

Tentamen

Vektorfält och elektromagnetisk fältteori, EEN190

Tid:	2025-08-21, kl. 8:30-13:30
Hjälpmedel:	Physics Handbook Beta Mathematics Handbook Typgodkänd kalkylator Formelsamlingar i vektorfält och elektromagnetisk fältteori. Inga andra anteckningar är tillåtna.
Förfrågningar:	Andreas Fhager
Lösningar:	Anslås på kursens hemsida senast första vardagen efter tentan.
Resultatet:	Distribueras via LADOK.
Granskning:	Plats och tid annonseras på kurshemsidan.
Om rättningen:	Svar och lösningar skall motiveras och förklaras. Skriv tydligt och förklara vad ni gör i er lösning och vilken metod som används. Poängavdrag görs för otydliga figurer och lösningar samt lösningar som inte förklaras eller motiveras. Mindre allvarliga fel och rena räknefel leder till mindre avdrag. Mer allvarliga, principiella fel och metodfel leder till större avdrag. Poängavdrag görs även för utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och uppenbart orimliga svar.
Betygsgränser:	Betyg 3: Totalt 36, varav ≥ 21 på problemdelen och ≥ 8 på teorin Betyg 4: Totalt 48, varav ≥ 26 på problemdelen och ≥ 10 på teorin Betyg 5: Totalt 60, varav ≥ 31 på problemdelen och ≥ 12 på teorin

Lycka till!

1 (Vektorfält)

Problemlösning (12 poäng)

- Visa med en beräkning att det sfäriska koordinatsystemet (r, θ, ϕ) är ett ortogonalt koordinatsystem. (3 poäng)
- Visa följande samband, där d och e är konstanter, $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$ är rumsberoende vektorfält, f är ett rumsberoende skalärt fält och $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ är vektorer. Gör beräkningarna med hjälp av indexnotation. (3 poäng)
 - $\nabla \cdot (d\mathbf{u} + e\mathbf{v}) = d\nabla \cdot \mathbf{u} + e\nabla \cdot \mathbf{v}$
 - $\nabla \cdot \nabla f = \nabla^2 f$
 - $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \times \mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$
- Beräkna ytintegralen

$$\iint_S \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS$$

där $\mathbf{v} = (x + y, z^2, x^2)$ och S är ytan av halvklotet $x^2 + y^2 + z^2 = 1, z > 0$. $\mathbf{n}$ är ytnormalen som pekar uppåt och utåt från halvklotet, (dvs ytnormalen har en z-komponent som är större än noll) (6 poäng)

2 (Elektrostatik)

Problemlösning (8 poäng)

En metallkula med en radie på 10 cm är laddad med en laddning $Q = 1 \mu\text{C}$. Två andra små metallkulor med en radie på 2 cm kopplas därefter samman via tunna metalltrådar med den större kulan. Antag att de små kulorna befinner sig på mycket stort avstånd från varandra och från den stora kulan. Antag också att metalltråden inte stör fältbilden från kulorna.

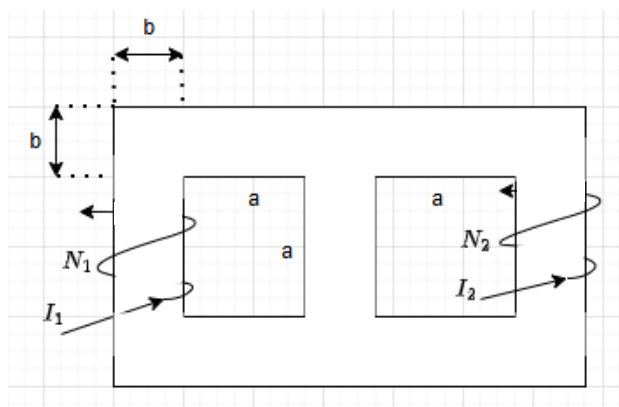
- Beräkna fältstyrkan precis utanför den stora kulan före anslutningen av de mindre kulorna? (2 poäng)
- Beräkna hur mycket laddning som kommer att finnas på varje kula efter att de kopplats ihop. (4 poäng)
- Beräkna fältstyrkan precis utanför samtliga kulor efter att de kopplats ihop. Kommer överslag att inträffa i luften utanför de små kulorna? Överslag inträffar i luft om fältstyrkan överstiger 2.5 MV/m. (2 poäng)

3 (Magnetostatik)

Problemlösning (8 poäng)

Utgå från den magnetiska kretsen i bilden till höger.

- Ta fram en ekvivalent ”magnetisk” krets och specificera de olika reluktanserna i kretsen. (4 poäng)
- Beräkna de olika magnetiska flödena som finns i kretsen om de två lindningarna leder strömmen I_1 respektive I_2 , med riktningar enligt figuren. (4 poäng)



Antag att det inte finns några förluster i systemet och att materialet har den relativa permeabiliteten μ_r . Tvärsnittsarean av delarna i den magnetiska kretsen är b^2 överallt.

4

Problemlösning (8 poäng)

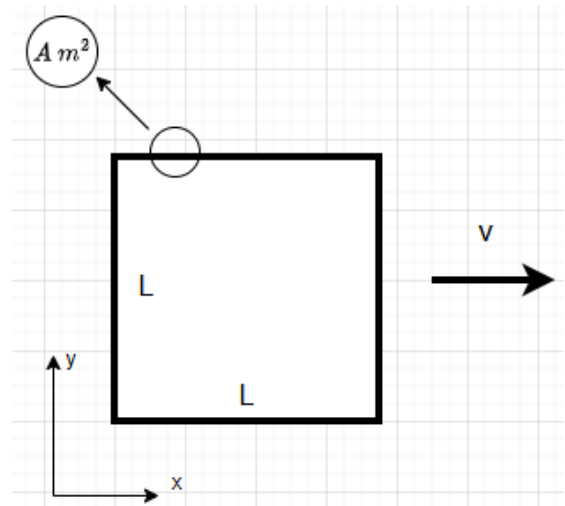
Ett B-fält varierar i rummet enligt ekvationen

$$\mathbf{B}(x, y) = \sin(ax) + y \hat{z}$$

där a är en konstant. Låt en fyrkantig slinga, som befinner sig i x-y planet, (dvs den har en ytnormal riktad i z-led), röra sig i B-fältet i riktning i x-led och med hastigheten v . Slingan är kvadratisk med en sidlängd L och tråden som slingan består av har en tvärsnittsarea A .

Beräkna den inducerade strömmen i slingan om materialet i slingan är koppar (som har resistivitet ρ)?

Antag att slingans mittpunkt befinner sig i origo, $(x, y) = (0, 0)$, vid tiden $t = 0$.



5

Problemlösning (8 poäng)

En våg med ett sinusformat tidsberoende beskrivs av det komplexa E-fältet

$$\vec{E} = 5e^{-j(3y-4z)} \hat{x} \text{ (V/m)}$$

- I vilken riktning utbreder sig vågen? (2 poäng)
- Beskriver uttrycket en plan våg? Motivera ditt svar. (2 poäng)
- Vågen propagerar i vakuum in mot ett perfekt ledande plan beläget vid $z = 0$. Beräkna de komplexa E- och H-fälten för den reflekterade vågen. (4 poäng)

6

Problemlösning (8 poäng)

En Hertzdipol med dipolmomentet $\mathbf{p} = \hat{z}p_0$ befinner sig i punkten $(x, y, z) = (0, 0, \frac{a}{2})$ över ett stort ledande plan. Det ledande planets yta ges av ekvationen $z=0$. Bestäm ytladdningstätheten ρ_s i metallplanet.

7

Teori (20 poäng)

Svara kortfattat och med motiveringar där det efterfrågas.

Inget svar behöver vara längre än 2-3 meningar. Varje korrekt besvarad fråga ger 1 poäng.

Elektrostatik

1. I vilken riktning pekar E -fältet?
2. Vad kännetecknar en elektrisk dipol, och hur beter den sig i ett elektriskt fält om man antar att den kan rotera fritt runt sin mittpunkt?
3. Vad säger Gauss sats i ord, och varför är den användbar vid beräkning av elektriska fält?
4. Hur förändras den elektrostatisk energin i ett system om en positiv laddning flyttas från en högre till en lägre potential?

Magnetostatik

5. Hur påverkar ett magnetfält en stillastående elektrisk laddning?
6. Hur påverkas ett magnetfält av ett ferromagnetiskt material?
7. Vad menas med att ett magnetfält kan "lagras" i en spole, och hur mycket energi kan lagras?
8. Vad säger "Biot-Savarts-lag", och vad beskriver den om förhållandet mellan ström och magnetfält?

Dynamik

9. Vad innebär Lenz lag och hur relaterar den till Faradays induktionslag?
10. Hur kan man förstå funktionen i en transformator med hjälp av induktion?
11. Vid induktionsberäkningar är begreppet "magnetiskt flöde" viktigt. Beskriv på vilket sätt.
12. Kan ett statiskt magnetfält inducera en elektrisk ström i en fix, sluten slinga? Motivera svaret.
13. Enligt Maxwells fulla ekvationer är divergensen av B -fältet noll. Vad innebär det för förståelsen av uppkomsten av magnetiska fält?
14. Vad är betydelsen av den komplexa dielektricitetskonstanten i ett material? Med andra ord, vad representerar real- resp. imaginärdel?
15. Hur relaterar riktningen hos elektriska och magnetiska fält till propagationsriktningen hos en plan elektromagnetisk våg?
16. Vad menas med polarisation av en plan elektromagnetisk våg?
17. Vad är en Hertzdipol och hur skiljer den sig från en vanlig elektrisk dipol?
18. Ger Hertzdipolen upphov till plana vågor? Svaret ska motiveras.
19. Vad beskriver ett strålningsdiagram och vad är dess huvudsakliga syfte?
20. Vad menas med E - och H -plan i ett strålningsdiagram?

1

a)

Utgå från de normerade enhetsvektorer, dessa finns i formelsamlingen:

$$\hat{e}_r = \sin\theta \cos\phi \hat{e}_x + \sin\theta \sin\phi \hat{e}_y + \cos\theta \hat{e}_z$$

$$\hat{e}_\theta = r \cos\theta \cos\phi \hat{e}_x + r \cos\theta \sin\phi \hat{e}_y - r \sin\theta \hat{e}_z$$

$$\hat{e}_\phi = -r \sin\theta \sin\phi \hat{e}_x + r \sin\theta \cos\phi \hat{e}_y$$

Beräkna skalärprodukterna:

$$\begin{aligned}\hat{e}_r \cdot \hat{e}_\theta &= (\sin\theta \cos\phi)(r \cos\theta \cos\phi) + (\sin\theta \sin\phi)(r \cos\theta \sin\phi) \\ &\quad + (\cos\theta)(-r \sin\theta) = r \sin\theta \cos\theta (\cos^2\phi + \sin^2\phi) - r \sin\theta \cos\theta \\ &= r \sin\theta \cos\theta (1) - r \sin\theta \cos\theta = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{e}_r \cdot \hat{e}_\phi &= (\sin\theta \cos\phi)(-r \sin\theta \sin\phi) + (\sin\theta \sin\phi)(r \sin\theta \cos\phi) + 0 \\ &= -r \sin^2\theta \cos\phi \sin\phi + r \sin^2\theta \sin\phi \cos\phi = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{e}_\theta \cdot \hat{e}_\phi &= (r \cos\theta \cos\phi)(-r \sin\theta \sin\phi) + (r \cos\theta \sin\phi)(r \sin\theta \cos\phi) + 0 \\ &= -r^2 \cos\theta \sin\theta \cos\phi \sin\phi + r^2 \cos\theta \sin\theta \sin\phi \cos\phi = 0\end{aligned}$$

Eftersom alla skalärprodukter är noll betyder det att koordinatsystemet är ortogonalt.

b1)

Använd kompakt notation för indexform av partiella derivator så att $\partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i}$

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (d\mathbf{u} + e\mathbf{v}) &= \partial_i (du_i + ev_i) = \{ \text{Partiell derivata är en linjär operation} \} = \\ &= (\partial_i d) u_i + d (\partial_i u_i) + (\partial_i e) v_i + e (\partial_i v_i) \\ &= \{ d \text{ och } e \text{ är konstanter varvid } \partial_i d = \partial_i e = 0 \} \\ &= d (\partial_i u_i) + e (\partial_i v_i) = d \nabla \cdot \mathbf{u} + e \nabla \cdot \mathbf{v}\end{aligned}$$

b2)

$$\nabla \cdot \nabla f = \partial_i ([\nabla f]_i) = \partial_i (\partial_i f) = \partial_i^2 f = \nabla^2 f$$

b3)

$$\begin{aligned}\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \times \mathbf{c} &= \epsilon_{ijk} a_i b_j c_k = \epsilon_{kij} a_i b_j c_k = \{ \text{använd att } \epsilon_{ijk} = \epsilon_{jki} \} \\ &= (\mathbf{a} \times \mathbf{b})_k c_k = \mathbf{a} \times \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}\end{aligned}$$

c)

Vi observerar att ytan inte är sluten och kompletterar därför med cirkelskivan i planet $z = 0$. Divergensteoremet ger då

$$\iint_{S_1} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, dS = \iiint_V (\nabla \cdot \mathbf{v}) \, dV - \iint_{S_2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, dS$$

där S_1 är ytan över halvsfären och S_2 är cirkelskivan i planet $z=0$, och V är halvsfärens volym.

Divergensen beräknas: $\nabla \cdot \mathbf{v} = \nabla \cdot (x + y, z^2, x^2) = 1$

Därefter beräknas volymen av halvsfären

$$\iiint_V (\nabla \cdot \mathbf{v}) \, dV = \iiint_V 1 \, dV = \frac{2}{3}\pi$$

Cirkelskivan i bottenytan ger bidraget:

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = -x^2 \Rightarrow \iint_{S_2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, dS = \iint_{S_2} -x^2 \, dS$$

Enklast beräknas integralen genom att parametrisera cirkelskivan i planet $z = 0$ med polära koordinater, radien på skivan är 1. Använd:

$$x = r \cos\theta, \quad y = r \sin\theta, \quad dS = dA = r \, dr \, d\theta$$

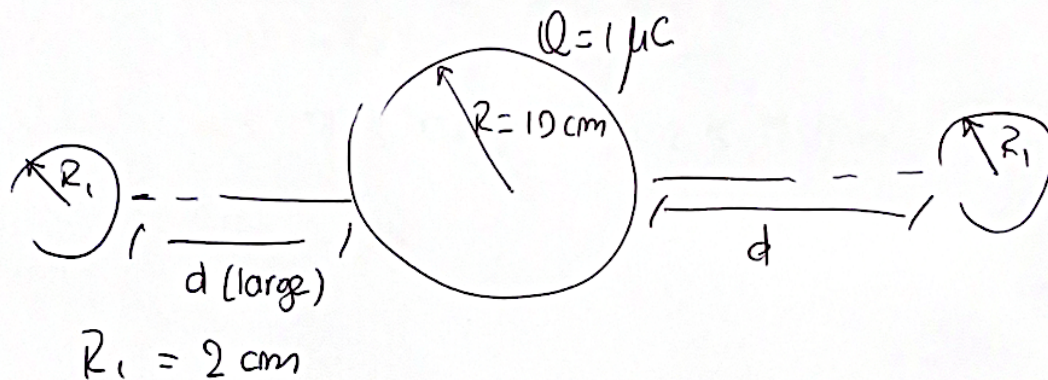
Beräkna:

$$\iint_{S_2} -x^2 \, dS = - \int_0^{2\pi} \int_0^1 r^2 \cos^2\theta \cdot r \, dr \, d\theta = - \int_0^{2\pi} \cos^2\theta \, d\theta \cdot \int_0^1 r^3 \, dr = -\frac{\pi}{4}$$

Detta ger:

$$\iint_{S_1} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, dS = \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi}{4} = \frac{11\pi}{12}$$

Alternativt kan man beräkna integralen $\iint_{S_1} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, dS$ genom att utföra ytintegralen över halvsfären S_1 direkt.



a) Electric field strength before connection ;

$$|\vec{E}| = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{4\pi\epsilon_0 0.1^2} = 0.9 \text{ MV/m}$$

b) After the connection:

TOTAL CHARGE = Q

CHARGE ON SMALL SPHERES: q

$$\Rightarrow Q_1 = Q - 2q \quad (\text{ON BIG SPHERE})$$

THE POTENTIAL WILL BE THE SAME:

$$\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1} \Rightarrow \frac{Q - 2q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1}$$

$$\Rightarrow q = \frac{R_1}{2R_1 + R} Q$$

$$\Rightarrow q = 83 \text{ nC}$$

$$Q_1 = Q - 2q = 833 \text{ nC.}$$

c.)

FIELD STRENGTH :

$$|\vec{E}| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} = 7.5 \text{ MV/m}$$

$$\rightarrow 7.5 \text{ MV/m} > 2.5 \text{ MV/m}$$

~~yes~~

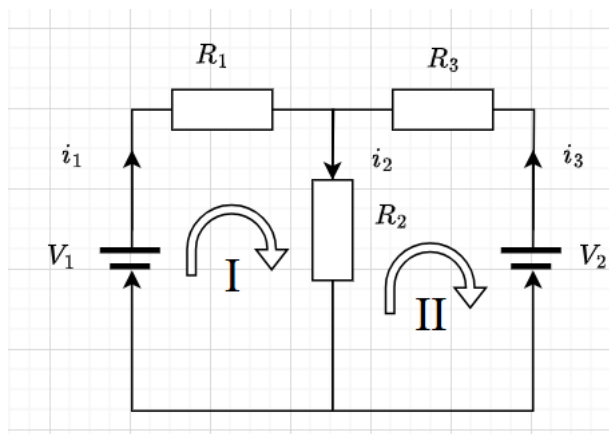
3

a)

$$R_1 = R_3 = 3 * a / (b^2 \mu) + 2 * b / (b^2 \mu) \\ = (3a + 2b) / (b^2 \mu)$$

$$R_2 = a / (b^2 \mu) + 2 * b / (b^2 \mu) \\ = (a + 2b) / (b^2 \mu)$$

$$V_1 = N_1 I_1, V_2 = N_2 I_2$$



b)

$$\begin{aligned} 0: & \quad i_1 + i_3 = i_2 \\ I: & \quad V_1 - i_1 R_1 - i_2 R_2 = 0 \\ II: & \quad -V_2 + i_2 R_2 + i_3 R_3 = 0 \end{aligned}$$

Använder vi 0 i I:

$$(*) \quad i_1 R_1 + (i_1 + i_3) R_2 = V_1 \Rightarrow i_3 = \frac{V_1 - i_1 (R_1 + R_2)}{R_2}$$

Om vi använder 0 och (*) i II

$$\begin{aligned} (i_1 + i_3) R_2 + i_3 R_3 &= V_2 \\ i_1 R_2 + i_3 (R_2 + R_3) &= V_2 \\ i_1 R_2 + \frac{V_1 - i_1 (R_1 + R_2)}{R_2} (R_2 + R_3) &= V_2 \\ i_1 R_2^2 + V_1 (R_2 + R_3) - i_1 (R_1 + R_2) (R_2 + R_3) &= V_2 R_2 \\ i_1 (R_2^2 - (R_1 + R_2) (R_2 + R_3)) &= V_2 R_2 - V_1 (R_2 + R_3) \end{aligned}$$

Vi har alltså

$$i_1 = \frac{V_2 R_2 - V_1 (R_2 + R_3)}{R_2^2 - (R_1 + R_2) (R_2 + R_3)}$$

Låt $R' = R_1 + R_2 = R_2 + R_3 = 4 \frac{a+b}{b^2 \mu}$, vi får

$$i_1 = \frac{V_2 R_2 - V_1 R'}{R_2^2 - R'^2} = \frac{V_2 (a + 2b) - V_1 4(a + b)}{(a + 2b)^2 - 16(a + b)^2} b^2 \mu$$

i_3 och vidare i_2 är därefter triviala att ta fram med (*) och 0.

4

Följande ekvationer ger uttrycket för den inducerade strömmen I_{ind} :

$$\text{Ohm's lag: } I_{ind} = \frac{V_{ind}}{R}$$

$$\text{Faraday's lag: } V_{ind} = -\frac{d}{dt}\Phi(t) = -\frac{d}{dt}\left(\int_s B(x, y, t) \cdot ds\right)$$

Vi behöver bestämma B i rummet för att kunna beräkna integralen.

Givet en tid t i rummet, vi har x, y s.d. att

$$x \in \left[v * t - \frac{L}{2}, v * t + \frac{L}{2}\right],$$

$$y \in \left[-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right].$$

Vi får $\Phi(t)$:

$$\Phi(t) = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{vt-\frac{L}{2}}^{vt+\frac{L}{2}} \sin(ax) + y \, dx dy$$

X integral:

$$\int_{vt-\frac{L}{2}}^{vt+\frac{L}{2}} \sin(ax) + y \, dx = \frac{2}{w} \sin(a * vt) \sin\left(\frac{wL}{2}\right) + yL$$

Y integral:

$$\Phi(t) = \frac{2L}{w} \sin(a * vt) \sin\left(\frac{aL}{2}\right)$$

Vilket ger

$$V_{ind}(t) = 2Lv \cos(a * vt) \sin\left(\frac{aL}{2}\right)$$

Vi behöver nu endast R för att kunna beräkna strömmen.

Med tvärsnittsarea A och sid-längd L får vi

$$R = \frac{\rho * 4L}{A}.$$

komplex E-fält $\vec{E} = 5 e^{j(3y-4z)} \hat{x}$

a. Vågens propagationsriktning beräknas enligt

$$\hat{k} = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}$$

Vi har $\vec{k} = 3\hat{y} - 4\hat{z}$

$$\Rightarrow |\vec{k}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\Rightarrow \hat{k} = \frac{3\hat{y} - 4\hat{z}}{5}$$

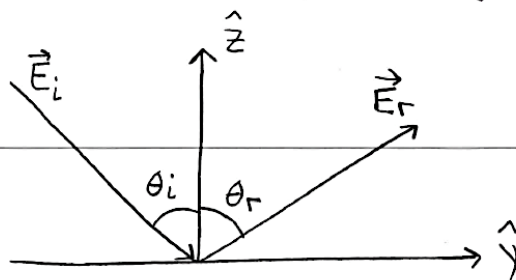
b. En plan våg kräver att E-fältet är riktat ortogonalt mot vågens färdriktning.

E-fältet är riktat i $\hat{x}$ -led $\perp \hat{k}$ beräknades i a-uppgiften.

$$\vec{E} \cdot \hat{k} = \hat{x} \cdot \frac{(3\hat{y} - 4\hat{z})}{5} = 0$$

$\Rightarrow$ Vågen är en plan våg.

c.



Enligt Snells reflektionslag gäller att

$$\theta_i = \theta_r$$

$$\Rightarrow \vec{k}_r = 3\hat{y} + 4\hat{z} \Rightarrow \hat{k}_r = \frac{3\hat{y} + 4\hat{z}}{5}$$

Med reflektionslagen ser vi också att det reflekterade $\vec{E}$ -fältet kan skrivas på formen

$$\vec{E}_r = E_{r,0} e^{-j(3y+4z)} \hat{x}$$

Vid gränssnittet mellan vakuum o metallytan gäller randvillkoret

$$\vec{E}_i + \vec{E}_r = 0 \Rightarrow E_{r,0} = -E_{i,0} = -5$$

Vi får alltså

$$\vec{E}_r = -5 e^{-j(3y+4z)} \hat{x}$$

Vi beräknar komplexa $\vec{H}$ -fältet enligt

$$\begin{aligned} \vec{H}_r &= \hat{k}_r \times \frac{\vec{E}_r}{Z_0} = \frac{(3\hat{y} + 4\hat{z})}{5Z_0} \times (-5 e^{-j(3y+4z)} \hat{x}) = \\ &= -\frac{1}{Z_0} (4\hat{y} - 3\hat{z}) e^{-j(3y+4z)} \end{aligned}$$

Hertz - dipolen har dipolmomenten $\mathbf{p} = \hat{\mathbf{z}} p_0 = \frac{I l}{j\omega}$

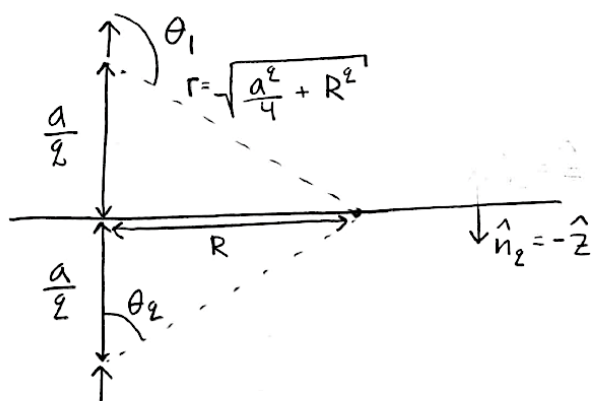
$$\Rightarrow p_0 = \frac{I l}{j\omega}$$

Utladdningstätheten ρ_s kan beräknas mha randvillkoret

$$\rho_s = \hat{\mathbf{n}}_2 \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2)$$

I metallplanet gäller att $\mathbf{D}_2 = 0 \Rightarrow \rho_s = D_n$

$\mathbf{D}_1$ beräknas mha speglingmetoden



$$\begin{cases} \theta_2 = \pi - \theta_1 \\ \sin \theta_2 = \sin \theta_1 \end{cases}$$

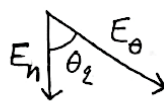
$$\sin \theta_2 = \frac{R}{\sqrt{\frac{a^2}{4} + R^2}}$$

$\mathbf{D}$ -fältet kan beräknas enligt $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$, där $\mathbf{E}$ -fältet i fjärfältet för en Hertzdipol ges av

$$\mathbf{E} = \hat{\boldsymbol{\theta}} \frac{Z_0 j\omega l I \sin \theta}{4\pi c r} e^{-j\frac{\omega r}{c}}$$

Dipolen o den speglade dipolen har samma riktning

$$\Rightarrow D_n = 2 \cdot \epsilon E_n$$



$$E_n = \sin \theta_2 E_0$$

Metall $\Rightarrow \epsilon_r = 1$

Vi får nu

$$S_s = \int \epsilon_0 E_n = \int \epsilon_0 \sin \theta_2 E_\theta =$$

$$= \int \epsilon_0 \sin \theta_2 \cdot \frac{Z_0 j \omega I_l \sin \theta}{4 \pi c r} e^{-j \frac{\omega r}{c}} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \sin \theta_2 = \sin \theta \\ j \omega p_0 = I_l \end{array} \right\} = - \frac{\epsilon_0 Z_0 \omega^2 p_0}{2 \pi c} \frac{R^2}{\left(\frac{a^2}{4} + R^2\right)^{3/2}} e^{-j \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{a^2}{4} + R^2}} =$$

$$= \left\{ \epsilon_0 Z_0 = \frac{1}{c} \right\} = - \frac{\omega^2 p_0}{2 \pi c^2} \frac{R^2}{\left(\frac{a^2}{4} + R^2\right)^{3/2}} e^{-j \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{a^2}{4} + R^2}}$$

Elektrostatik

1. Fältet pekar från positiva till negativa laddningar. En testladdning (positiv) visar fältets riktning genom den kraft den känner av.
2. En elektrisk dipol består av två motsatt laddade partiklar nära varandra. I ett elektriskt fält försöker dipolen vrida sig så att den positiva sidan pekar i fältets riktning.
3. Gauss sats säger att mängden elektriskt fält som passerar genom en sluten yta (det elektriska flödet) beror på den totala laddningen innanför ytan. Den är användbar eftersom den förenklar beräkningar av fält när laddningen är symmetriskt fördelad.
4. Om en laddning flyttas från en högre till en lägre potential, minskar den elektrostatisk energi i systemet. Detta beror på att den elektriska kraften gör arbete på laddningen.

Magnetostatik

5. Ett magnetfält påverkar inte en stillastående elektrisk laddning, eftersom det inte gör något arbete på den. Magnetiska krafter verkar bara på rörliga laddningar.
6. Ett ferromagnetiskt material förstärker ett externt magnetfält genom att dess atomära magnetiska moment riktas i samma riktning som det externa fältet. Detta gör att materialet får en starkare magnetisering än om det vore vakuum.
7. En spole (eller solenoide) kan lagra magnetisk energi i sitt magnetfält när elektrisk ström flyter genom den. Man kan definiera det som den energi som går åt för att öka strömmen i spolen från 0 till I . Energin är relaterad till strömmens kvadrat och spolegenskaper, och den magnetiska energin kan uttryckas som $W = \frac{1}{2}LI^2$, där L är spolens induktans.
8. Biot-Savarts-lag beskriver hur en elektrisk ström producerar ett magnetfält. Lagen säger att magnetfältet vid en punkt beror på strömmens styrka, riktning och avstånd från den punkt där magnetfältet beräknas.

Dynamik

9. Lenz' lag säger att den inducerade strömmen alltid kommer att flöda i en riktning som motverkar den förändring i magnetfältet som orsakade den. Detta innebär att inducerad emf som beräknas ur Faradays lag alltid är sådan att den motverkar den ursprungliga orsaken till förändringen.
10. En transformator består av två spolar (primär och sekundär) som är kopplade via ett gemensamt magnetiskt fält. När en växelström passerar genom primärspolen, inducerar den en spänning, (emf) i sekundärspolen.
11. Magnetiskt flöde ϕ_B är ett mått på hur mycket magnetfält som passerar genom en viss yta. Det är produkten av det magnetiska fältet B och arean A som det

passerar genom, samt vinkeln θ mellan fältet och ytan. $\phi_B = B A \cos \theta$

Indicerad spänning, emf, beräknas sedan som minus tidsderivatan av det magnetiska flödet.

12. Nej. Induktion kräver en förändring av flödet. Om fältet är statiskt och slingan är fix kan ingen tidsförändring av flödet uppnås.
13. Att divergensen av $\mathbf{B}$ -fältet är noll säger att det inte finns några "magnetiska monopoler" i naturen, vilket innebär att magnetiska fält alltid är slutna (eller cirkulerande). Detta förklarar varför magnetfält alltid har både en nord- och sydpol.
14. Den komplexa dielektricitetskonstanten $\epsilon(\omega) = \epsilon'(\omega) - i\epsilon''(\omega)$ beskriver hur materialet svarar på ett elektriskt fält vid olika frekvenser. Här representerar $\epsilon'(\omega)$ den reella delen, som beskriver materialets förmåga att lagra elektrisk energi, medan $\epsilon''(\omega)$ är den imaginära delen som representerar materialets energiförluster, eller hur mycket energi som omvandlas till värme.
15. I en plan elektromagnetisk våg är det elektriska fältet $\mathbf{E}$, det magnetiska fältet $\mathbf{B}$, och vågvektorn $\mathbf{k}$ alla vinkelräta mot varandra.
16. Polarisation beskriver riktningen för det elektriska fältet i en plan elektromagnetisk våg. En linjärt polariserad våg har ett elektriskt fält som oscillerar i en enda riktning, medan en cirkulärt eller elliptiskt polariserad våg har ett elektriskt fält som roterar kring vågens propagationsriktning.
17. En Hertzdipol är en specifik typ av elektrisk dipol som genererar elektromagnetiska vågor när elektrisk laddning accelereras i dipolen, dvs bär det går en tidsvarierande ström. Sådana dipoler kan producera och detektera elektromagnetiska vågor. En statisk elektrisk dipol ger enbart upphov till ett elektriskt fält. En Hertzdipol ger upphov till både elektriska och magnetiska fält som oscillerar och sprider sig genom rymden.
18. Hertzdipolen skapar elektromagnetiska vågor som sprider sig ut från dipolen i alla riktningar (utom längs dipolens axel, där det inte finns någon strålning). Strålningen som genereras av en Hertzdipol har ett sfäriskt strålningsmönster, vilket innebär att det inte är en plan våg. Vågorna rör sig snarare i form av en sfär utifrån en källa.
19. Ett strålningsdiagram beskriver hur en antenn strålar ut elektromagnetiska vågor i olika riktningar. Det visar intensiteten av strålningen som funktion av riktningen och hjälper till att visualisera antennens strålningsmönster och riktningsverkan.
20. I ett strålningsdiagram beskriver $\mathbf{E}$ -planet och $\mathbf{H}$ -planet de plan där de elektriska och magnetiska fälten för en elektromagnetisk våg oscillerar: $\mathbf{E}$ -planet: Det plan där det elektriska fältet oscillerar. För en Hertzdipol betyder det $\theta - r$ planet uttryckt i sfäriska koordinater. $\mathbf{H}$ -planet: Det plan där det magnetiska fältet oscillerar. Det magnetiska fältet är vinkelrätt mot både det elektriska fältet och riktningen för vågens utbredning. För en Hertzdipol betyder det $\phi - r$ planet uttryckt i sfäriska koordinater.