CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
INSTITUTIONEN FÖR SIGNALER OCH SYSTEM
Avd för Reglerteknik

Tentamen i Reglerteknik för F2

(Kurs nr ERE 091)
Lördagen den 18 april 1998.

Tid: Kl 08.45 - 12.45 Lokal: mn

Lärare: Claës Lindeborg, tel Chalmers 3719.

Poängberäkning: Tentamen består av 7 uppgifter om totalt 30 poäng. För betygen tre, fyra och fem krävs 12, 18 respektive 24 poäng.

Lösningar anslås den 18 april på institutionens anslagstavla.

Tentamensresultaten anslås senast den **7 maj** på institutionens anslagstavla.

Granskning av rättning sker den **7 och 8 maj** kl 12.30 - 13.15 på institutionen.

Tillåtna hjälpmedel:
Valfri kalkylator, dock ej portföljdator
Standardtabeller typ TEFYMA och Beta
Formelsamling i reglerteknik
Bodediagram

OBS!
Iakttag granskningstiderna! Kommer du senare mottages endast skriftliga klagomål mot rättningen. Sådana skriftliga klagomål måste inlämnas **senast två veckor** efter granskningsdagarna.

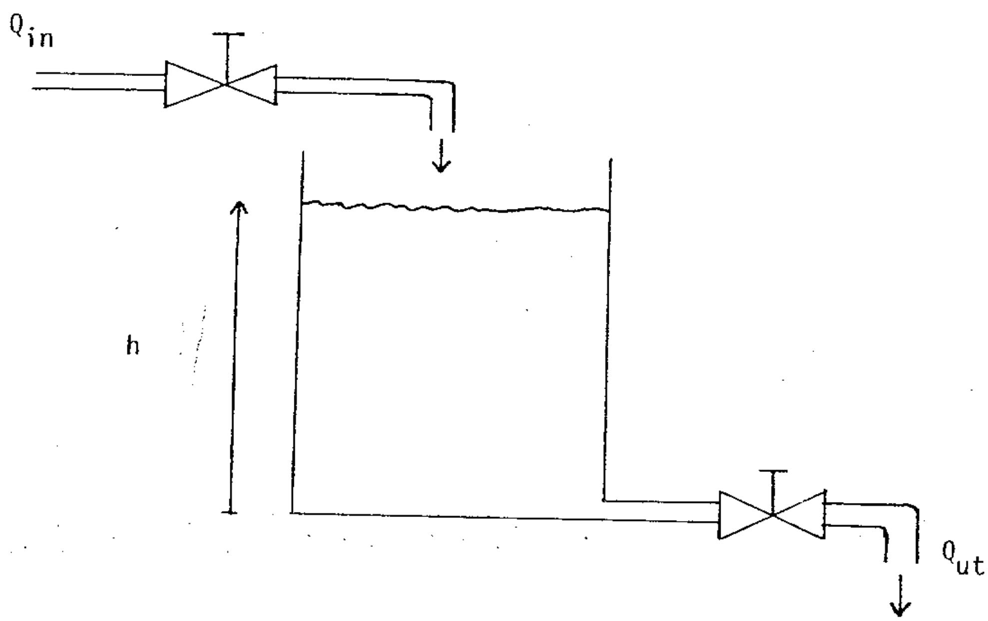
LYCKA TILL!

1.

En tank med vätskearean 2 m^2 och ett utflöde $Q_{ut} = 0{,}01\sqrt{h}$ fylls med $Q_{in} = 0{,}015\ m^3/sek$ tills balans råder. Höjden är då h_o. Inloppsventilen stängs då helt.

Uppgift:

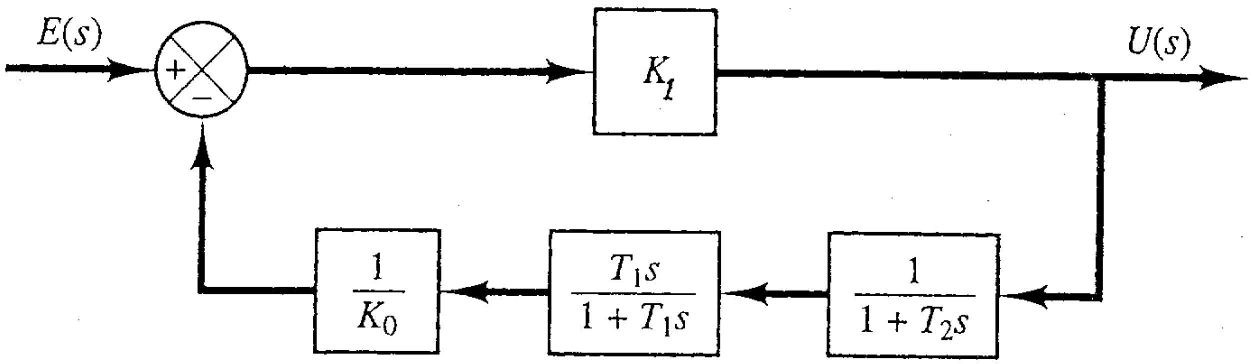
Beräkna den tid som åtgår för att nivån skall sjunka till $h_o/2$.



(4 p)

2.

En speciell typ av PID-regulator har följande struktur:



Förstärkningen $K_1 >> 1$.

Uppgift:
Omvandla denna struktur till formelsamlingens PID-regulator.
T_f antas liten. Uttryck parametrarna K, T_i och T_d i figurens storheter.

(3 p)

3. Följande är saxat ur en lärobok:

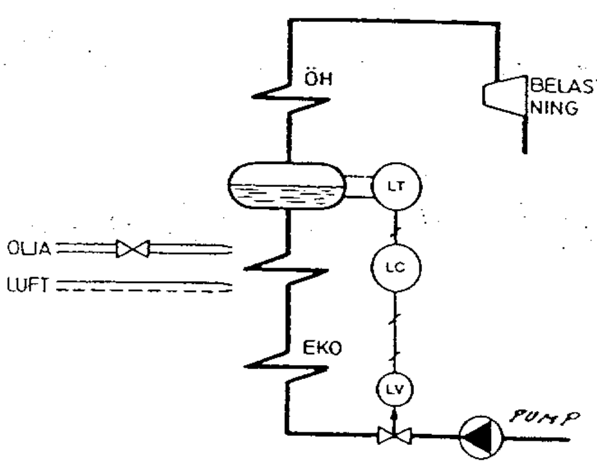
DOMNIVÅREGLERING

För konstanthållning av vattennivån i ångdomen behövs en nivågivare. Vanligtvis används en tryckdifferensgivare, som ansluts till ångdomen. Högtryckssidan ansluts till domens topp och lågtryckssidan till dess botten. Högtryckssidans mätledning fylls därvid helt med vatten. Denna inkoppling gör att signalen från givaren kommer att minska när nivån ökar.

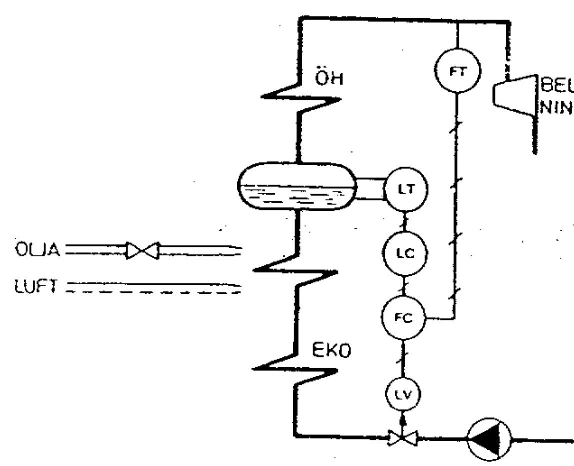
En regulator med konstant ledvärde styr sedan matarvattenventilen eller varvtalet på matarvattenpumpen, se flödesschemat i figur 9:5. Denna enkla form av reglering är således en konstantreglering.

Man kanske tycker att konstantreglering borde vara tillräcklig för att hålla nivån konstant, men så är inte fallet. När ånguttaget från pannan ökas kraftigt kommer nämligen trycket i domen att tillfälligt minska, varvid avkokningen ökar. Detta medför att nivån i domen tillfälligt stiger. Detta fenomen kallas oftast för "jäsningseffekt" (eng swalling-effect). Givaren kommer då att omedelbart efter ökningen av ånguttaget signalera en ökning av domnivån, varvid regulatorn styr reglerventilen mot stängning. Reglerventilen går således åt fel håll de första 10-30 sekunderna efter störningen och åstadkommer därvid en kraftig förstärkning av störningen på nivån.

För att motverka detta inkopplas på ångledningen en flödesgivare FT, som — ———— ———



Figur 9:5
Konstantreglering av domnivån.



Figur 9:6

ÖH = överhettare
EKO = ekonomiser, matarvattenförvärmare
LT = level, transmitter
LC = " , controller

FT = flow, transmitter
FC = " , controller
LV = level, valve

Uppgift:

a) Vad är den reglerteoretiska benämningen på ett system med ovanstående beteende ("jäsningseffekten")?

(1 p)

b) Vad kallas reglermetoden enligt figur 9:6? Beskriv funktionen. Fördelar jämfört med figur 9:5?

(2 p)

4. Följande är saxat ur en lärobok:

Inverted pendulum control KVASTSKAFT

The problem of balancing a broomstick on a person's hand is illustrated in Fig. 3.18. The only equilibrium condition is $\theta(t) = 0$ and $d\theta/dt = 0$. The problem of balancing a broomstick on one's hand is not unlike the problem of controlling the attitude of a missile during the initial stages of launch. This problem is the classic and intriguing problem of the inverted pendulum mounted on a cart, as shown in Fig. 3.19. The cart must be moved so that mass m is always in an upright position. The state variables must be expressed in terms of the angular rotation $\theta(t)$ and the position of the cart $y(t)$. The differential equations describing the motion of the system can be obtained by writing the sum of the forces in the horizontal direction and the sum of the moments about the pivot point ~~[illegible]~~. We will assume that $M \gg m$ and the angle of rotation θ is small so that the equations are linear. The sum of the forces in the horizontal direction is

$$M\ddot{y} + ml\ddot{\theta} - u(t) = 0, \tag{3.58}$$

where $u(t)$ equals the force on the cart and l is the distance from the mass m to the pivot point. The sum of the torques about the pivot point is

$$ml\ddot{y} + ml^2\ddot{\theta} - mlg\theta = 0. \tag{3.59}$$

FIGURE 3.18
An inverted pendulum balanced on a person's hand by moving the hand to reduce $\theta(t)$. Assume, for ease, that the pendulum rotates in the x-y plane.

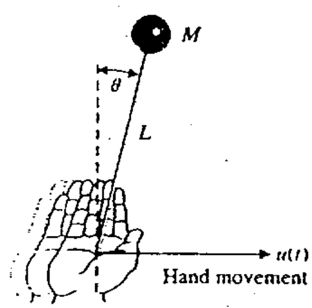
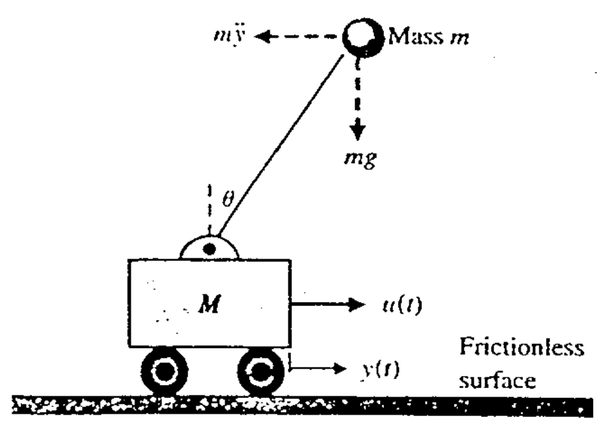


FIGURE 3.19
A cart and an inverted pendulum. The pendulum is constrained to pivot in the vertical plane.



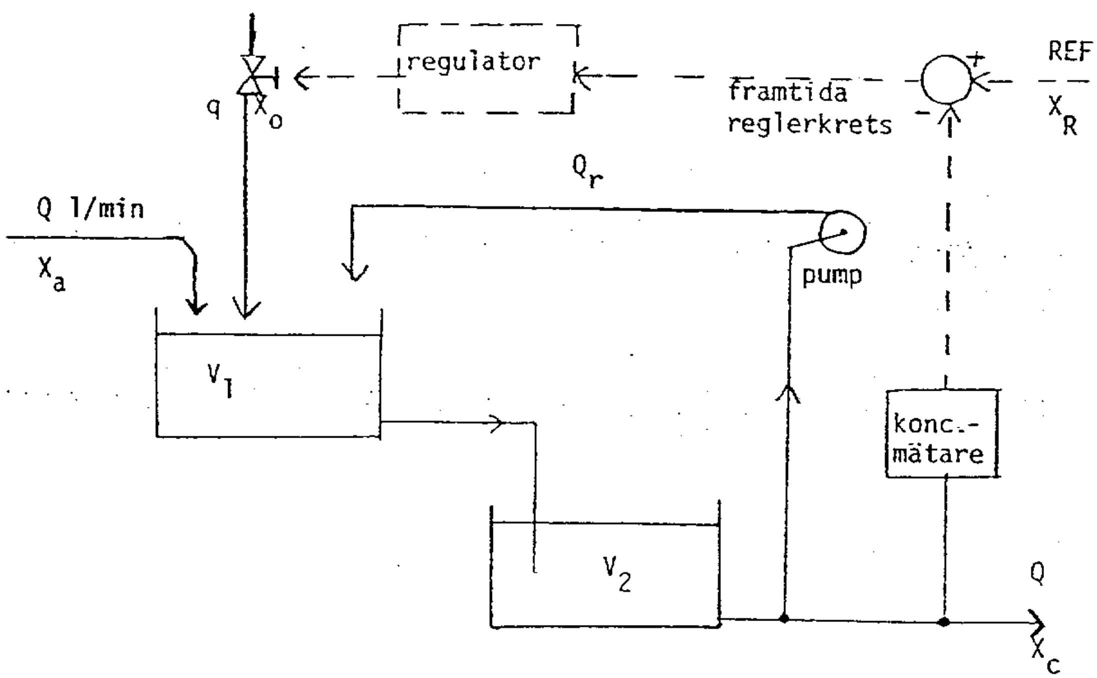
Uppgift: Beskriv systemet på tillståndsform. Låt kraften u(t) vara styrningen.

(4 p)

5.

Koncentrationen av ett visst intressant ämne i inflödet Q är X_a g/liter. Denna koncentration skall korrigeras i tank 1 (volymen = V_1) genom tillsats av en starkt koncentrerad vätska (X_0 g/l) med flödet q l/min. Vätska flyter sedan till tank 2 (volym = V_2). Båda tankarna antas ha ideell omrörning. Systemet är volymmässigt i balans dvs utflödet är också Q (med koncentrationen X_c). Denna koncentration skall i ett senare skede automatiskt regleras med hjälp av q varför systemets överföringsfunktioner skall framtas.

Retursligan med flödet Q_r är inlagd för att upprätthålla en cirkulation även om huvudflödet Q måste stoppas. Retursystemet fungerar även under normala driftsförhållanden.



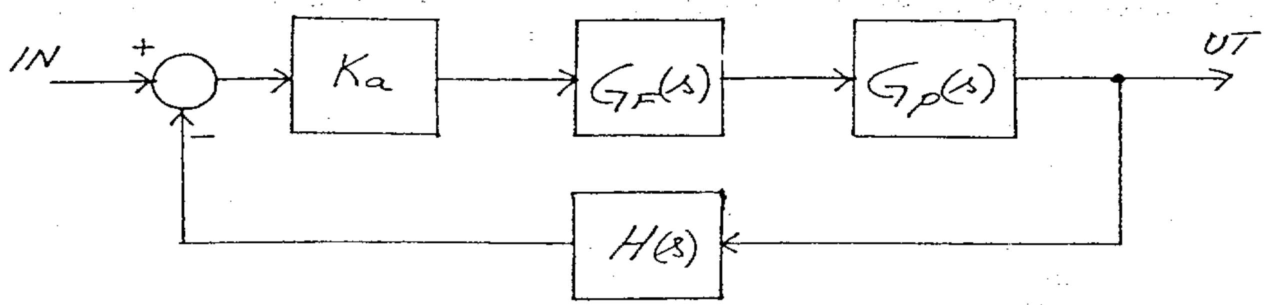
Flödet q antas så litet att vätskebalansen ej rubbas.

Uppgift: Beräkna överföringsfunktionerna

$$\frac{X_c(s)}{q(s)} \quad \text{samt} \quad \frac{X_c(s)}{X_a(s)}$$

(~~4~~ 5 p)

6.



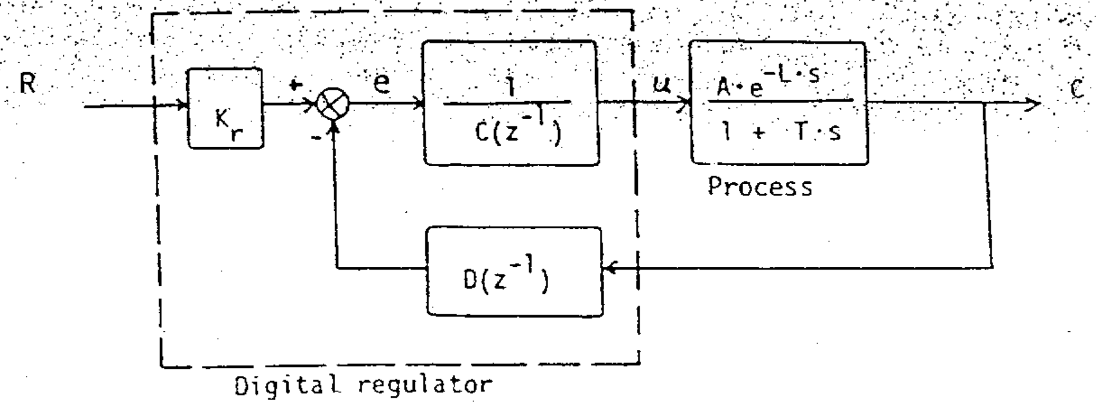
En DC-servomotor med $G_p(s) = \dfrac{1}{s(s+1)(0,1s+1)}$ skall följa en steginsignal så att inget kvar-stå-

ende fel finnes. Vidare skall en ramp följas med max 1% fel på utgången. Reglersystemet skall ha $A_m \geq 10$ db och $\varphi_m \geq 40°$.

Uppgift: Välj förstärkningen K_a samt filtret $G_F(s)$ och återföringen $H(s)$ så att ovanstående krav uppfylles.

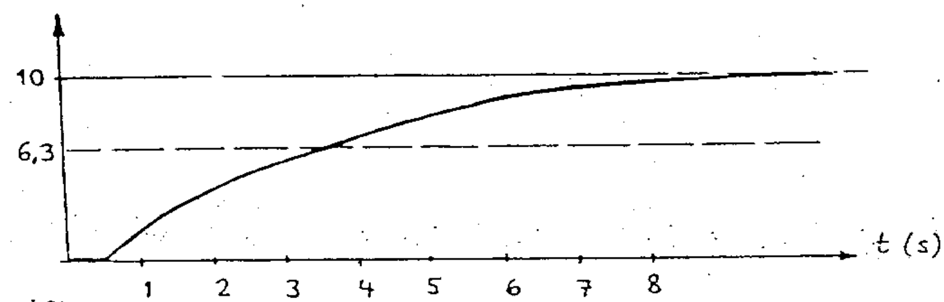
(5 p)

7.



En kontinuerlig process skall regleras med hjälp av en digital regulator. Figuren ovan visar hur systemet skall se ut.

Processen antages kunna beskrivas med den givna överföringsfunktionen. Däremot känner man inte storleken på konstanterna A, L och T. För att bestämma dessa har man mätt upp processens stegsvar*) (se nedan) I figuren har 63%-nivån lagts in som hjälp.



Uppgifter:

a) Bestäm värdet på konstanterna A, L och T med hjälp av det givna stegsvaret. (1 p)

b) Diskretisera den erhållna processen G(s) då samplingstiden är 0,5 sekunder. Bestäm därefter en icke-integrerande regulator med ovanstående struktur, så att det slutna systemet saknar kvarstående fel vid börvärdesändringar och får en dubbelpol i z= 0,2. **) (3 p)

c) Beräkna de fem första värdena på det erhållna systemets stegsvar. (~~1~~ 2 p)

*) Enhetssteg

**) Styckvis konstant styrning

Lösning till tentamen i Reglerteknik för F2
18/4 1998

1) Nivån vid balansflödet $Q_i = 0{,}015 \ m^3/\text{sek}$:

$$Q_{ut} = Q_{in} = 0{,}015 = 0{,}01\sqrt{h_0} \Rightarrow h_0 = 2{,}25 \ m$$

Balansekv. $$\underbrace{A}_{=2} \cdot \frac{dh(t)}{dt} = \underbrace{Q_{in}}_{=0 \text{ efter avstängningen}} - \underbrace{Q_{ut}}_{=0{,}01\sqrt{h(t)}}$$

$$2 \cdot \frac{dh(t)}{dt} = -0{,}01\sqrt{h(t)}$$

Beräkna nu tiden t_1 för ytan att sjunka till $h_0/2$

$$\int_{h_0}^{h_0/2} \frac{dh(t)}{\sqrt{h(t)}} = -0{,}005 \int_0^{t_1} dt$$

$h_0 \leftarrow 2{,}25$

$$2\sqrt{h(t)}\Big|_{2{,}25}^{1{,}125} = -0{,}005\,t\Big|_0^{t_1}$$ eller

$$2\left[\sqrt{1{,}125} - \sqrt{2{,}25}\right] = -0{,}005\,t_1 \Rightarrow$$

Svar: $t_1 = 175{,}7$ sekunder

3/

a) Icke minimumfassystem
(Läroboken sid. 176)

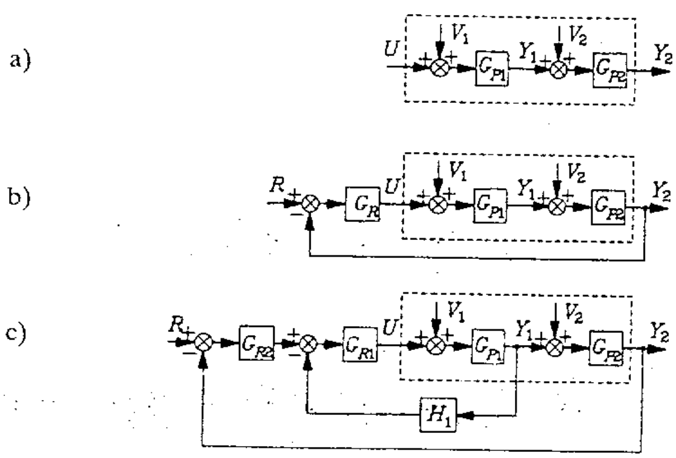
b) Kaskadreglering. Slutet på det saknade avsnittet:

För att motverka detta inkopplas på ångledningen en flödesgivare FT, som via en underordnad regulator FC "tvångsstyr" reglerventilen LV åt rätt håll, se figur 9:6. Vi har fått en störvärdeskompensering, där den överordnade reglerkretsen utgörs av nivågivaren LT, regulatorn LC och reglerventilen LV. Den underordnade störvärdeskretsen utgörs av flödesgivaren FT och kaskadregulatorn FC.

Från kursboken:

7.6.1 Kaskadreglering

Detta är en form av intern återföring, som är mycket vanlig i processreglersystem. Betrakta en sammansatt process enligt figur 7.32a med två olika störningar v_1 och v_2 angripande i var sin del av processen, vilkas respektive utsigna-



Figur 7.32 Typsituation för kaskadreglering.

LC i fig 9:5 motsvaras av G_R i fig. 7.32 b

LC resp. FC i fig. 9:6 motsvaras av G_{R2} resp. G_{R1} i fig 7.32 c

ler är y_1 och y_2. Storheten y_2 skall regleras, och en enkel återkopplad reglering skulle få det i figur 7.32b visade utseendet.

I många fall, t ex vid temperaturreglering är den senare delen av processdynamiken (G_{P2}) av mycket långsam karaktär, varför kretsförstärkningen i det återkopplade systemet måste väljas låg för att stabiliteten skall bibehållas. En störning (v_1) i ett tidigt skede av processen, där G_{P1} exempelvis kan representera en reglerventil för bränsleflödet till en ugn, ger då upphov till stora variationer i den reglerade storheten y_2.

Väsentligt förbättrad reglering kan åstadkommas med den i figur 7.32c illustrerade lösningen. Här införes en givare som mäter "mellanstorheten" y_1 (t ex flödet genom en reglerventil), som regleras med en intern återföringsloop via regulatorn G_{R1}. Regulatorn G_{R2} i den yttre reglerkretsen ("huvudloopen") levererar börvärdet till den inre reglerkretsen, dvs de två regulatorerna ligger i en serie eller *kaskad*. Den primära fördelen med detta arrangemang är att inverkan från störningen v_1 och likaså från eventuella parametervariationer eller olineariteter i överföringen G_{P1} i stort sett elimineras genom att den inre loopen kan göras snabb (högt värde på kretsöverföringen $G_{R1}G_{P1}H_1$).

2 /

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_1}{1 + K_1 \cdot \frac{T_1 s}{K_0 (1+T_1 s)(1+T_2 s)}} \approx$$

$$\approx \frac{K_0 (1+T_1 s)(1+T_2 s)}{T_1 s} \quad \text{om } K_1 \gg 1$$

Vidare $\frac{U(s)}{E(s)} = K_0 \left(1 + \frac{1}{T_1 s}\right)\left(1 + T_2 s\right) =$

$$= K_0 \left[1 + \frac{1}{T_1 s} + T_2 s + \frac{T_2}{T_1}\right] =$$

$$= \frac{K_0 (T_1 + T_2)}{T_1} \left[1 + \frac{1}{(T_1 + T_2) s} + \frac{T_1 T_2}{1 + T_2}\right]$$

dvs. samma struktur som formelsamlingens

$$G_{PID}(s) = K \cdot \left[1 + \frac{1}{s T_i} + \frac{s T_d}{1 + s T_f}\right]$$

T_f kan här försummas

Svar:
$$\begin{cases} K = \frac{K_0 (T_1 + T_2)}{T_1} \\ T_i = T_1 + T_2 \\ T_d = \frac{T_1 T_2}{1 + T_2} \end{cases}$$

4)
$$\left.\begin{aligned} M\ddot{y} + ml\ddot{\theta} - u(t) &= 0 \\ ml\ddot{y} + ml^2\ddot{\theta} - mlg\theta &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \text{Välj} \quad X = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} M\dot{X}_2 + ml\dot{X}_4 - u &= 0 \\ \dot{X}_2 + l\dot{X}_4 - gX_3 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \begin{matrix} \mathrm{I} \\ \mathrm{II} \end{matrix}$$

Sätt in $\dot{X}_2$ i II i ekv I

$$MgX_3 - Ml\dot{X}_4 + ml\dot{X}_4 - u = 0 \quad \text{eller}$$

$$\dot{X}_4(\cancel{m}l - Ml) + MgX_3 - u = 0$$

då $m << M$

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = X_2 \\ \mathrm{I} \quad \dot{X}_2 + l\left(-\frac{M}{ml}\dot{X}_2 + \frac{1}{ml}u\right) - gX_3 = 0 \quad \text{eller} \\ \dot{X}_3 = X_4 \\ \dot{X}_4 = \frac{\cancel{M}g}{\cancel{M}l}X_3 - \frac{1}{Ml}u \end{cases}$$

$$\dot{X}_2\underbrace{\left(1 - \frac{M}{m}\right)}_{\approx -\frac{M}{m}} - gX_3 + \frac{u}{m} = 0$$

Svar:
$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & g/l & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ -\frac{1}{Ml} \end{bmatrix} u$$

Om $y(t)$ väljes som utsignal fås:

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$$

5/ Teckna mängdändringen av ämnet i tank 1

$$\underbrace{\dot{X}_1 \cdot V_1}_{\text{mängdändring/tidsenhet (min)}} = X_a \cdot Q + X_0 \cdot q + X_c \cdot Q_r - X_1(Q+Q_r)$$

g/l l

eller

(Ekv I) $\dot{X}_1 V_1 + X_1(Q+Q_r) = X_a \cdot Q + X_0 q + X_c \cdot Q_r$

För tank 2 gäller:

(Ekv II) $\dot{X}_c \cdot V_2 = X_1(Q+Q_r) - X_c(Q+Q_r)$; Eliminera X_1 !

$$\left.\begin{aligned} I &\Rightarrow X_1(sV_1 + Q + Q_r) = X_a \cdot Q + X_0 q + X_c \cdot Q_r \\ II &\Rightarrow X_1(Q+Q_r) = sX_c V_2 + X_c(Q+Q_r) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{X_c(sV_2 + Q + Q_r)}{Q+Q_r}(sV_1 + Q + Q_r) = X_a Q + X_0 q + X_c Q_r \,;$$

$$X_c\left[s^2 V_1 V_2 + (Q+Q_r)s(V_1+V_2) + Q^2 + \cancel{Q_r^2} + \cancel{2}QQ_r\right] =$$

$$= X_a Q(Q+Q_r) + X_0 q(Q+Q_r) + X_c(\cancel{QQ_r} + \cancel{Q_r^2}) \,;$$

Linjärt system ⇒ superposition gäller

Ingen styrning ⇒ $q = 0$ ⇒

$$\frac{X_c(s)}{X_a(s)} = \frac{Q(Q+Q_r)}{s^2 V_1 V_2 + s(Q+Q_r)(V_1+V_2) + Q^2 + Q \cdot Q_r} \,;$$

Svar:

Låt sedan $X_a = 0$

$$\frac{X_c(s)}{q(s)} = \frac{X_0(Q+Q_r)}{s^2 V_1 V_2 + s(Q+Q_r)(V_1+V_2) + Q^2 + Q \cdot Q_r}$$

Har betraktat konc. X_0 som konstant Svar:

6/ Rita $G_p(s)$:s Bodediagram
Ant. $H(s)=1$ och $G_F(s)=1$ $\Rightarrow \begin{cases} \varphi_m = 50° \\ A_m = 21\,dB \end{cases}$

Ett stabilt system enligt kraven

Rampfelet $e_{ss} = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{1+K_a \cdot G_F(s) \cdot G_p(s)} \leq 0{,}01$

$H(s)=1$

$\Rightarrow K_a \cdot |G_F| \geq 100$ då $s \to 0$

Om $G_p(s)$-kurvan lyftes 40dB (=100) förloras stab. marg.

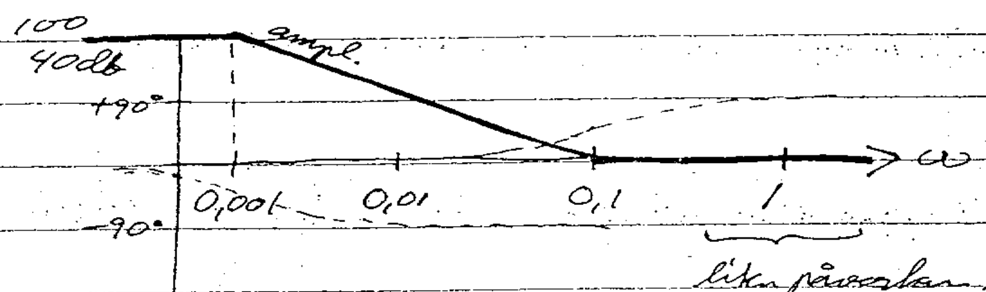
Välj ett lagfilter som lyfter 40dB för nyckel lågor ω och har liten påverkan omkring ~~[illegible]~~ överkoss. frek. $\omega = 0{,}8$

$$G_{lag} = a\,\frac{1+sT_i}{1+asT_i};$$

Välj $K_a = 1$ och $a = 100$

Välj $T_i = 10 \Rightarrow aT_i = 1000$

Brytfrekvenser: $\frac{1}{aT_i} = 0{,}001$ och $\frac{1}{T_i} = 0{,}1$

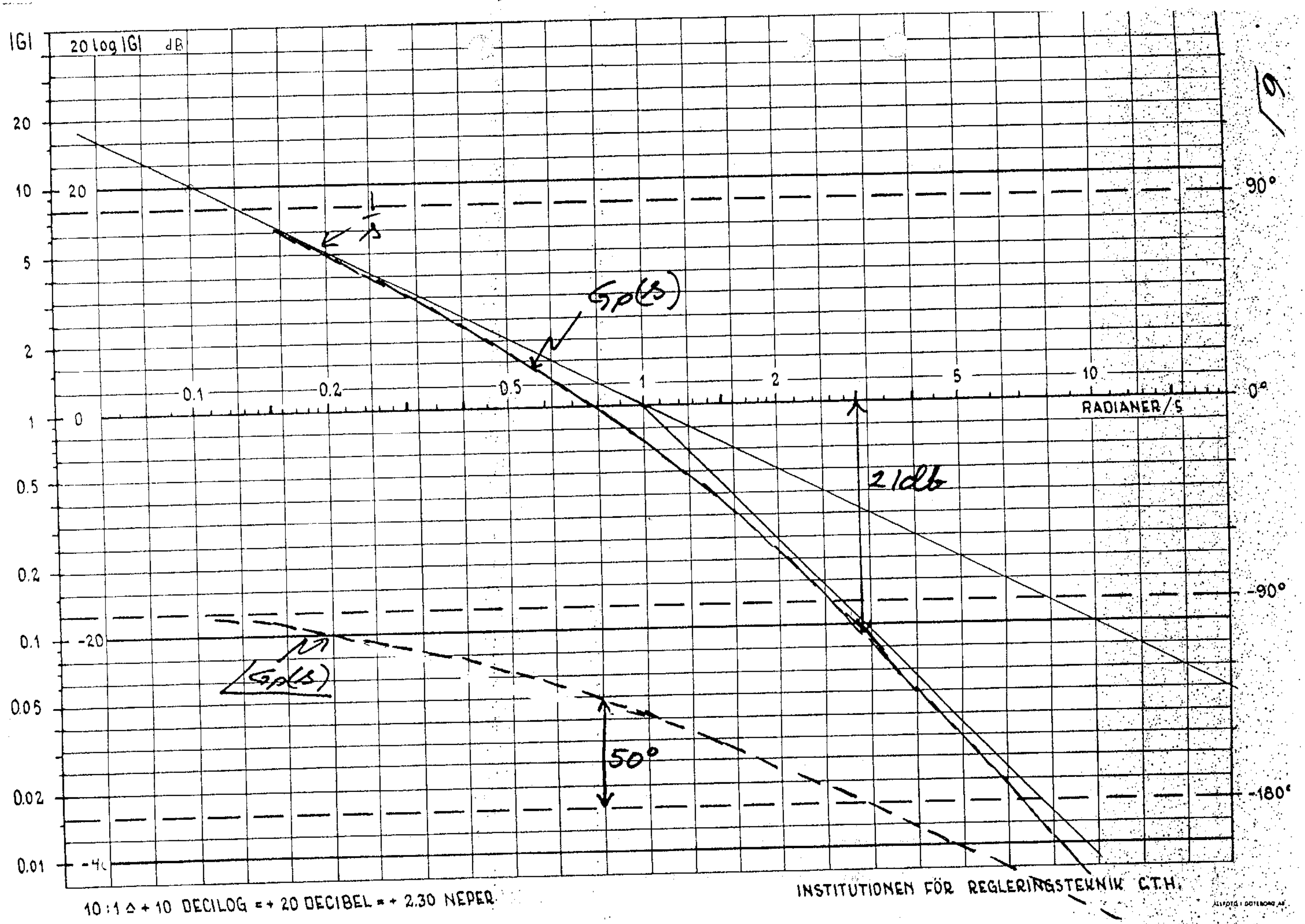


Svar: Med valen $H(s) = 1$; $K_a = 1$ samt

$$G_{lag}(s) = 100 \cdot \frac{1+10s}{1+1000s}$$

fås $A_m \approx 20\,dB$
$\varphi_m \approx 45°$

samt max. 1% rampfel



6
|G|
20 log |G| dB
20
10
5
2
1
0.5
0.2
0.1
0.05
0.02
0.01
20
0
-20
-40
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
RADIANER/S
90°
0°
-90°
-180°
1/s
Gp(s)
21db
Gp(s)
50°
10:1 ≙ +10 DECILOG = +20 DECIBEL = +2.30 NEPER
INSTITUTIONEN FÖR REGLERINGSTEKNIK C.T.H.

7/

a/ dödtid 0,5 sek $\Rightarrow L = 0.5$

lågfrekv. först. 10 $\Rightarrow A = 10$ Svar

tidkonst. 3 (vid 63%) $\Rightarrow T = 3$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{10 \cdot e^{-0.5s}}{1+3s}$$

b/ Enligt formelsamlingen $\frac{K}{s+a} \triangleq \frac{K}{a} \cdot \frac{1-e^{-ah}}{z-e^{-ah}}$

$$G(s) = \frac{\frac{10}{3} \cdot e^{-0.5s}}{s+\frac{1}{3}} \; ; \; h = 0.5 \quad \Rightarrow$$

$$H(z) = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\left(1-e^{-\frac{1}{6}}\right) z^{-1}}{\left(z-e^{-\frac{1}{6}}\right)} = \frac{10 \cdot 0{,}1535 \cdot z^{-1}}{z - 0{,}8465} =$$

$$= \frac{1{,}535\, z^{-2}}{1-0{,}8465\, z^{-1}} = \frac{B(z)}{A(z)}$$

Kar. pol. $P(z) = \left(1-0{,}2z^{-1}\right)^2 = 1-0{,}4z^{-1}+0{,}04z^{-2}$

$$\left.\begin{array}{l} \text{grad } C = \text{grad } B - 1 = 2-1 = 1 \\ \text{grad } D = \text{grad } A - 1 = 1-1 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} C(z) = 1 + c_1 z^{-1} \\ D(z) = d_0 \end{array}\right\}$$

$$AC + BD = P \Rightarrow \left(1-0{,}8465z^{-1}\right)\left(1+c_1z^{-1}\right) +$$

$$+ 1{,}535z^{-2} \cdot d_0 = 1-0{,}4z^{-1}+0{,}04z^{-2} \; ;$$

$$VL: 1 + z^{-1}\left(c_1 - 0{,}8465\right) + z^{-2}\left(-0{,}8465c_1 + 1{,}535d_0\right)$$

Identifiering $\Rightarrow c_1 = 0{,}4465 \Rightarrow C(z) = 1 + 0{,}4465\,z^{-1}$

$0{,}04 = -0{,}8465 \times 0{,}4465 + 1{,}535\, d_0 \Rightarrow d_0 = 0{,}2723$

$D(z) = 0{,}2723$

7 forts./

Börvärdesfaktorn K_r är: $1 = K_r \cdot \frac{B(1)}{P(1)}$ eller

$$K_r = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{1-0{,}4+0{,}04}{1+0{,}4465} = 0{,}4176$$

Svar: $C(z) = 1 + 0{,}4465 z^{-1}$; $D(z) = 0{,}2723$; $K_r = 0{,}4176$

c) $G_{TOT}(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = K_r \cdot \frac{B(z)}{P(z)}$ enligt formelsamlingen

Alternativt $G_{TOT}(z) = K_r \cdot \dfrac{\frac{B}{C \cdot A}}{1 + \frac{BD}{C \cdot A}} = \dfrac{K_r \cdot B}{CA + BD} = \dfrac{K_r \cdot B}{P}$

$$\Rightarrow C(z)\left[1 - 0{,}4z^{-1} + 0{,}04z^{-2}\right] = \underset{\text{sätt = enhetssteg}}{R(z)} \cdot 0{,}64 \cdot z^{-2}$$

$$c(k) = 0{,}4c(k-1) - 0{,}04c(k-2) + 0{,}64 \cdot r(k-2)$$

k	$r(k)$	$r(k-2)$	$c(k-1)$	$c(k-2)$	$c(k)$
-1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0,64
3	1	1	0,64	0	0,896
4	1	1	0,896	0,64	0,9728
5	1	1	0,9728	0,896	0,9932
6	1	1			

SVAR

$c(0) \rightarrow c(5)$