - K_iT)s + K_i$

R-H

s^3	1	$1-K_iT$
s^2	2	K_i
s^1	$\dfrac{2-2K_iT-K_i}{2}$	0
s^0	K_i	0

Stabilt då $2 > 2K_iT + K_i = (2T+1)K_i$

$K_i > 0$

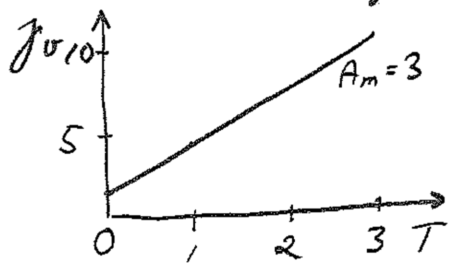
$$0 < K_i < \frac{2}{1+2T} = \frac{1}{T+0.5}$$

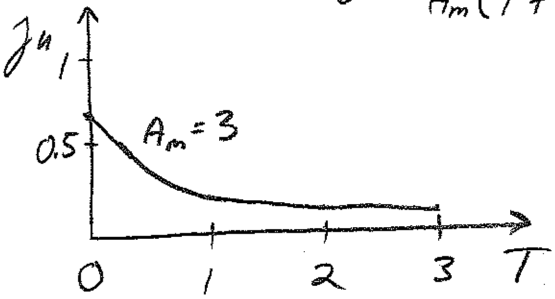
Amplitudmarginal $A_m \Rightarrow K_i = \dfrac{1}{A_m(T+0.5)}$

b) $F_{PI}(s) = \dfrac{K_i(1+s)}{s}$ $\qquad J_v = \dfrac{1}{K_i} \qquad J_u = F_{PI}(\infty) = K_i$

2 b) forts.

$J_v = A_m(T+0.5)$ $\qquad$ $J_u = \dfrac{1}{A_m(T+0.5)}$





Försämrad kompensering av laststörningar (ökat J_v) men i gengäld lägre styrsignal aktivitet då nollstället i $s=1/T$ närmar sig origo. Samma tendens då A_m ökar.

Ökat J_v $\leftrightarrow$ ökat K-tal, vilket visar att ökat K ger sämre kompensering (svårare att reglera)

3. a) $$L(s) = \frac{20e^{-20s}}{(1+100s)(1+5s)} \, \frac{K_i(1+100s)}{s} = \frac{20K_i e^{-20s}}{s(1+5s)}$$

$$\angle L(j\omega_c) = -20\,\omega_c \frac{180^\circ}{\pi} - 90^\circ - \arctan 5\omega_c = -180^\circ + \underbrace{50^\circ}_{\varphi_m} = -130^\circ$$

$$1146\,\omega_c + \arctan 5\omega_c = 40^\circ \quad \Rightarrow \quad \omega_c = 0.028 \text{ rad/s}$$

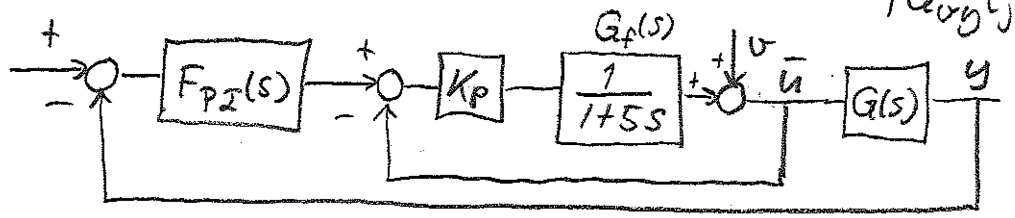
$$|L(j\omega_c)| = \frac{20K_i}{\omega_c\sqrt{1+(5\omega_c)^2}} = 707K_i = 1 \quad \Rightarrow \quad K_i = 0.0014$$

b) $$G_{vy}(s) = \frac{G(s)}{1+L(s)} \quad \text{där} \quad G(s) = \frac{20e^{-20s}}{1+100s} \approx 20 \text{ små } s$$

$$L(s) = \frac{20K_i e^{-20s}}{s(1+5s)} \approx \frac{20K_i}{s} \text{ små } s$$

$$G_{vy}(s) \approx \frac{20}{1+20K_i/s} \approx \frac{s}{K_i} \text{ små } s \quad \Rightarrow \quad |G_{vy}(j\omega)|_{LF} \approx \frac{\omega}{K_i}$$

c)



$$Y = G\bar{U} \qquad \bar{U} = V + G_f K_p(-\bar{U} - F_{PI}G\bar{U}) \qquad (1 + G_f K_p(1+F_{PI}G))\bar{U} = V$$

$$G_{vy} = \frac{Y}{V} = G\frac{\bar{U}}{V} = \frac{G}{1+G_f K_p(1+F_{PI}G)} \approx \frac{20}{1+K_p\left(1+\frac{20K_i}{s}\right)} = \frac{20s}{s+K_p(s+20K_i)}$$

$$\approx \frac{20s}{20K_pK_i} = \frac{s}{K_pK_i} \Rightarrow |G_{vy}(j\omega)|_{LF} \approx \frac{\omega}{K_pK_i}$$

Stort $K_p \Rightarrow$ effektivare kompensering av v vid kaskadreglering

4. a) $L(s) = \frac{2}{1+8s+15s^2} K_i \frac{1+2\zeta\tau s+(s\tau)^2}{s(1+s\tau/\beta)} = \frac{2K_i}{s(1+s\sqrt{15}/\beta)}$

$\tau^2 = 15 \quad 2\zeta\tau = 8 \quad \Rightarrow \quad \tau = \sqrt{15} \approx 3.9 \quad \zeta = \frac{4}{\sqrt{15}} \approx 1.03$

$$T(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{2K_i}{s^2\sqrt{15}/\beta + s + 2K_i} = \frac{2K_i\beta/\sqrt{15}}{s^2 + \frac{\beta}{\sqrt{15}}s + \frac{2K_i\beta}{\sqrt{15}}}$$

$$= \frac{\alpha^2}{s^2+2\alpha s+\alpha^2} \qquad \alpha = \frac{\beta}{2\sqrt{15}} \qquad \beta = 2\sqrt{15}\,\alpha$$

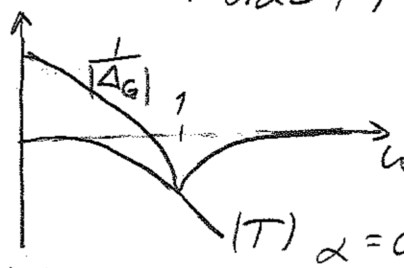
$$\alpha^2 = 2K_i\,2\sqrt{15}\,\alpha/\sqrt{15} = 4K_i\alpha \quad \Rightarrow \quad K_i = \alpha/4$$

b) $T(s) = \frac{\alpha/2}{s^2/(2\alpha)+s+\alpha/2} = \frac{\alpha^2}{s^2+2\alpha s+\alpha^2} = \frac{\alpha^2}{(s+\alpha)^2}$

c) $\Delta_G(s) = \frac{G_0(s)-G(s)}{G(s)} = \frac{G(s)G_\Delta(s)-G(s)}{G(s)} = G_\Delta(s) - 1 =$

$$= \frac{1}{s^2+0.2s+1} - 1 = -\frac{s(s+0.2)}{s^2+0.2s+1}$$

$|T(j\omega)| = \frac{1}{1+(\omega/\alpha)^2}$



$\frac{1}{|\Delta_G|_{\omega=1}} \approx 0.20$

$|T|_{\omega=1,\ \alpha=0.5} = 0.20$

$|T|$ tangerar $\frac{1}{|\Delta_G|}$ vid $\alpha \approx 0.5$, vilket därmed blir en övre gräns för α.

5.

a) $Y(z) = z^{-1}U(z) + V(z) \qquad U(z) = \frac{K_i h}{1-z^{-1}}\left(R(z) - z^{-1}Y(z)\right)$

$R=0 \Rightarrow Y(z) = -\frac{K_i h z^{-2}}{1-z^{-1}} Y(z) + V(z) \qquad G_{vy}(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{1}{1+\frac{K_i h z^{-2}}{1-z^{-1}}} =$

$$= \frac{1-z^{-1}}{1-z^{-1}+K_i h z^{-2}} = \frac{z(z-1)}{z^2-z+K_i h} = \underbrace{\frac{z(z-1)}{(z-0.5)^2}}_{\text{önskemål}} = \frac{z(z-1)}{z^2-z+0.25}$$

$\Rightarrow K_i = 0.25/h$

b) $J_v = \lim_{\omega\to 0} \frac{1}{\omega}\left|\frac{e^{j\omega h}(e^{j\omega h}-1)}{(e^{j\omega h}-0.5)^2}\right| \approx \lim_{\omega\to 0} \frac{1}{\omega}\left|\frac{1\,(1+j\omega h-1)}{(1-0.5)^2}\right| =$

$= \lim_{\omega\to 0} \frac{1}{\omega}\frac{\omega h}{0.25} = \frac{h}{0.25} = \frac{1}{K_i}$ Samma som motsvarande kontinuerliga resultat.