

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2 och TM2.

EEF031 2018-04-05, kl. 14:00-18:00

Tillåtna hjälpmedel:	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar:	Tomas Rydholm, tel. 072 - 170 47 48
Lösningar:	Anslås på kursens hemsida
Resultatet:	Anslås i LADOK
Granskning:	Sker på plats och tid annonseras på kurshemsidan
Kom ihåg	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

OBS!

Resultat från **läsårets** dugga får tillgodoräknas på elektrostatik- (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningsdelen räknas separat. Bonuspoäng från **årets** omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras. De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej. Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

Anonym kod:

(Var vänlig ange den **email-adress** som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

1 (Elektrostatik)

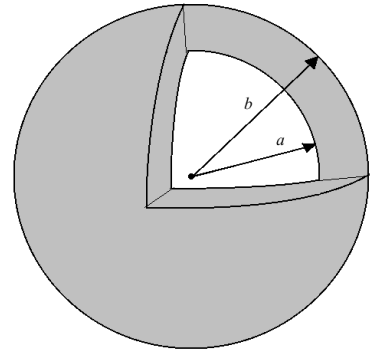
Problemlösningsdel (8 poäng)

Ett elektret (material med permanent elektrisk polariseringsvektor, jmf magnet) har formen av ett ihåligt klot med innerradie a och ytterradie b . Polariseringsvektorn i materialet är

$$\mathbf{P} = P_0 \hat{\mathbf{R}}$$

A) Beräkna det elektriska fältet och förskjutningsfältet till storlek och riktning samt den elektriska potentialen överallt. (5 poäng)

B) Antag nu att en total laddning Q läggs på den inre gränssytan, men att polariseringsvektorn fortfarande är densamma. Beräkna de tre fälten från A) på nytt. (3 poäng)



Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Speglingsmetoden är en metod som kan användas för att lösa Laplaces ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poissons ekvation har en unik lösning även om inga randvillkor anges.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingsmetoden kan användas för att lösa Poissons ekvation i godtycklig geometri.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingsmetoden kan användas för att lösa Poissons ekvation ovanför ett stort ledande plan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingsmetoden kan användas för att lösa Poissons ekvation ovanför ett stort isolerande plan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poissons ekvation härleds från de elektrostatiska postulaten om divergens och rotation av E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Kraften på en laddad partikel som orsakas av ett E-fält är riktad längs med E-fältslinjerna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar i vila som utsätts för ett nollskilt E-fält påverkas alltid av en kraft orsakad av E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar som rör sig <i>parallellt</i> med E-fältslinjerna utsätts alltid för en kraft orsakad av E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar som rör sig <i>vinkelrätt</i> mot E-fältslinjerna utsätts alltid för en kraft orsakad av E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Två laddningar som befinner sig i närheten av varandra känner alltid av en attraktiv kraft, oberoende av de två laddningarnas polaritet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältslinjer kan korsas varandra.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Enheten för det elektriska fältet är V.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sambandet $D = \epsilon E$ mellan E- och D-fältet kan härledas utifrån postulaten för elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar E-fältet som $1/R$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På litet avstånd (av samma storleksordning som avståndet mellan laddningarna i en elektrisk dipol) avtar E-fältet som $1/R$ från en elektrisk dipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Antagande om approximativ strömfördelning ger en för låg resistans vid resistansberäkning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Antagande om approximativ potentialfördelning ger en för hög resistans vid resistansberäkning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2 (Magnetostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

En trådformig ledare är böjd i form av en reguljär n -hörning, vars inskrivna radie är R .

A) Bestäm den magnetiska flödestätheten \mathbf{B} i n -hörningens centrum då ledaren för strömmen I . (5 poäng)

B) Vad sker då $n \rightarrow \infty$. Jämför även med ett enklare fall. (3 poäng)

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
B-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
J-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
J-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Magnetiska dipoler används för att modellera magnetiska material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har små relativa permeabilitetstal.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Paramagnetiska material har negativa relativa permeabilitetstal.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reluktans för en magnetfältskrets motsvarar ungefär resistans för en elektrisk krets.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets roll i magnetostatiken påminner om D-fältets roll i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material, till exempel järn, är exempel på ett linjärt material, som har ett perfekt linjärt samband mellan B och H-fälten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

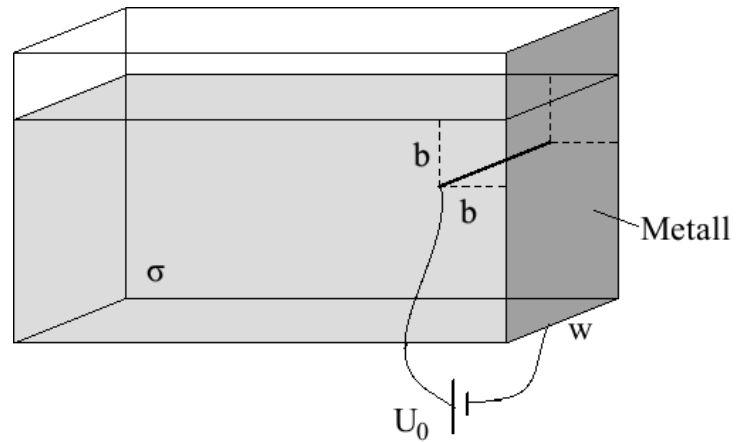
	ja	?	nej
Two långa raka parallella ledare som leder en likström i samma riktning känner av en attraktiv kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Two långa raka parallella ledare känner av en attraktiv kraft om strömmen i den ena ledaren är noll och den andra ledaren för en likström.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel som befinner sig i vila i ett B-fält känner en kraft som orsakas av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om vi använder metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna den magnetiska kraften kan både flöde och ström hållas konstanta samtidigt under den tänkta förflyttningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man håller strömmen konstant blir kraften större än om man håller flödet konstant eftersom batteriet i det fallet levererar energi till systemet för att hålla strömmen konstant.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om vi håller det magnetiska flödet konstant ska vi ha ett minustecken framför derivatan av energin.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3

Problemlösningsdel (8 poäng)

Ett stort akvarium är format som ett rätblock. Den ena kortsidan (som har bredd w) är av metall medan de övriga sidorna och golvet är isolerande. Akvariet är fyllt med en vätska som har konduktivitet σ , mycket mindre än den för metallen.

En metalltråd med radie a placeras normalt mot långsidorna enligt figuren. Avstånden till metallväggen och vätskeytan är b . Ett batteri med polspänning U_0 kopplas mellan tråden och metallväggen. Tankens dimensioner är mycket större än b .



A) Beräkna resistansen mellan tråden och metallväggen.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
E-fältet är rotationsfritt för tidsvarierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältet är källfritt för tidsvarierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lenz lag är ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lenz lag säger att en inducerad spänning motverkar förändringen i det pålagda magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En spänning kan induceras i en krets även om B-fältet är konstant i tiden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En transformator är ett exempel på en komponent som bygger på induktion för sin funktion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Retarderade potentialer kan användas för att beskriva hur E-fältet från en tidsvarierande laddningsfördelning breder ut sig i rummet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Retarderade potentialer uttrycker att ett elektromagnetiskt fält breder ut sig med ljusets hastighet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett statiskt V-fält från en punktladdning är ett exempel på en retarderad potential.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den retarderade potentialen har formen $A(t-R/c)$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den retarderade potentialen kan endast uttryckas med hjälp av den magnetiska vektorpotentialen, A .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A-fältet har enheten A/m.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Man kan välja rotationen av den magnetiska vektorpotentialen fritt i elektromagnetismen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man väljer ofta rotationen av den magnetiska vektorpotentialen till samma som i statiken för att förenkla beräkningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Faradays induktionslag uttrycker att ett elektriskt fält kan genereras utan laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lentz lag säger att en inducerad ström vill motverka förändringen i det pålagda fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om en sluten slinga rör sig i ett konstant och homogent B-fält induceras en ström i slingan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En spänning kan induceras i en ledare trots att $-dB/dt$ termen i Faradays lag är noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En plan våg (vinkelfrekvens ω) utbreder sig i vakuum med en Poyntingvektor, $\mathbf{S}(\mathbf{r}, t)$ enligt följande:

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) = \frac{A^2}{Z_0} \frac{\hat{\mathbf{z}} + \hat{\mathbf{x}}}{\sqrt{2}} \cos^2(\gamma(x+z)/\sqrt{2} - \omega t)$$

där vågimpedansen för vakuum är Z_0 och A är en positiv reell konstant. Den magnetiska fältstyrkan \mathbf{H} antar i origo vid tiden $t = 0$ maximal styrka i riktningen $(\hat{\mathbf{z}} - \hat{\mathbf{x}})/\sqrt{2}$. Bestäm den plana vågens elektriska fält till storlek och riktning överallt i rummet och tiden.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Kontinuitetsekvationen kan härledas från Maxwells fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Utöver Maxwells fyra postulat är kontinuitetsekvationen nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger endast på att rotationen av \mathbf{H} -fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger endast på att \mathbf{B} -fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger endast på att rotationen av \mathbf{E} -fältet är lika med minus tidsderivatan av \mathbf{B} -fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger endast på att \mathbf{E} -fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Mha Fresnels ekvationer kan vinkeln mellan \mathbf{y} -normal och propagationsriktning beräknas för en plan våg som transmitteras genom en plan gränssyta med olika dielektriska material på respektive sida.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Brewstervinkeln anger den vinkel där ingen effekt reflekteras från en gränssyta.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid beräkningar med Fresnells ekvationer måste man ta hänsyn till vågens polarisering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion är möjlig då en elektromagnetisk våg går från ett optiskt tunnare till ett optiskt tätare medium.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid totalreflektion transmitteras ingen energi genom gränssytan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vinkeln vid vilken totalreflektion inträffar härleds från Snells lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Vågimpedansen hos luft är $Z=373\Omega$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen för vatten är lägre än för luft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen för järn är lika stor som för luft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen är alltid ett reellt tal.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen relaterar magnetiskt fält till elektriskt fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen bestäms av enbart av konduktiviteten och permittiviteten hos ett material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Poyntings teorem uttrycker energikonservering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan vara tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan definieras med komplexa \mathbf{B} - och \mathbf{E} -fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn har enheten W/m .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan bara definieras för monokromatiska fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan definieras som tidsmedelvärde eller som momentanvärde.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

En antenn strålar med intensitetsfördelningen

$$S = \frac{P_0}{R^2} \cos^3 \theta \sin^2 \varphi$$

för $0 < \theta < \pi/2$ och $0 < \varphi < 2\pi$, dvs i övre halvrymden. I den undre halvrymden ($\pi/2 < \theta < \pi$) utstrålas ingen effekt alls, dvs $S = 0$.

A) Beräkna antennförstärkningen och direktiviteten.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är lika med minus tidsderivatan av E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
$j\omega$ -metoden för fältberäkningar fungerar bara för harmoniskt varierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg kan uttryckas i komplex notation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett komplext uttryck på E-fältet innehåller ett explicit tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg kännetecknas bland annat av att E-fältet alltid är polariserat vinkelrätt mot utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg kännetecknas bland annat av att H-fältet kan vara är polariserat i samma riktning som utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg kännetecknas bland annat av att E-fältet alltid är polariserat vinkelrätt mot utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

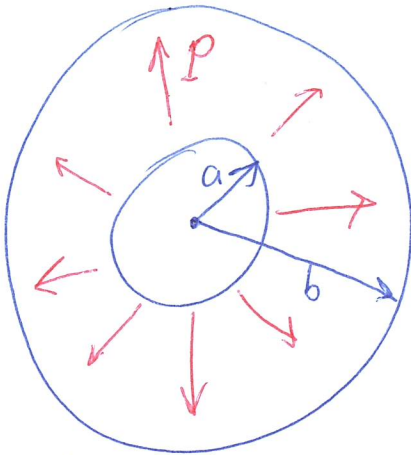
d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En kvartsvågsdipol är längre än en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I varje ögonblick är strömmen konstant längs med en kvartsvågsdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen hos en halvstågsantenn är oberoende av strålningseffekten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen ökar med längden i kvadrat för alla en kvartsvågsdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En halvstågsantenn är ekvivalent med en kvartsvågsantenn över ett ledande plan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I varje ögonblick är strömmen konstant längs en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För en god ledare är $\sigma/\omega\varepsilon \gg 1$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I en god ledare är $\alpha \gg \beta$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en metall är vågimpedansen $Z \approx \sqrt{j\omega\mu/\sigma}$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En supraledare kännetecknas av att $\sigma = 0$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Inträngningsdjupet är mindre för höga frekvenser än för låga frekvenser. □	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Inträngningsdjupet är mindre i material med högre konduktivitet än i material med lägre konduktivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Uppgift 1



Permanent polarisationsvektor

$$P = P_0 \hat{R}$$

för $a \leq R \leq b$. I övrigt är $P = 0$.

a) Ett sätt att lösa uppgiften på är att beräkna polarisationsladdningarna. Se tex. lösningen för uppgift 3-2 i exempelsamlingen.

Enklare är dock att inse att D bara beror på fria laddningar, beräkna D och därefter E .

Vi kan beräkna D med hjälp av en Gauss-yta och relatera till de inneslutna fria laddningarna.

$$\int_S D \cdot dS = Q_{\text{fri, inne}}$$

Men $Q_{\text{fri, inne}} = 0$ och tillsammans med symmetriargument blir därmed också $D = 0$ överallt.

Vi vet vidare att

$$D = \epsilon_0 E + P \quad \Rightarrow \quad E = \frac{1}{\epsilon_0} (D - P)$$

(Observera att vi inte kan skriva $D = \epsilon_r \epsilon_0 E$ eftersom vi ej har $P = \chi_e E$ i detta fall!)

Så, i de tre olika regionerna har vi

$$\begin{array}{l}
 R < a : \\
 a < R < b : \\
 b < R :
 \end{array}
 \quad
 \mathbb{P} = \begin{cases} 0 \\ P \cdot \hat{R} \\ 0 \end{cases}, \quad
 \mathbb{D} = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}, \quad
 \mathbb{E} = \begin{cases} 0 \\ -\frac{P}{\epsilon_0} \hat{R} \\ 0 \end{cases}$$

Till sist beräknar vi potentialen från

$$\begin{aligned}
 V(R) &= - \int_{\infty}^R \mathbb{E} \cdot d\mathbb{R} \\
 &= - \int_{\infty}^R \mathbb{E} \cdot (\hat{R} dR')
 \end{aligned}$$

Trivialt fås $V(R > b) = 0$. Därefter fås

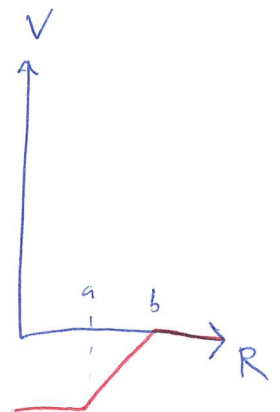
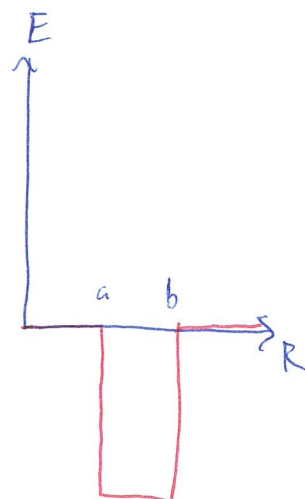
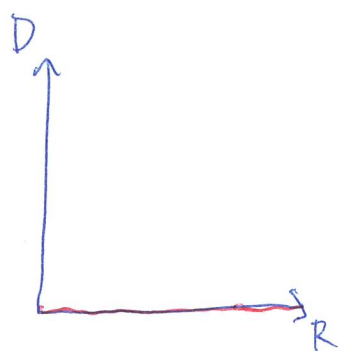
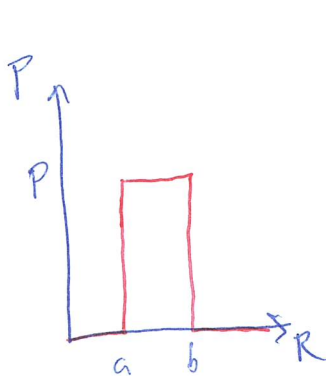
$$\begin{aligned}
 V(R | a < R < b) &= - \int_b^R -\frac{P}{\epsilon_0} dR' + V(b) \\
 &= \frac{P}{\epsilon_0} (R - b)
 \end{aligned}$$

och

$$\begin{aligned}
 V(R < a) &= - \int_a^R 0 dR' + V(a) \\
 &= V(a) = \frac{P}{\epsilon_0} (a - b)
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow V(R) = \begin{cases} \frac{P}{\epsilon_0} (a - b) & , \quad R < a \\ \frac{P}{\epsilon_0} (R - b) & , \quad a < R < b \\ 0 & , \quad b < R \end{cases}$$

Vi kan (om vi vill) skissa fälten.



b) Nu läggs en fri laddning Q uniformt fördelad på den inre ytan. P antas enligt uppgiften vara oförändrad.

Vi går igenom samma procedur igen men får $D \neq 0$.

$$\int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q_{\text{fri, inne}} \Rightarrow \mathbf{D} = \begin{cases} \hat{\mathbf{r}} \frac{Q}{4\pi R^2}, & R > a \\ 0, & a > R \end{cases}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (\mathbf{D} - \mathbf{P}) = \begin{cases} 0, & R < a \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} - \frac{P}{\epsilon_0}, & a < R < b \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}, & b < R \end{cases}$$

Vi beräknar sist potentialen som

$$R > b: \quad V(R) = -\int_{\infty}^R \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R'^2} dR' = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

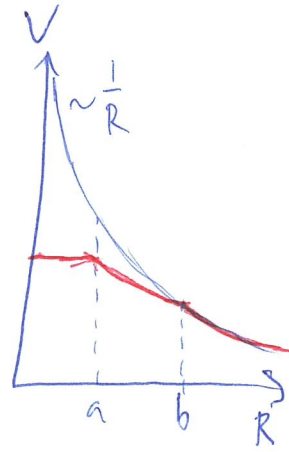
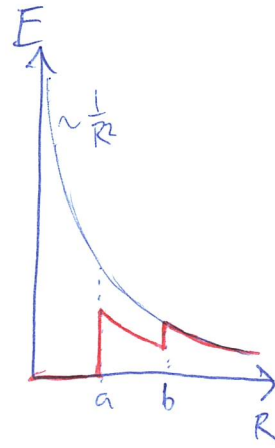
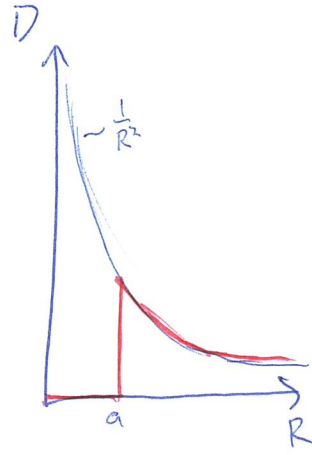
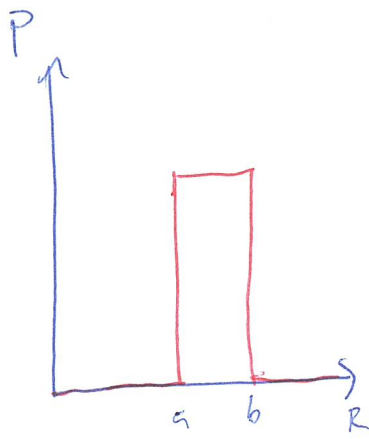
$$a < R < b: \quad V(R) = -\int_b^R \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R'^2} - \frac{P}{\epsilon_0} \right) dR' + V(b) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} - \frac{P}{\epsilon_0} (b-R)$$

$$R < a: \quad V(R) = -\int_a^R 0 dR' + V(a) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} - \frac{P}{\epsilon_0} (b-a)$$

Alltså:

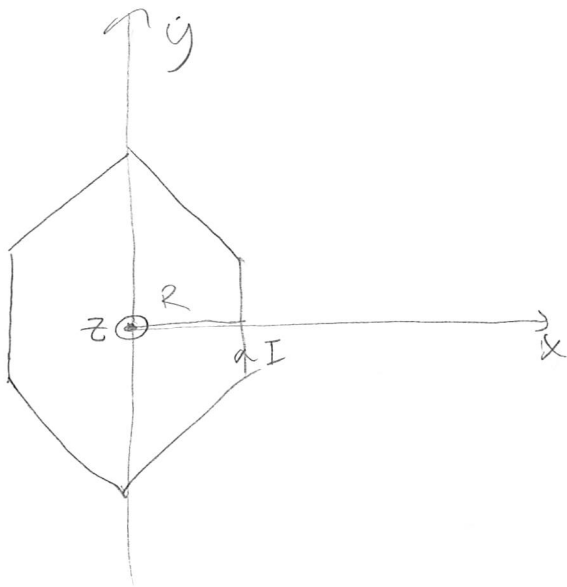
$$\begin{array}{l} R < a: \\ a < R < b: \\ b < R: \end{array} \quad \mathbf{P} = \begin{cases} 0 \\ P_0 \hat{\mathbf{r}} \\ 0 \end{cases}, \quad \mathbf{D} = \begin{cases} 0 \\ \frac{Q}{4\pi R^2} \hat{\mathbf{r}} \\ \frac{Q}{4\pi R^2} \hat{\mathbf{r}} \end{cases}, \quad \mathbf{E} = \begin{cases} 0 \\ \left(\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} - \frac{P}{\epsilon_0} \right) \hat{\mathbf{r}} \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \hat{\mathbf{r}} \end{cases}, \quad V = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} - \frac{P}{\epsilon_0} (b-a) \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} - \frac{P}{\epsilon_0} (b-R) \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \end{cases}$$

Fälten kan skissas



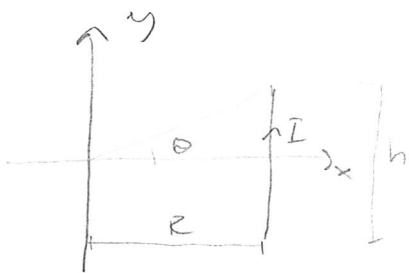
(uppg 2)

figur 1



Använd Biot-Savart för att beräkna bidraget från varje sida för sig.

Symmetri ger att varje sida ger samma bidrag



$$B(0,0,0) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint \frac{dl \times R_{12}}{R_{12}^3}$$

$$dl = \hat{y} dy'$$

$$R_{12} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{fältpunkt}}}{0} - \underbrace{(R\hat{x} + y'\hat{y})}_{\substack{\uparrow \\ \text{källpunkt}}} = -R\hat{x} - y'\hat{y}$$

$$R_{12} = \sqrt{R^2 + y'^2}$$

$$dl \times R_{12} = dy' \hat{y} \times (-R\hat{x} - y'\hat{y}) = R dy' \hat{z}$$

$$B(0,0,0) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-h/2}^{h/2} \frac{R \hat{z}}{(R^2 + y'^2)^{3/2}} dy' = \left[\begin{array}{l} \text{Beta sid 160, nr 11} \\ a=1 \quad x \rightarrow y' \\ c=R \quad (+) \end{array} \right]$$

$$= \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \hat{z} \cdot \left[\frac{y'}{R^2 (y'^2 + R^2)^{1/2}} \right]_{-h/2}^{h/2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \frac{h}{\left(\frac{h^2}{4} + R^2\right)^{1/2}} = \dots$$

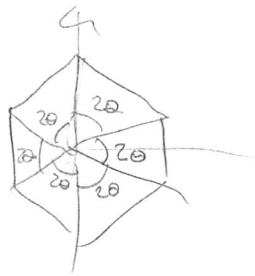
$$\frac{\mu_0 I}{2\pi R} \frac{h}{(h^2 + 4R^2)^{1/2}} \hat{z}$$

Ur figur 1 fås $\frac{h}{2} = R \tan \Theta$

② bestäms av antalet sidor

$$2\pi = 2\Theta \cdot n$$

\uparrow \uparrow
 ett varv vinkel
 för en sida



$$\Rightarrow \Theta = \frac{\pi}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{2} = R \tan \frac{\pi}{n}$$

$$B(0,0,0) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \hat{z} \cdot \frac{2R \tan \frac{\pi}{n}}{(4R^2 \tan^2 \frac{\pi}{n} + 4R^2)^{1/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \hat{z} \cdot \frac{\tan(\pi/n)}{(1 + \tan^2 \frac{\pi}{n})^{1/2}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \hat{z} \cdot \sin \frac{\pi}{n}$$

$$= \frac{\frac{\sin \frac{\pi}{n}}{\cos \frac{\pi}{n}}}{(1 + \frac{\sin^2 \frac{\pi}{n}}{\cos^2 \frac{\pi}{n}})^{1/2}} = \frac{\sin \frac{\pi}{n}}{(\frac{\cos^2 \frac{\pi}{n} + \sin^2 \frac{\pi}{n}}{\cos^2 \frac{\pi}{n}})^{1/2}} = \sin \frac{\pi}{n}$$

Totala (c) magnetiska flödestätheten ges av

$$B_{tot}(0,0,0) = n \cdot B(0,0,0) = \frac{n \mu_0 I}{2\pi R} \sin \frac{\pi}{n} \hat{z}$$

enligt koordinatsystemet
 i fig 1

Da $n \rightarrow \infty$,

$$B_{\text{tot}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \frac{1}{z} \cdot \left(n \cdot \sin \frac{\pi}{n} \right)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \frac{1}{z} \left(n \cdot \left(\frac{\pi}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right) \right) \right)$$

$\rightarrow \pi$ da $n \rightarrow \infty$

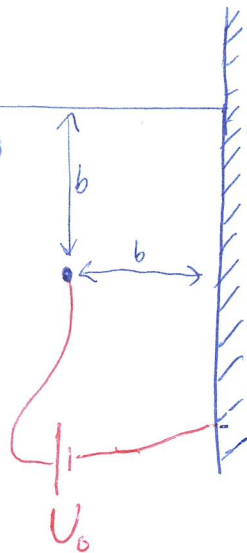
$$\xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{\mu_0 I}{2R} \frac{1}{z}$$

detta är samma som för en cirkulär strömstänga!

Uppgift 3

isolator: $\sigma = 0$

ledande: $\sigma \neq 0$



Då tankens dimensioner är mycket större än b behöver vi bara bry oss om den närmsta väggen och vätskeytan.

Tråden kommer agera linjekälla till en ström och vi använder speglingsmetoden.

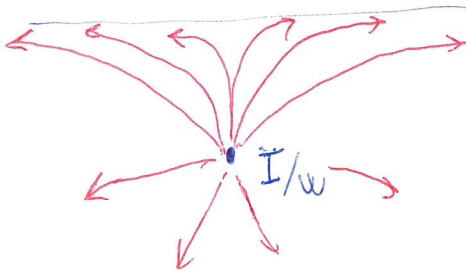
Observera dock att det är en strömkälla och inte en laddning!

Från tråden kommer en strömfördelning J/w att utgå. Vi speglar en likadan källa i vätskeytan för att få rätt randvillkor.

• I/w

Normal: $\hat{n}_2 \cdot (J_1 - J_2) = 0$

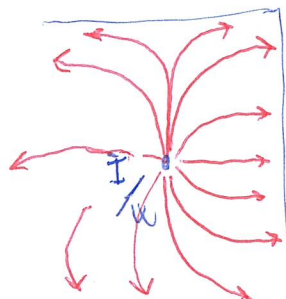
Tangential: $\hat{n}_2 \times (E_1 - E_2) = 0$



Sedan skapar vi motsatta källor speglade i metallväggen

I/w

$-I/w$



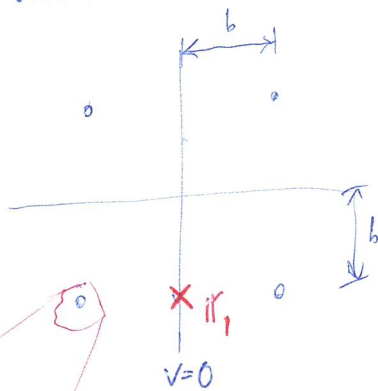
$-I/w$

Teckna nu potentialen från två linjeströmkällor.

$$V(r) = \frac{I/w}{2\pi\sigma} \ln\left(\frac{|r-r_2|}{|r-r_1|}\right)$$

Vi har två sådana par.

Sätt upp ett uttryck för potentialen i de givna punkterna nedan, där vi känner till potentialens värden



$$V(r_1) = \frac{I/w}{2\pi\sigma} \cdot \left(\ln \frac{b}{b} + \ln \frac{\sqrt{5}b}{\sqrt{5}b} \right) = 0 \quad \text{OK!}$$

$$\begin{aligned} V(r_2) &\approx \frac{I/w}{2\pi\sigma} \left(\ln \frac{2b}{a} + \ln \frac{\sqrt{(2b)^2 + (2b)^2}}{2b} \right) \\ &= \frac{I/w}{2\pi\sigma} \left(\ln \frac{2b}{a} + \ln \frac{2\sqrt{2}b}{2b} \right) = U_0 \end{aligned}$$

Spänningen mellan polerna är således

$$\begin{aligned} \Delta V &= V(r_2) - V(r_1) \\ &= \frac{I}{2\pi w \sigma} \left(\ln \frac{2b}{a} + \ln \sqrt{2} \right) \end{aligned}$$

Resistansen fås slutligen av

$$\begin{aligned} R = \frac{\Delta V}{I} &= \frac{1}{2\pi w \sigma} \left(\ln \frac{2b}{a} + \ln \sqrt{2} \right) \\ &= \frac{1}{2\pi w \sigma} \ln \frac{2\sqrt{2}b}{a} \end{aligned}$$

Uppgift 4

$$S(r, t) = E(r, t) \times H(r, t) = \frac{A^2}{Z_0} \frac{\hat{z} + \hat{x}}{\sqrt{2}} \cos^2\left(\gamma \frac{(x+z)}{\sqrt{2}} - \omega t\right)$$

Utbredningsriktning $\hat{k} = \frac{\hat{x} + \hat{z}}{\sqrt{2}}$

Ansätt uttryck för det magnetiska fältet

från information om riktning givet i uppgiften

$$H(r, t) = H \cos\left(\gamma \frac{(z+x)}{\sqrt{2}} - \omega t + \delta\right) \frac{\hat{z} - \hat{x}}{\sqrt{2}}$$

H ^{positiv} reell konstant och δ fas.

Informationen om magnet fältet i origo vid

$$t=0 \Rightarrow \delta=0$$

Bestäm $E(r, t)$ enligt

$$E(r, t) = Z_0 H(r, t) \times \hat{k}$$

$$= Z_0 H \cos\left(\gamma \frac{(z+x)}{\sqrt{2}} - \omega t\right) \left(\frac{\hat{z} - \hat{x}}{\sqrt{2}}\right) \times \left(\frac{\hat{x} + \hat{z}}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= Z_0 H \cos\left(\gamma \frac{(z+x)}{\sqrt{2}} - \omega t\right) \hat{y}$$

Bilda poynting vektorn för att bestämma H .

$$\begin{aligned}
 S(r,t) &= E(r,t) \times H(r,t) \\
 &= H^2 z_0 \cos^2(\gamma(z+x)/\sqrt{2} - \omega t) \hat{y} \times \frac{\hat{z} - \hat{x}}{\sqrt{2}} \\
 &= H^2 z_0 \cos^2(\gamma(z+x)/\sqrt{2} - \omega t) \frac{\hat{x} + \hat{z}}{\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

Jämför med uttrycket för $S(r,t)$ given

$$\Rightarrow H^2 z_0 = \frac{A^2}{z_0} \Rightarrow H = \frac{A}{z_0}$$

\uparrow
 H positiv
 reellt

alltså

$$\underline{E}(r,t) = A \cos(k_0(z+x)/\sqrt{2} - \omega t) \hat{y}$$

Uppgift 5

Den totala utstrålade effekten fås genom att integrera upp intensitetsfördelningen över en sluten yta. Dock är $S=0$ för $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$ så vi kan nöja oss med att integrera över den övre halvkulan.

$$P_{ut} = \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \frac{P_0}{R^2} \cos^3 \theta \cdot \sin \theta \cdot \sin^2 \varphi R^2 d\theta d\varphi$$

skal-faktorer

$$= P_0 \int (\cos^3 \theta \sin \theta) d\theta \cdot \int \sin^2 \varphi d\varphi$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} u = \cos \theta \\ du = -\sin \theta d\theta \end{array} \right\}$$

$$\bullet - \int_1^0 u^3 du = \left[\frac{u^4}{4} \right]_0^1 = \frac{1}{4}$$

$$\bullet \int_0^{2\pi} \sin^2 \varphi d\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos 2\varphi}{2} d\varphi$$
$$= \pi - \left[\frac{\sin 2\varphi}{4} \right]_0^{2\pi}$$

$$\Rightarrow P_{ut} = P_0 \cdot \frac{\pi}{4}$$

Antennförstärkningen ges av intensiteten i riktningen delat med medelintensiteten.

$$G_D(\theta, \varphi) = \frac{S(R, \theta, \varphi)}{P_{ut}/4\pi R^2} = \frac{P_0 \cos^3 \theta \sin^2 \varphi / R^2}{P_0 \cdot \frac{\pi}{4} / 4\pi R^2} = 16 \cos^3 \theta \sin^2 \varphi$$

och direktiviteten ges av

$$D = G_{D, \max} = 16$$