

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2 och TM2.

EEF031 2020-01-16, kl. 14:00-18:00

Tillåtna hjälpmedel:	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar:	Carl Holmberg
Lösningar:	Anslås på kursens hemsida
Resultatet:	Anslås i LADOK
Granskning:	Plats och tid annonseras på kurshemsidan
Kom ihåg	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.
Betygsgränser:	Betyg 3: Totalt 30, varav ≥ 16 på problemdelen och ≥ 8 på teorin Betyg 4: Totalt 40, varav ≥ 20 på problemdelen och ≥ 10 på teorin Betyg 5: Totalt 50, varav ≥ 24 på problemdelen och ≥ 12 på teorin

OBS!

Resultat från **läsårets** dugga får tillgodoräknas på elektrostatiktalet (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningsdelen räknas separat. Bonuspoäng från **läsårets** omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras. De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej. Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

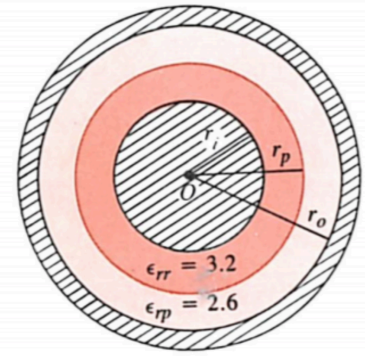
Anonym kod:

(Var vänlig ange den **email-adress** som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

1 (Elektrostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

När man designar en koaxialkabel bestäms inner- och ytterradie bland annat av strömstyrkan i kabeln. Vidare bestäms diametern på kabeln av vilket material som använd för isolering mellan inner- och ytterledare, samt den maximala spänningen mellan inner- och ytterledaren. Antag att en koaxialkabel består av koncentriska lager av gummi, $\epsilon_{rr} = 3,2$, samt polystyren, $\epsilon_{rp} = 2,6$ som isolerande material. Pga strömstyrkan behöver innerledaren ha radien $r_i = 0.4$ cm. (se figuren)



a) Bestäm den tjockleken som krävs hos gummit, $(r_p - r_i)$ för att undvika genomslag (tex en blix). Genomslag inträffar när den elektriska fältstyrkan överstiger 25% av materialets dielektriska styrka. (Den dielektriska styrkan för gummi och polystyren är 25MV/m respektive 20 MV/m.)

b) Om kabeln skall klara av spänningar upp till 20 kV, vilken diameter, r_o , krävs? Gör beräkningen under antagande om material och dimensioner enligt beskrivningen ovan, samt baserat på resultatet i uppgift a.

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Speglingsmetoden är en metod som kan användas för att lösa Laplaces ekvation, $(\nabla^2 V = 0)$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lösningen till Laplaces ekvation är unik om randvillkoren uppfylls i en enda godtycklig punkt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingsmetoden kan användas för att lösa Laplaces ekvation i godtycklig geometri.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingsmetoden kan användas vid spegling i plana, stora, ledande ytor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan använda speglingsmetoden i ett hörn som utgörs av två jordade halvplan som skär varandra med 90° vinkel.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poissons ekvation härleds genom att sätta in uttrycket för E-fältet från definitionen av potentialen, $E = -\nabla V$ i Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent härleds från postulatet om E-fältets divergens.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets normalkomponent härleds postulatet om E-fältets divergens.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken KAN E-fältets tangentialkomponent vara kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken KAN E-fältets normalkomponent vara kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken KAN D-fältets tangentialkomponent vara kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken KAN D-fältets normalkomponent vara kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

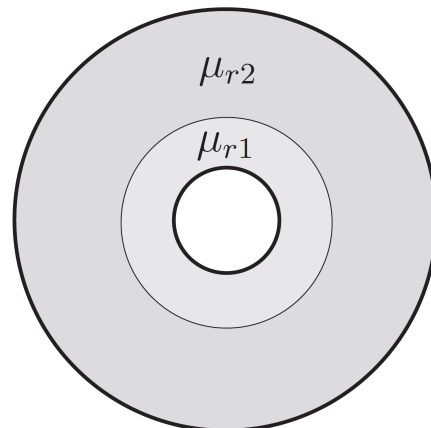
f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Om man definierar den elektrostatiska potentialen, V , som $E = -\nabla V$ betyder det att den elektriska lägesenergin hos en positiv testladdning ökar då man tillför arbete för att flytta laddningen från en punkt till en annan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Elektrostatisk potential är en vektorstorhet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vinkeln mellan en ekvipotentialyta och E-fältslinjerna är 90 grader.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältslinjerna beskriver alltid slutna kurvor i statiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddning i vila i ett elektrostatiskt fält känner alltid en kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddning som rör sig i ett elektrostatiskt fält känner alltid en kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2 (Magnetostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En koaxialkabel har en innerledare med radien a , och en ytterledare med radien $4a$. Mellan ledarna finns två olika material med relativa permeabiliteten μ_{r1} för $a < r < 2a$ och μ_{r2} för $2a \leq r < 4a$. Inner- och ytterledarna är tunna, cylindriska skal. Bestäm koaxialkabelns induktans per längdenhet.



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
B-fältets tangentialkomponent KAN vara kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets tangentialkomponent KAN vara kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets normalkomponent KAN vara kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets normalkomponent KAN vara kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En magnetisk dipol kan användas för att modellera magnetiska material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en cirkelformad strömförande slinga har magnetfältet samma matematiska form som fältet från en magnetisk dipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Den magnetiska vektorpotentialen kan definieras tack vare att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen utanför en strömförande tråd cirkulerar runt tråden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\text{Div}(\mathbf{J})=0$ är en konsekvens av att vi betraktar likströmmar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reluktans för en magnetfältskrets motsvarar ungefär resistans för en elektrisk krets.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets roll i magnetostatiken påminner om E-fältets roll i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Järns magnetiska egenskaper ett exempel på ett linjärt materialsamband som alltid ger ett perfekt linjärt samband mellan B och H-fälten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Ju kraftigare magnetisering som önskas i en permanentmagnet desto bredare bör hystereskurvan vara.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I järnkärnan i en transformator är det önskvärt med en bred hystereskurva för att minimera förlusterna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I ett ferromagnetiskt material förstärks ett externt pålagt magnetfält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om vi använder metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna den magnetiska kraften kan antingen flödet eller strömmen hållas konstanta under den tänkta förflyttningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man håller strömmen konstant blir kraften större än om man håller flödet konstant eftersom batteriet i det fallet levererar energi till systemet för att hålla strömmen konstant.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna kraft kan endast användas i magnetostatiken, inte i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3

Problemlösningsdel (8 poäng)

- a) Härled vågekvationen för E-fältet i ett källfritt, linjärt och isotropt dielektriskt medium med förluster. Antag ett harmoniskt tidsberoende.
- b) Bestäm förhållandet mellan α och β för att
- $$\vec{E} = \hat{y}E_0 e^{-\alpha z} e^{-j\beta x}$$
- skall uppfylla vågekvationen.
- c) Antag nu att mediet är en god ledare. Härled uttrycket för inträngningsdjup med hjälp av utbredningskonstanten tillhörande vågekvationen i uppgift a).

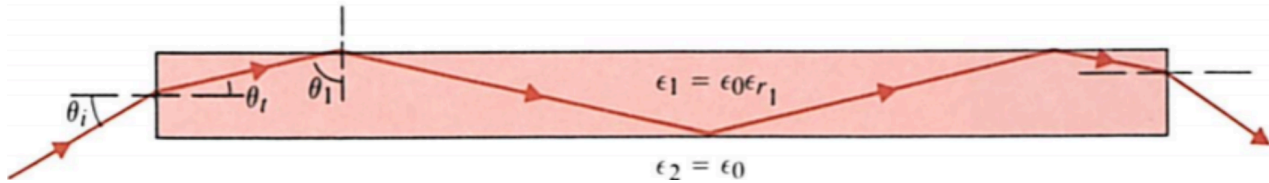
Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
I elektromagnetismen KAN E-fältets tangentialkomponent vara kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen KAN E-fältets normalkomponent vara kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen KAN B-fältets tangentialkomponent vara kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen KAN B-fältets normalkomponent vara kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för B-fältets tangentialkomponent förändras då man går från statik till tidsvarierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent förändras då man går från statik till tidsvarierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
Den retarderade potentialen uppkommer som en lösning till vågekvationen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den retarderade potentialen beskriver att ljushastigheten avtar med avståndet från källan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågekvationen för vektorpotentialen \mathbf{A} kan härledas från Maxwells fyra ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen väljer man oftast $\nabla \cdot \mathbf{A}$ till samma som i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
De uttryck på $\nabla \cdot \mathbf{A}$ som vi använt i kursen är de enda möjliga valen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen relateras till magnetfältet som $\nabla \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
Gauss lag modifieras när man går från elektrostatik till elektrodynamik.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kontinuitetsekvationen innehåller samma nollskilda termer i statiken som i dynamiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Faradays induktionslag uttrycker att ett elektriskt fält kan genereras utan laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lentz lag följer av Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lenz lag säger att en inducerad spänning förstärker förändringen i det pålagda magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan inducera spänning i en ledare trots att $-dB/dt$ termen i Faradays lag är noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En dielektrisk stav, eller fiber, av transparent material kan användas för att överföra ljus eller elektromagnetiska vågor genom att utnyttja fenomenet med totalreflektion. Bestäm minsta möjliga brytningsindex för mediet så att en våg som propagerar in i staven/fibern vid ena änden kan göra det med godtycklig vinkel och ändå vara helt innesluten i staven/fibern tills vågen lämnar staven/fibern i andra änden.



Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att divergensen av E-fältet är noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
Fresnels ekvationer härleds från Snells brytningslag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion sker vid Brewstervinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fresnels ekvationer gäller för de fall då de infallande fälten är plana vågor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion är möjlig då vågen går från ett medium med lägre brytningsindex till ett medium med högre brytningsindex.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Funktionen hos en optisk fiber kan förklaras med att reflektionerna i fibern sker vid Brewstervinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vinkeln vid vilken totalreflektion inträffar härleds från Fresnells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
Poyntings teorem uttrycker i grund och botten att energin är bevarad, energikonservering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan vara tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan definieras med reella B- och E-fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn har enheten W/m^3 .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan bara definieras för monokromatiska fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan definieras som tidsmedelvärde eller som momentanvärde.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
För en god ledare är $\sigma/\omega\epsilon \ll 1$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I en god ledare är $\alpha \gg \beta$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Summan av reflektionskoefficienten r och transmissionskoefficienten t för E-fältet är lika med minus ett, dvs $r + t = -1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Summan av reflektionskoefficienten R och transmissionskoefficienten T för effekt är lika med minus ett, dvs $R + T = -1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reflektionskoefficienten för effekt hos E-fältet är lika med reflektionskoefficienten för E-fältet i kvadrat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reflektionskoefficienten för effekt hos E-fältet kan vara komplex.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

5

Problemlösningsdel (8 poäng)

En Hertzdipol med det komplexa dipolmomentet $\bar{p}_1 = p_0 \hat{z}$ är placerad i origo.

- a) Bestäm tidsmedelvärdet av Poyntingvektorn som funktion av de sfäriska koordinaterna r och θ i dipolens fjärrzon.
- b) Genom att placera ut ytterligare en dipol kan man åstadkomma ett *fjärrfält* som är cirkulärpolariserat på positiva x-axeln, men linjärpolariserat längs den negativa x-axeln och längs y- och z-axlarna. Ange dipolens komplexa dipolmoment, \bar{p}_2 , och dess placering, uttryckt i våglängden λ .

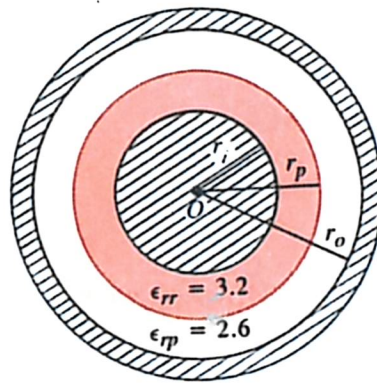
Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
$j\omega$ -metoden för fältberäkningar bygger på att fälten varieras sinusformigt, alternativt cosinusformigt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i $j\omega$ -metoden till multiplikation med $(j\omega)$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett komplext uttryck på E-fältet innehåller ett inget explicit tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att konvertera från komplext till reellt fält multiplicerar man med $e^{j\omega t}$ och tar realdelen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Komplexa fält kan användas för att beskriva plana vågor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kontinuitetsekvationen kan uttryckas på komplex form.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
En bra sändarantenn bör ha hög strålningsresistans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En parabolantenn är ett exempel på en antenn där man eftersträvar låg direktivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En WiFi antenn i en router är ett exempel man eftersträvar hög direktivitet hos antennen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I en mobiltelefon är det en fördel om antennen som används för att kommunicera med mobilnätet har hög strålningsresistans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Genom att placera ett antal halvvågsantennar bredvid varandra på lämpligt sätt kan man styra antennenordningens antennförstärkning så den blir maximal i önskad riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En halvvågsantenn har högre strålningsresistans än en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
För att omvandla ett komplext uttryck till tidsplanet multiplicerar man med $j\omega$ och tar sedan realdelen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vakuüm är dispersionsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om gruppshastigheten är samma som fashastigheten är materialet dispersionsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg (det som i boken kallas uniform plane wave) har ingen fältkomponent i utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg (uniform plane wave) kännetecknas av att magnetiska och elektriska fälten är orienterade vinkelrätt mot utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fälten hos plana vågor (uniform plane wave) har i varje ögonblick samma amplitud och riktning i ett plan vars ytnormal ligger i samma riktning som den plana vågens utbredningsriktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Electrostatic

When designing a coaxial cable, the load current determines the radius of the inner conductor, and the overall size of the cable is dictated by both the type of the insulating material used and the maximum expected voltage. Assume that a coaxial cable with concentric layers of rubber ($\epsilon_{rr} = 3.2$) and polystyrene ($\epsilon_{rp} = 2.6$) as insulating materials are used, and the load current requires the inner conductor to have the radius of 0.4 (see figure below).
(cm)

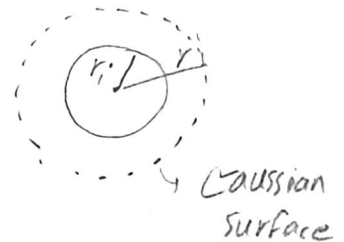
- Determine the thickness of the rubber ($r_p - r_i$) so as to avoid breakdown due to voltage surges caused by lightning and other abnormal conditions. Note that breakdown happens when the maximum electric field intensities in the insulating materials exceed 25% of their respective dielectric strengths. (Dielectric strengths of rubber and polystyrene are 25×10^6 and 20×10^6 (V/m), respectively.)
- If the cable is to withstand voltages up to 20 (kV), then given the material used and the result of the part (a), what is the overall size of the cable (r_o)?



solution:

a) Since we have a cylindrical structure, the convenient coordinate is (r, ϕ, z) , And according to Gauss law,

$$\int_0^{2\pi} \int_0^L \vec{E} \cdot \hat{r} \cdot \hat{r} r d\phi dz = \int \frac{\rho_l}{\epsilon} dz = \frac{\rho_l L}{\epsilon}$$



$$E_r 2\pi r L = \frac{\rho_l L}{\epsilon} \Rightarrow E_r = \frac{\rho_l}{2\pi \epsilon r}, \quad E = \epsilon_0 E_r$$

So $E_r \propto \frac{1}{r} \Rightarrow$ maximum field intensity in the rubber will occur at $r=r_o$ and in the polystyrene, at $r=r_p$.

$$\text{For rubber: } E_{\max}^r \Big|_{r=r_o} = \frac{\rho_l}{2\pi \epsilon r_o} = 0.25 \times 25 \times 10^6 = 6.25 \times 10^6 \Rightarrow$$

$$\frac{\rho_l}{2\pi \epsilon_0} = 6.25 \times 10^6 \times \epsilon_{rr} \times r_o = 8 \times 10^4 \quad (1)$$

For polystyrene : $E_{\max}|_{r=r_p} = \frac{\rho l}{2\pi\epsilon l p} = 0.25 \times 20 \times 10^6$

$$\Rightarrow \frac{\rho l}{2\pi\epsilon_0} = 5 \times 10^6 \times \epsilon_{rp} \times r_p \xrightarrow{\text{substituting}} r_p = \frac{8 \times 10^4}{5 \times 10^6 \times 2.6}$$

$$r_p = 0.615 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow \text{thickness of the rubber} = r_p - r_0 = 0.215 \text{ (cm)}$$

b)

$$r_i - r_o = - \int_{r_o}^{r_i} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 20 \times 10^3$$

$$\rightarrow \int_{r_o}^{r_p} \frac{\rho l}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{rr}r} dr + \int_{r_p}^{r_o} \frac{\rho l}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{rp}r} dr = 2 \times 10^4$$

$$\left(\frac{\rho l}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\epsilon_{rr}} \ln \frac{r_p}{r_o} + \frac{1}{\epsilon_{rp}} \ln \frac{r_o}{r_p} \right] \right) = 2 \times 10^4$$

from ①

$$8 \times 10^4 \left[\frac{1}{3.2} \ln \frac{0.615}{0.4} + \frac{1}{2.6} \ln \frac{r_o(\text{cm})}{0.615(\text{cm})} \right] = 2 \times 10^4$$

$$\Rightarrow r_o = 0.615 e^{2.6 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3.2} \ln \frac{0.615}{0.4} \right)} \approx 0.83 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow r_o = 0.83 \text{ (cm)}$$

2

Låt en ström I gå längs den inre ledaren. Den yttre ledaren bär då returströmmen $-I$.

Ampères lag, med en Ampère-slinga med radie r ($a < r < 4a$) ger

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = I$$

$$2\pi r H_\phi = I$$

$$H_\phi = \frac{I}{2\pi r}$$

För $r < a$, eller $r > 4a$ är den inneslutna nettostrommen noll, alltså är $H_\phi = 0$ där. Vi får alltså

$$\mathbf{H}(r) = \begin{cases} \frac{I}{2\pi r} \hat{\phi} & a < r < 4a, \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

Detta ger

$$\mathbf{B}(r) = \begin{cases} \frac{\mu_0 \mu_{r1} I}{2\pi r} \hat{\phi} & a < r < 2a \\ \frac{\mu_0 \mu_{r2} I}{2\pi r} \hat{\phi} & 2a < r < 4a \end{cases}$$

Flödet blir då

$$\begin{aligned} \Phi &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_a^{4a} \mathbf{B} \cdot (\hat{\phi} l dr) = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} (\mu_{r1} \ln 2 + \mu_{r2} \ln 2) \\ &= \frac{\mu_0 I l}{2\pi} (\mu_{r1} + \mu_{r2}) \ln 2 \end{aligned}$$

Induktansen per längdenhet blir då

$$L/l = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi} (\mu_{r1} + \mu_{r2}) \ln 2$$

$$3 \quad a) \quad \begin{aligned} \nabla \times \bar{E} &= -j\omega \mu \bar{H} && \text{Ohms lag} && \text{I} \\ \nabla \times \bar{H} &= \bar{J} + j\omega \epsilon \bar{E} \stackrel{\text{I}}{=} \sigma \bar{E} + j\omega \epsilon \bar{E} && && \text{II} \\ \nabla \cdot \bar{E} &= 0 && && \text{III} \end{aligned}$$

Börja med att ta rotationen av I:

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \bar{E}) &= -j\omega \mu (\nabla \times \bar{H}) \\ \nabla(\nabla \cdot \bar{E}) - \nabla^2 \bar{E} &= -j\omega \mu (\sigma + j\omega \epsilon) \bar{E} \\ \nabla^2 \bar{E} - j\omega \mu (\sigma + j\omega \epsilon) \bar{E} &= 0 \\ \text{eller} \quad \nabla^2 \bar{E} - \gamma^2 \bar{E} &= 0 \end{aligned}$$

där

$$\gamma = \sqrt{j\omega \mu (\sigma + j\omega \epsilon)}$$

$$b) \quad \bar{E} = \hat{y} E_0 e^{-\alpha z} e^{-j\beta x}$$

insättning i vågekvationen ger

$$-\beta^2 E + \alpha^2 E - \gamma^2 E = 0$$

$$\gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2$$

$$j\omega \mu (\sigma + j\omega \epsilon) = \alpha^2 - \beta^2$$

$$c) \quad \gamma = \sqrt{j\omega \mu (\sigma + j\omega \epsilon)}$$

För en god ledare gäller

$$\sigma \gg \omega \epsilon,$$

alltså får vi

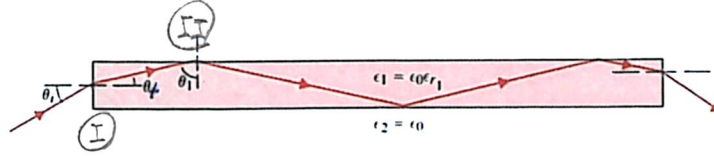
$$\gamma \approx \sqrt{j\omega \mu \sigma} = (1+j) \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}}$$

Inträngningsdjupet är det djup då magnituden minskat till $1/e$, alltså får

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}$$

Oblique Incidence at a Plane Dielectric Boundary

A dielectric rod or fiber of transparent material can be used to guide light or an electromagnetic wave under the conditions of total internal reflection. Determine the minimum refractive index of the guiding medium so that a wave incident on one end at any angle will be confined within the rod until it emerges from the other end.



Solution:

For any possible $0 \leq \theta_i < \frac{\pi}{2}$, we want $\theta_1 \geq \theta_c$ so that total reflection happens irrespective of the acceptance angle (θ_i).

First, according to the Snell's law of refraction @ junction (I):

$$\frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} = \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{fiber}}} \quad n = \sqrt{\epsilon_r} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} n_{\text{air}} = 1 \\ n_{\text{fiber}} = \sqrt{\epsilon_r} = n \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} = \frac{1}{n} \quad (1)$$

Then @ junction (II), we want to have a total reflection

$$\text{which means:} \quad \frac{\sin \theta_c}{\sin 90^\circ} = \frac{n_{\text{air}}}{n_{\text{fiber}}} = \frac{1}{n} \Rightarrow \theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right)$$

and θ_1 (which is $\frac{\pi}{2} - \theta_t$) must be greater than or at least equal to θ_c . So

$$\frac{\pi}{2} - \theta_t \geq \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) \quad \xrightarrow[\text{both sides}]{\text{taking sine from}} \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_t\right) \geq \frac{1}{n}$$

$$\cos \theta_t \geq \frac{1}{n} \quad (2)$$

The worst-case scenario is when we have in limit $\theta_p \rightarrow \frac{\pi}{2} \Rightarrow$

$$\sin \theta_p \rightarrow 1 \text{ and From eq. (1) } \Rightarrow \sin \theta_t = \frac{1}{n}$$

substituting
into (2)

$$\sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} \geq \frac{1}{n}$$

$$\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} \geq \frac{1}{n} \Rightarrow 1 - \frac{1}{n^2} \geq \frac{1}{n^2} \Rightarrow \frac{2}{n^2} \leq 1$$
$$n^2 \geq 2$$

$$\Rightarrow \boxed{n \geq \sqrt{2}}$$

5 a): Poyntingvektorn ges av

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}^*$$

och dess medelvärde är

$$S_{med} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{S\}$$

För TEM-våg propagerande i r-led i vakuum har vi $|\vec{H}| = \frac{1}{Z_0} \hat{r} \times \vec{E}$, vilket ger

$$\begin{aligned} S_{med} &= \frac{1}{2Z_0} \operatorname{Re}\left\{ \vec{E} \times (\hat{r} \times \vec{E}^*) \right\} \\ &= \frac{1}{2Z_0} |\vec{E}|^2 \hat{r} \end{aligned}$$

För en Hertzdipol har vi

$$\vec{E}(r, \theta) = \hat{\theta} Z_0 \frac{j\omega l I \sin\theta}{4\pi r} e^{-j\omega r/c}$$

dipolmomentet är $\vec{p} = \hat{z} l \vec{I} = p_0 \hat{z}$
vilket ger $p_0 = \frac{q l}{j\omega}$, och vi kan skriva

$$\vec{E}(r, \theta) = -\hat{\theta} \mu_0 \frac{\omega^2 p_0 \sin\theta}{4\pi r} e^{-j\omega r/c}$$

Vilket ger

$$S_{med} = \frac{1}{2Z_0} \left(\frac{\mu_0^2 \omega^4 p_0^2 \sin^2\theta}{16\pi^2 r^2} \right) \hat{r}$$

b) Dipolen i origo strålar linjärpolariserat i x- och y-led, men inget i z-led. För att uppnå linjärpolariserad strålning i y- och z-led kan vi placera dipol nummer 2 i $(x_0, 0, 0)$ med dipolmoment $\vec{p}_2 = p_0 e^{i\phi} \hat{y}$. Vi kan justera fasen ϕ och positionen på x-axeln, x_0 , för att uppnå cirkulärpolarisering i positiva x-led, och linjärpolarisering i negativa x-led. Vi får fjärrfälten

$$\vec{E}(x, 0, 0) = E_0 \frac{e^{-ikx}}{x} \left(\hat{z} + \hat{y} e^{i(\phi + kx_0)} \right) \quad x > 0$$

$$\vec{E}(x, 0, 0) = E_0 \frac{e^{ikx}}{(-x)} \left(\hat{z} + \hat{y} e^{i(\phi - kx_0)} \right) \quad x < 0$$

där $E_0 = p_0 \omega^2 \mu_0 / 4\pi$. Fältet är cirkulärpolariserat längs positiva x-axeln om

$$e^{i(\phi + kx_0)} = \pm i$$

och linjärpolariserat längs negativa x-axeln om

$$e^{i(\phi - kx_0)} = \pm 1$$

Detta ger

$$\phi + kx_0 = \frac{\pi}{2} + \pi n_1$$

$$\phi - kx_0 = \pi n_2$$

där n_1 och n_2 är heltal. Välj till exempel $n_1 = n_2 = 0$, vilket ger $\phi = \frac{\pi}{4}$ och $x_0 = \frac{\lambda}{8}$.