

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2 och TM2.

EEF031 2019-04-25, kl. 14:00-18:00

Tillåtna hjälpmedel:	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar:	Carl Holmberg
Lösningar:	Anslås på kursens hemsida
Resultatet:	Anslås i LADOK
Granskning:	Sker på plats och tid annonseras på kurshemsidan
Kom ihåg	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.
Betygsgränser:	Betyg 3: Totalt 30, varav ≥ 16 på problemdelen och ≥ 8 på teorin Betyg 3: Totalt 40, varav ≥ 20 på problemdelen och ≥ 10 på teorin Betyg 5: Totalt 50, varav ≥ 24 på problemdelen och ≥ 12 på teorin

OBS!

Resultat från **läsårets** dugga får tillgodoräknas på elektrostatik- (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningsdelen räknas separat. Bonuspoäng från **årets** omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras. De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej. Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

Anonym kod:

(Var vänlig ange den **email-adress** som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

1 (Elektrostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

Två koncentriska sfäriska metallskal har radierna a respektive $2a$. Det inre skalet har potentialen V_0 och det yttre skalet är jordat. I områdena $r < a$, $a < r < 2a$ och $2a < r$ är det vakuum.

- Bestäm potentialen $V(r)$ överallt. (6p)
- Bestäm laddningen på de två skalerna. (2p)

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Det elektrostatiska fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det elektrostatiska fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektrostatiska potentialen inuti ett dielektriskt material kan variera från punkt till punkt i materialet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektrostatiska potentialen inuti en perfekt ledande metall kan variera från punkt till punkt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om ett sfäriskt metallskal tillförs en laddning som är jämnt fördelad blir fältet utanför skalet är nollskilt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om ett sfäriskt metallskal tillförs en laddning som är jämnt fördelad blir fältet i sfärens centrum nollskilt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

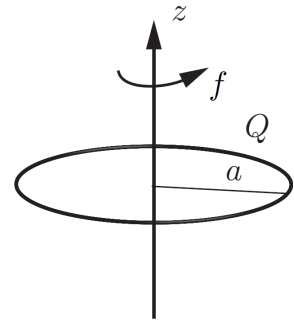
	ja	?	nej
Kraften på en laddad partikel som orsakas av ett E-fält är riktad längs med E-fältslinjerna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar i vila som utsätts för ett nollskilt E-fält påverkas alltid av en kraft orsakad av E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar som rör sig <i>parallellt</i> med E-fältslinjerna utsätts alltid för en kraft orsakad av E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar som rör sig <i>vinkelrätt</i> mot E-fältslinjerna utsätts alltid för en kraft orsakad av E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Två laddningar som befinner sig i närheten av varandra känner alltid av en repulsiv kraft, oberoende av de två laddningarnas polaritet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältslinjer kan korsa varandra.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Laplaces ekvation har en unik lösning om randvillkoren är givna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poissons ekvation har en unik lösning även om inga randvillkor anges.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingmetoden kan användas för att lösa Poissons ekvation i godtycklig geometri.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingmetoden kan användas för att lösa Poissons ekvation ovanför ett stort ledande plan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingmetoden kan användas för att lösa Poissons ekvation utanför en ledande cylinder.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poissons ekvation härleds från de elektrostatiska postulaten om divergens och rotation av E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2 (Magnetostatik)

a) En tunn cirkulär ring med radie a är jämnt uppladdad med total laddning Q . Ringen roterar med konstant rotationsfrekvens f kring z -axeln. Använd Biot-Savarts lag för att bestämma den magnetiska flödestätheten längs z -axeln, alltså $\mathbf{B}(z)$.



Problemlösningsdel (8 poäng)

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
H-fältets tangentialkomponent kan vara kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets tangentialkomponent kan vara kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
J-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika konduktivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
J-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika konduktivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältet kan mätas direkt med en mätsond (probe).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältet kan mätas direkt med en mätsond (probe).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Kontinuitetsekvationen för stationär ström kan härledas genom att man tar divergensen av Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ gäller alltid, även för tidsvarierande laddningsfördelningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kirchoffs strömlag kan härledas från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kirchoffs spänningslag kan härledas från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I den elektromagnetiska teorin kan laddning förstöras, dvs försvinna i tomma intet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömtäthetsfältet har enheten Am.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

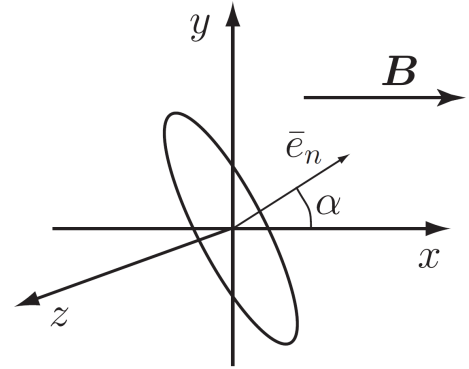
	ja	?	nej
Två långa raka parallella ledare som leder en likström i samma riktning känner av en repulsiv kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Två långa raka parallella ledare känner av en attraktiv kraft om strömmen i den ena ledaren är noll och den andra ledaren för en likström.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel som befinner sig i vila i ett B-fält känner en kraft som orsakas av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om vi använder metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna den magnetiska kraften kan både flöde och ström hållas konstanta samtidigt under den tänkta förflyttningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man håller strömmen konstant blir kraften större än om man håller flödet konstant eftersom batteriet i det fallet levererar energi till systemet för att hålla strömmen konstant.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om vi håller det magnetiska flödet konstant ska vi ha ett minustecken framför derivatan av energin.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) I ett område ges den magnetiska flödestätheten av

$$\mathbf{B}(t) = B_0 \frac{t}{T} \hat{\mathbf{x}}$$

för $0 < t < T$. I området finns en cirkulär slinga med radie b och resistans R . Slingan är placerad så att dess normal ligger i x - y -planet och bildar en vinkel α mot x -axeln. Bestäm vridmomentet, \mathbf{T}_m , på slingan för tiden $0 < t < T$. Slingans självinduktans kan försummas.



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
E-fältet är rotationsfritt för tidsvarierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältet är källfritt för tidsvarierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lenz lag är ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lenz lag säger att en inducerad spänning motverkar förändringen i det pålagda magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En spänning kan induceras i en krets även om B-fältet är konstant i tiden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En transformator är ett exempel på en komponent som bygger på induktion för sin funktion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Retarderade potentialer kan användas för att beskriva hur E-fältet från en tidsvarierande laddningsfördelning breder ut sig i rummet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Retarderade potentialer uttrycker att ett elektromagnetiskt fält breder ut sig med ljusets hastighet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett statiskt V-fält från en punktladdning är ett exempel på en retarderad potential.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Retarderade potentialer uppstår som lösningar till Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den retarderade potentialen kan endast uttryckas med hjälp av den magnetiska vektorpotentialen, \mathbf{A} .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen, \mathbf{A} , har enheten Am .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I elektromagnetismen är E-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är E-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är B-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är B-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för B-fältets tangentialkomponent förändras då man går från statik till tidsvarierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent förändras då man går från statik till tidsvarierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) Studera det luftfyllda utrymmet mellan två platta metalltytor enligt figuren.

Det går att generera elektromagnetiska vågor sådana att det elektriska fältet i detta utrymme kan skrivas som $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) =$

$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t)$, där de två plana vågorna \mathbf{E}_1 och \mathbf{E}_2 ges av

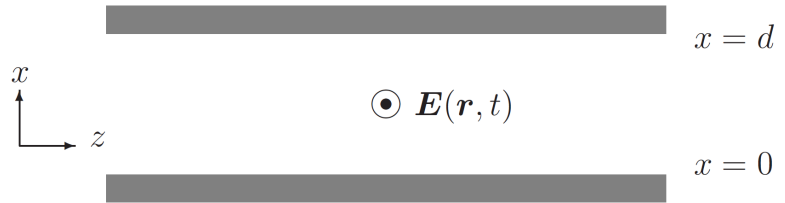
$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) = E_1 \sin(\omega t - k_x x - k_z z) \hat{\mathbf{y}}$$

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) = E_2 \sin(\omega t + k_x x - k_z z) \hat{\mathbf{y}}$$

Vilka samband måste gälla mellan

1. E_1 och E_2 ,
2. k_x och d ,
3. k_x , k_z och ω

för att denna lösning ska stämma med randvillkoren, och att respektive planvåg har utbredningshastigheten c_0 ?

**Förståelsedel (4 poäng)**

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att rotationen av B-fältet är lika med strömtäthetsfältet plus förskjutningsströmmen (displacement current).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
Vågimpedansen hos luft är $Z \approx 377\Omega$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen för vatten är lägre än för luft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om vågimpedansen är komplex innebär det att materialet är förlustfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Uttrycket för vågimpedansen som vi sett i kursen gäller enbart för plana vågor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen relaterar magnetiskt fält till elektriskt fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen bestäms av enbart av permeabiliteten och permittiviteten hos ett material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
En plan våg (uniform plane wave) kan ha en rumsberoende utbredningsriktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg (uniform plane wave) har alltid sin en E-fältsvektor riktad vinkelrätt mot utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg (uniform plane wave) har alltid sin en B-fältsvektor riktad vinkelrätt mot utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg (uniform plane wave) kan ha E- och H-fältsvektorer som är rumsberoende över ett plan som är vinkelrätt mot utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg (uniform plane wave) kan ha en E-fältsvektor riktad i utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältet och H-fältet hos en plan våg (uniform plane wave) kan relateras till varandra via vågimpedansen hos materialet i vilken vågen propagerar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
Poyntings teorem uttrycker energikonservering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan vara tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan definieras med komplexa B- och E-fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn har enheten W/m .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn beskriver hur hög effekttäthet en våg innehåller.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man integrerar Poyntingvektorn i över en viss tid och över en viss yta så får man fram hur mycket energi som strålats ut genom ytan under motsvarande tidsrymd.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En elektrisk Hertzdipol, $\mathbf{p} = p_0 \cos(\omega t) \hat{\mathbf{n}}$, är belägen i punkten $(d, 0, 0)$. Man vill få en riktad antenn med starkt fjärrfält i x -riktningen och lägger därför in ett stort jordat metallplan vid $x = 0$. Hur ska man välja d och enhetsvektorn $\hat{\mathbf{n}}$ för att få ett maximalt fält i x -riktningen? Bestäm också tidsuttrycket för motsvarande elektriska fält i området $x > 0$.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Kontinuitetsekvationen kan härledas ifrån Maxwells fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Utöver Maxwells fyra postulat är kontinuitetsekvationen nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med strömtäthetsfältet plus förskjutningsströmtätheten (displacement current).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En kvartsvågsdipol är längre än en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I varje ögonblick är strömmen konstant längs med en kvartsvågsdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen hos en halvstågsantenn är oberoende av strålningseffekten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen ökar med längden i kvadrat för en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen är ett mått på hur bra riktningsverkan en antenn har.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Hertzdipolen är ett exempel på en antenn med förhållandevis hög direktivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För en god ledare är $\sigma/\omega\epsilon \gg 1$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I en god ledare är $\alpha \ll \beta$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen för en metall är $Z \approx \sqrt{j\omega\mu/\sigma}$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I en perfekt isolator är $\sigma = 0$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Inträngningsdjupet är mindre för höga frekvenser än för låga frekvenser.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Inträngningsdjupet är mindre i material med högre konduktivitet än i material med lägre konduktivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

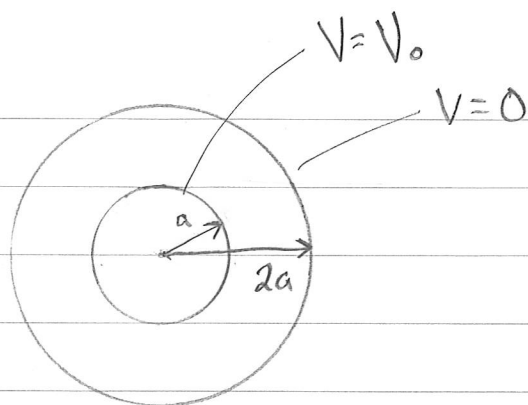
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Vid snett infall mot en gränssyta skiljer sig uttrycken på transmissionskoefficienten för vinkelrät polarisering jämfört med parallell polarisering mot infallsplanet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Brewstervinkeln kan härledas från Fresnells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid Brewstervinkeln transmitteras ingen energi genom gränssytan mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid Brewstervinkeln reflekteras ingen energi genom gränssytan mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid kritiska vinkeln transmitteras ingen energi genom gränssytan mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kritiska vinkeln bestäms utifrån Fresnells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

1a) $V(r) = ?$

$$V(a) = V_0$$

$$V(2a) = 0$$



Entydighet ger: $V(r) = 0$ för $r > 2a$
 $V(r) = V_0$ för $r < a$

Gauss lag ger $E(r) = \frac{Q_i}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$
för $a < r < 2a$.

$$V(r) = V_0 - \int_a^r E(r) dr = V_0 + \frac{Q_i}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

Da $V(2a) = 0$ fas $Q_i = 8\pi\epsilon_0 a V_0$.

Alltså fas

$$V(r) = \begin{cases} V_0 & r \leq a \\ V_0 \left(\frac{2a}{r} - 1 \right) & a < r < 2a \\ 0 & 2a \leq r \end{cases}$$

1b) Från a) fas att den inre sfären har laddningen $Q_i = 8\pi\epsilon_0 a V_0$

Da $V(r) = 0$ för $r = 2a$ ger Gauss lag att $Q_i + Q_y = 0$.

Alltså är $Q_y = -Q_i = -8\pi\epsilon_0 a V_0$.

2a)

Vi bestämmer strömmen som uppstår av rotationen.

Laddningstätheten per längdenhet ges av $\rho_L = \frac{Q}{2\pi a}$. Rotationen har vinkelhastigheten $\omega = 2\pi f$.

Detta ger strömmen

$$I = \omega a \rho_L = \frac{Q\omega}{2\pi} = Qf.$$

Biot-Savarts lag evaluerad längs z-axeln, $\vec{r} = z\hat{z}$, \vec{r}'

$$B(z) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint_C \frac{d\vec{r}' \times (z\hat{z} - \vec{r}')}{|z\hat{z} - \vec{r}'|^3}$$

Linjeelementet $d\vec{r}' = a\hat{\phi}d\phi$ och källpunkt $\vec{r}' = a\hat{r}_c$ ger

$$B(z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a\hat{\phi} \times (z\hat{z} - a\hat{r}_c) d\phi}{(z^2 + a^2)^{3/2}}$$

Symmetri ger att endast z-komponent är nonskild:

$$B(z) = \hat{z} \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_0^{2\pi} \frac{a^2 d\phi}{(z^2 + a^2)^{3/2}} = \hat{z} \frac{\mu_0 I a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}}$$

Alltså:

$$B(z) = \hat{z} \frac{\mu_0 Q f a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}}$$

3

Bestäm först flödet Φ genom slingan, därefter den inducerade strömmen och sist vridmomentet.

$$\text{Flödet ges av: } \Phi = B_0 \frac{t}{T} \pi b^2 \cos \alpha$$

Den inducerade emk:n blir

$$-\frac{d\Phi}{dt} = -B_0 \frac{\pi b^2}{T} \cos \alpha.$$

Därmed blir strömmen

$$i(t) = -\frac{B_0 \pi b^2}{RT} \cos \alpha.$$

Det magnetiska vridmomentet ges av $\vec{m} = i \pi b^2 \hat{n} = -\frac{B_0 \pi^2 b^4}{TR} \cos \alpha \hat{n}$.

Vridmomentet ges av $\vec{T}_m = \vec{m} \times \vec{B}$, och då $\hat{n} \times \hat{x} = -\sin \alpha \hat{z}$ fås

$$\vec{T}_m = \frac{t}{R} \left(\frac{B_0 \pi b^2}{T} \right)^2 \cos \alpha \sin \alpha \hat{z}$$

4 Tangentiella elektriska fält är noll på metallytan, detta ger rand villkoren

$$x=0: E_1 \sin(\omega t - k_z z) + E_2 \sin(\omega t - k_z z) = 0 \quad (1)$$

$$x=d: E_1 \sin(\omega t - k_z z - k_x d) + E_2 \sin(\omega t - k_z z + k_x d) = 0 \quad (2)$$

Ekvation (1) ger $E_1 = -E_2$.
Detta i (2) ger

$$\sin(\omega t - k_z z - k_x d) = \sin(\omega t - k_z z + k_x d)$$

Vilket ger $k_x d = -k_x d + 2\pi n \Rightarrow k_x d = \pi n$
där n är ett heltal.

För utbredningshastighet c_0
krävs: $\frac{\omega}{c_0} = |\vec{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_z^2}$

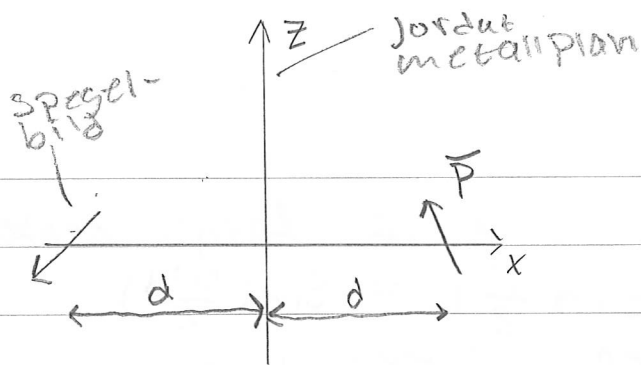
Alltså har vi följande samband:

$$E_1 + E_2 = 0$$

$$k_x d = n\pi$$

$$k_z^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} - k_x^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} - n^2 \frac{\pi^2}{d^2}$$

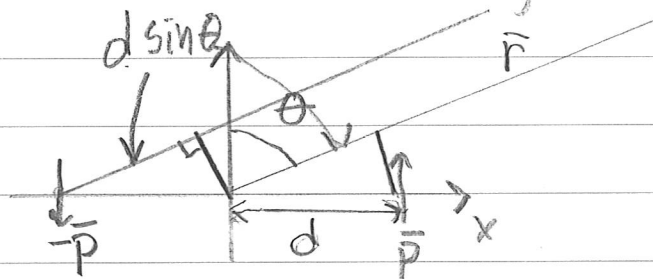
5



Dipolens komplexa moment ges av $\bar{P} = P_0 \hat{n}$. Dipolen speglas i planet $x=0$ enligt figuren ovan.

En dipol strålar mest i planet vinkelrätt mot \bar{P} , i detta fall skall dipolen alltså ligga i $y-z$ -planet och $\hat{n} = \hat{z}$. Den speglade dipolen får dipolmoment $\bar{P} = -P_0 \hat{n}$.

Vi får då följande situation



för stora avstånd ($r \gg d$)

Vi får då

$$\begin{aligned}
 E_{\theta} &= -\omega^2 P_0 Z_0 \frac{\sin \theta}{4\pi r} \left(e^{j\frac{\omega}{c}(R+d\sin\theta)} - e^{j\frac{\omega}{c}(R-d\sin\theta)} \right) \\
 &= -\omega^2 P_0 Z_0 \sin \theta \frac{e^{j\omega R/c}}{4\pi r} \left(e^{j\frac{\omega}{c}d\sin\theta} - e^{-j\frac{\omega}{c}d\sin\theta} \right) \\
 &= -j\omega^2 P_0 Z_0 \sin \theta \sin\left(\frac{\omega}{c}d\sin\theta\right) \frac{e^{j\omega R/c}}{2\pi r}
 \end{aligned}$$

För att maximera E längs x -axeln

$$\text{Skall } \sin\left(\frac{\omega d}{c} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = \sin\left(\frac{\omega d}{c}\right)$$

maximeras. Detta sker vid

$$\omega d/c = \pi/2 (+ n\pi). \text{ Vi väljer } n=0$$

$$\text{vilket ger } d = \frac{c\pi}{2\omega} = \frac{\lambda}{4}.$$

Vi väljer alltså $d = \frac{\lambda}{4}$ och $\hat{n} = \hat{z}$.

Tidsuttryck för det elektriska fältet

$$\text{ges av } E(\vec{r}, t) = \text{Re}\{E(\vec{r}) e^{-i\omega t}\}$$

vilket ger

$$E(\vec{r}, t) = -\omega^2 p_0 z_0 \sin\theta \sin\left(\frac{\pi}{2} \sin\theta\right) \frac{\sin\left(\omega t - \frac{\omega R}{c}\right)}{2\pi c R} \hat{\theta}$$