

## Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2 och TM2.

EEF031 2016-04-07 kl. 14:00-18:00

<b>Tillåtna hjälpmedel:</b>	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
<b>Förfrågningar:</b>	Andreas Fhager, tel. 076-125 70 12
<b>Examinator:</b>	Andreas Fhager, tel. 076-125 70 12
<b>Lösningar:</b>	anslås på kursens hemsida
<b>Resultatet:</b>	anslås i LADOK
<b>Granskning:</b>	Sker på plats och tid annonseras på kurshemsidan
<b>Kom ihåg</b>	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

---

# OBS!

Resultat från **läsårets** dugga får tillgodoräknas på elektrostatik- (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningsdelen räknas separat. Bonuspoäng från **årets** omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras. De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej. Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

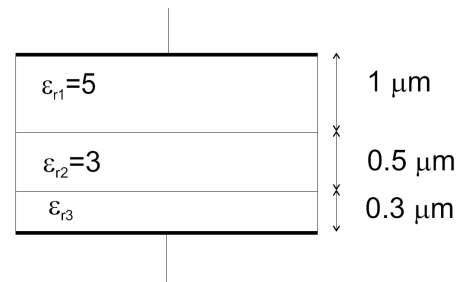
## Anonym kod:

(Var vänlig ange den **email-adress** som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

# 1 (Elektrostatik)

## Problemlösningsdel (8 poäng)

A) Mellan två plattor har vi tre stycken olika dielektriska material, se figuren. Vi vet dielektricitetskonstanterna för två av materialen men inte för det tredje. Kapacitansen mellan plattorna är  $8.354 \text{ nF}$  och plattarean är  $6 \text{ cm}^2$ . Bestäm med hjälp av de här uppgifterna och figuren dielektricitetskonstanten för det okända materialet.



## Förståelsedel (4 poäng)

### b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Eftersom divergensen av det elektriska fältet är skilt från noll kan en potential definieras.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska potentialen kan definieras som $E = -\nabla V$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska potentialen kan definieras som $E = \nabla V$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En perfekt ledare har alltid samma potential i hela sin volym.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent härleds utifrån divergensen av E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets normalkomponent härleds utifrån att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Enheten för det elektriska fältet är $\text{V/m}^3$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sambandet $D = \epsilon E$ mellan E- och D-fältet kan härledas utifrån postulaten för elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Polarisationsfältet $P$ är fältet från de bundna laddningarna i ett dielektriskt material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dielektriska materialegenskaper modelleras med hjälp av elektriska dipoler.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Antagande om approximativ strömfördelning ger en för hög resistans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Antagande om approximativ potentialfördelning ger en för låg resistans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

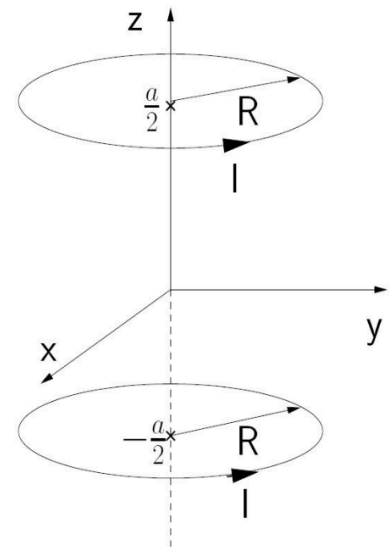
	ja	?	nej
I elektrostatiken är E-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är E-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är D-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är D-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent härleds från postulatet om E-fältets divergens.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets normalkomponent härleds från postulatet om E-fältets divergens.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## 2 (Magnetostatik)

### Problemlösningsdel (8 poäng)

Två identiska spolar ligger parallellt orienterade i x-y-planet. Spolarna har radien  $R$  och båda leder en ström  $I$  genom respektive spole, med riktningar enligt figur.

a) Beräkna  $\mathbf{B}(z) = B_z \hat{z}$  på z-axeln mellan  $-\frac{a}{2} < z < \frac{a}{2}$ .



### Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Enheten för det magnetiska fältet (B-fältet) är $A/m^3$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska fältstyrkan, $B$ , är en vektorstorhet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det existerar magnetiska laddningar, på motsvarande sätt som det existerar elektrisk laddning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska potentialen, $A$ , är en skalär storhet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska potentialen kan definieras tack vara att rotationen av B-fältet är noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
De magnetostatiska postulaten på punktform och på integralform uttrycker egentligen samma sak.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

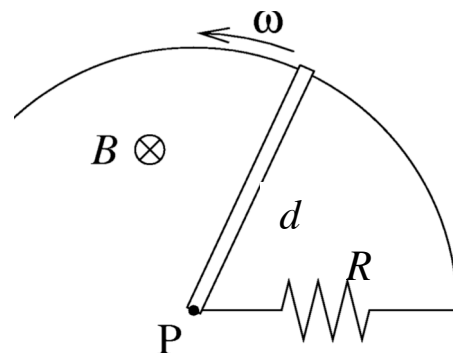
	ja	?	nej
Divergensen av den magnetiska vektorpotentialen är given utifrån Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen från en strömförande tråd cirkulerar runt tråden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska fältet från en strömförande tråd cirkulerar runt tråden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Uttrycket för det magnetiska fältet från en magnetisk dipol gäller på mycket stort avstånd.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Uttrycket för det magnetiska fältet från en magnetisk dipol gäller på mycket litet avstånd.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid beräkning av B-fältet kan Amperes lag alltid användas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Magnetiska monopoler används för att modellera magnetiska material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har stor relativa permeabilitetstal.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Paramagnetiska material har negativa relativa permeabilitetstal.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reluktans för en magnetfältskrets motsvarar ungefär resistans för en elektrisk krets.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets roll i magnetostatiken påminner om E-fältets roll i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I en permanentmagnet vill man ha ferromagnetiskt material med en bred hystereskurva.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En ledande stång med längd  $d$  roterar med vinkelfrekvens  $\omega$  runt en punkt  $P$ . Den andra änden glider i kontakt över en fix cirkulär ledare. (Observera att endast en del av den cirkulära ledaren visas i figuren.) Mellan punkt  $P$  och den cirkulära ledaren sitter också en resistor,  $R$ , enligt bilden. Således formar stången, den cirkulära ledaren och resistorn en sluten slinga. Antag att resistansen hos stången och den cirkulära slingan är försumbar. Stången roterar i ett konstant magnetiskt fält  $B$  som existerar i hela planet och är vinkelrätt mot papperets plan, se figuren. Beräkna storlek och riktning på den inducerade strömmen.



### Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>endast</b> på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>endast</b> på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>endast</b> på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>endast</b> på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Amperes lag modifieras när man går från magnetostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Faradays induktionslag modifieras när man går från magnetostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Gauss lag modifieras när man går från elektrostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lenz lag är ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lenz lag säger att en inducerad spänning motverkar förändringen i det pålagda magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Egeninduktansen försöker motverka flödesändringar i kretsen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I elektromagnetismen är E-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är E-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är B-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är B-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för B-fältets tangentialkomponent förändras då man går från statik till tidsvarierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent förändras då man går från statik till tidsvarierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Den retarderade potentialen uppkommer som en lösning till vågekvationen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den retarderade potentialen beskriver hur ljushastigheten avtar med avståndet från källan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågekvationen för vektorpotentialen $A$ kan härledas från Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen väljer man oftast $\nabla \cdot A$ till samma som i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man får välja $\nabla \cdot A$ som man vill.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen relateras till magnetfältet som $\nabla \cdot B = A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

# 4

## Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En linjärt polariserad, tidsharmonisk plan våg utbreder sig i vakuum i den positiva z-riktningen och har det elektriska fältet  $\mathbf{E}(z, t) = E_0 \sin(kz - \omega t)\hat{\mathbf{x}}$ . Bestäm motsvarande B-fält,  $\mathbf{B}(z, t)$  samt den tillhörande Poyntingvektorn  $\mathbf{P}(z, t)$ . Hur mycket energi passerar ett mot utbredningsriktningen vinkelrätt tvärsnitt med arean  $A$  under tiden  $\Delta t$ ? Antag att  $\Delta t$  är mycket längre än periodtiden hos fältet.

## Förståelsedel (4 poäng)

<b>b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
Kontinuitetsekvationen kan härledas från Maxwells fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Utöver Maxwells fyra postulat är kontinuitetsekvationen nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
En evanescent våg uppfyller vågekvationen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion ger upphov till evanescenta vågor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränsyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då linjärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränsyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då cirkulärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränsyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då elliptiskt polariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Brewstervinkeln definieras både för vågor med polarisering parallellt och vinkelrätt mot infallsplanet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
Poyntings teorem uttrycker energikonservering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan vara tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan definieras med komplexa B- och E-fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn har enheten $W/m^2$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan bara definieras för monokromatiska fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan definieras som tidsmedelvärde eller som momentanvärde.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
Vågimpedansen hos luft är $Z=377\Omega$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen för vatten är högre än för luft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen för järn är högre än för luft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen är alltid ett reellt tal.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen relaterar magnetiskt fält till elektriskt fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen bestäms av konduktiviteten och permittiviteten hos ett material	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### Problemlösningsdel (8 poäng)

Man har konstruerat en centermatad dipolantenn av längd  $2h$ . ( $h \ll \lambda$ ) Amplituden hos den tidsharmoniska strömfördelningen längs antennen kan skrivas som

$$I(z) = I_0 \left( 1 - \frac{|z|}{h} \right)$$

- Ta fram uttrycken för E- och H-fältet i fjärrfältszonen.
- Beräkna antennens strålningsresistans.

### Förståelsedel (4 poäng)

<b>c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>endast</b> på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>endast</b> på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>endast</b> på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>endast</b> på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
En Hertzdipol är <i>mycket kortare</i> än en våglängd.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen i en Hertzdipol kan i varje ögonblick variera längs antennen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen i en Hertzdipol kan vara tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Hertzdipoler kan användas som byggstenar, vars fältbidrag integreras, då man utför beräkningar på andra mer komplexa antenner eller antenssystem.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En kvartsvågsantenn är ekvivalent med en halv vågsantenn över ett ledande plan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen antas vara noll i änden av en kvartsvågsantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
Snells lag gäller endast i gränssytor där permeabiliteten är samma på båda sidorna, dvs $\mu_1 = \mu_2$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells reflektionslag säger att infallsvinkeln är samma som reflektionsvinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Med hjälp av Snells lag kan begreppet totalreflektion förstås.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion uppstår då vågen går från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare medium.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reflektionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är densamma som kvadraten på reflektionskoefficienten för amplituden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Transmissionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är densamma som kvadraten på transmissionskoefficienten för amplituden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
$j\omega$ -metoden för fältberäkningar fungerar bara för harmoniskt varierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i $j\omega$ -metoden till division med $j\omega$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett komplext uttryck på E-fältet kan inte innehålla ett tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att konvertera från komplext till reellt fält multiplicerar man med $e^{j\omega t}$ och tar imaginärdelen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Komplexa fält kan inte användas för att beskriva plana vågor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vektorfält kan uttryckas på komplex form men inte skalära fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

1. Först måste vi bestämma ett uttryck för kapacitansen:

$$\begin{aligned}
 \text{Spänning: } U &= \int_{0,3\mu\text{m}}^{1,8\mu\text{m}} E_1 \cdot dl + \int_{0,3\mu\text{m}}^{0,8\mu\text{m}} E_2 \cdot dl + \int_{0\mu\text{m}}^{0,3\mu\text{m}} E_3 \cdot dl = \\
 &= \int_{0,3\mu\text{m}}^{1,8\mu\text{m}} \frac{D}{\epsilon_1 \epsilon_0} \cdot dl + \int_{0,3\mu\text{m}}^{0,8\mu\text{m}} \frac{D}{\epsilon_2 \epsilon_0} \cdot dl + \int_{0\mu\text{m}}^{0,3\mu\text{m}} \frac{D}{\epsilon_3 \epsilon_0} \cdot dl = \\
 &= \int_{0,3\mu\text{m}}^{1,8\mu\text{m}} \frac{Q}{A \epsilon_1 \epsilon_0} \cdot dl + \int_{0,3\mu\text{m}}^{0,8\mu\text{m}} \frac{Q}{A \epsilon_2 \epsilon_0} \cdot dl + \int_{0\mu\text{m}}^{0,3\mu\text{m}} \frac{Q}{A \epsilon_3 \epsilon_0} \cdot dl = \\
 &= \frac{Q}{A \epsilon_1 \epsilon_0} \cdot 1\mu\text{m} + \frac{Q}{A \epsilon_2 \epsilon_0} \cdot 0,5\mu\text{m} + \frac{Q}{A \epsilon_3 \epsilon_0} \cdot 0,3\mu\text{m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Kapacitans: } C &= \frac{Q}{U} = \frac{1}{\frac{1}{A \epsilon_1 \epsilon_0} 1\mu\text{m} + \frac{1}{A \epsilon_2 \epsilon_0} 0,5\mu\text{m} + \frac{1}{A \epsilon_3 \epsilon_0} 0,3\mu\text{m}} \\
 &= \frac{A \epsilon_0}{\frac{1\mu\text{m}}{5} + \frac{0,5\mu\text{m}}{3} + \frac{0,3\mu\text{m}}{\epsilon_3}} = 8,354 \text{ nF}
 \end{aligned}$$

Bestäm  $\epsilon_3$ :

$$\frac{6 \cdot 10^{-9} \epsilon_0}{8,354 \text{ nF}} = \frac{1\mu\text{m}}{5} + \frac{0,5\mu\text{m}}{3} + \frac{0,3\mu\text{m}}{\epsilon_3} \Rightarrow$$

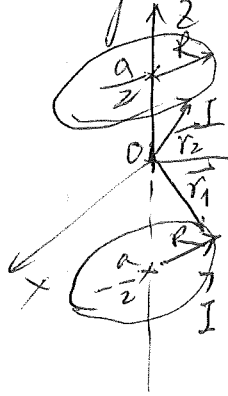
$$\frac{0,3\mu\text{m}}{\epsilon_3} = \frac{6 \cdot 10^{-9} \cdot \epsilon_0}{8,354 \text{ nF}} - \frac{1\mu\text{m}}{5} - \frac{0,5\mu\text{m}}{3} \Rightarrow$$

$$\epsilon_3 = \frac{0,3\mu\text{m}}{\frac{6 \cdot 10^{-9} \epsilon_0}{8,354 \text{ nF}} - \frac{1\mu\text{m}}{5} - \frac{0,5\mu\text{m}}{3}} = 1,11$$

$$\text{Svar } \epsilon_3 = 1,11$$

Solution of Helmholtz dipole:

By Using Cylindrical coordinate system:



$$\vec{r}_1 = (R \cos \varphi, R \sin \varphi, -\frac{a}{2})$$

$$\vec{r}_2 = (R \cos \varphi, R \sin \varphi, \frac{a}{2})$$

$$\vec{r} = (0, 0, z)$$

$$\vec{j} dV = I \cdot d\vec{s}, \quad d\vec{s} = d\varphi (-\sin \varphi, \cos \varphi, 0) ds$$

$$ds = R d\varphi$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}_1) \times (\vec{r} - \vec{r}_1) dV}{|\vec{r} - \vec{r}_1|^3}$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}_2) \times (\vec{r} - \vec{r}_2) dV}{|\vec{r} - \vec{r}_2|^3}$$

$$\vec{r} = r \hat{z}$$

$$d\vec{s}_1 \times (\vec{r} - \vec{r}_1) = -d\vec{s}_1 \times \vec{r}_1$$

$$d\vec{s}_2 \times (\vec{r} - \vec{r}_2) = -d\vec{s}_2 \times \vec{r}_2$$

$$|\vec{r} - \vec{r}_1| = \sqrt{R^2 + (z - \frac{a}{2})^2}$$

$$|\vec{r} - \vec{r}_2| = \sqrt{R^2 + (z + \frac{a}{2})^2}$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\vec{s}_1 \times (\vec{r} - \vec{r}_1)}{(R^2 + (z - \frac{a}{2})^2)^{3/2}} \hat{z} + \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\vec{s}_2 \times (\vec{r} - \vec{r}_2)}{(R^2 + (z + \frac{a}{2})^2)^{3/2}} \hat{z}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{-d\vec{s}_1 \times \vec{r}_1}{(R^2 + (z - \frac{a}{2})^2)^{3/2}} \hat{z} + \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{-d\vec{s}_2 \times \vec{r}_2}{(R^2 + (z + \frac{a}{2})^2)^{3/2}} \hat{z}$$

$$-d\vec{s}_1 \times \vec{r}_1 \quad -d\vec{s}_2 \times \vec{r}_2 = d\vec{s}$$



$$-d\vec{s}_1 \times \vec{r}_1 = \left[ -Rd\varphi \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} R\cos\varphi \\ R\sin\varphi \\ -\frac{a}{2} \end{pmatrix} \right] \hat{z}$$

$$= R^2 d\varphi \hat{z}$$

$$-d\vec{s}_2 \times \vec{r}_2 = \left[ -Rd\varphi \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} R\cos\varphi \\ R\sin\varphi \\ -\frac{a}{2} \end{pmatrix} \right] \hat{z}$$

$$= R^2 d\varphi \hat{z}$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} R^2 \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(R^2 + (z - \frac{a}{2})^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$+ \frac{\mu_0 I}{4\pi} R^2 \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(R^2 + (z + \frac{a}{2})^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} R^2 2\pi \left[ (R^2 + (z - \frac{a}{2})^2)^{-\frac{3}{2}} + (R^2 + (z + \frac{a}{2})^2)^{-\frac{3}{2}} \right]$$

$$b) \frac{\partial B_z(z)}{\partial z} =$$

$$\left( -\frac{3}{2} \right) \left\{ \left[ R^2 + (z - \frac{a}{2})^2 \right]^{-\frac{5}{2}} \left( 2(z - \frac{a}{2}) \right) + \left[ R^2 + (z + \frac{a}{2})^2 \right]^{-\frac{5}{2}} \left( 2(z + \frac{a}{2}) \right) \right\}$$

$$= -3 \left( z - \frac{a}{2} \right) \left[ R^2 + (z - \frac{a}{2})^2 \right]^{-\frac{5}{2}} - 3 \left( z + \frac{a}{2} \right) \left[ R^2 + (z + \frac{a}{2})^2 \right]^{-\frac{5}{2}}$$

$$\frac{\partial^2 B_z(z)}{\partial z^2} = \frac{15 \left( z - \frac{a}{2} \right)^2 - 3 \left[ R^2 + (z - \frac{a}{2})^2 \right]}{\left[ R^2 + (z - \frac{a}{2})^2 \right]^{\frac{7}{2}}}$$

$$+ \frac{15 \left( z + \frac{a}{2} \right)^2 - 3 \left[ R^2 + (z + \frac{a}{2})^2 \right]}{\left[ R^2 + (z + \frac{a}{2})^2 \right]^{\frac{7}{2}}}$$

$$\frac{\partial^2 B_z(z)}{\partial z^2} \Big|_{z=0} = \frac{15\frac{a^2}{4} - 3\left[R^2 + \frac{a^2}{4}\right]}{\left[R^2 + \frac{a^2}{4}\right]^{\frac{7}{2}}} + \frac{15\frac{a^2}{4} - 3\left[R^2 + \frac{a^2}{4}\right]}{\left[R^2 + \frac{a^2}{4}\right]^{\frac{7}{2}}}$$

$$B_z(z) = B(0) + \frac{\partial B}{\partial z} \Big|_{z=0} z + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} \Big|_{z=0} z^2$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} R^2 2\pi \left[ \left(R^2 + \frac{a^2}{4}\right)^{-\frac{3}{2}} + \left(R^2 + \frac{a^2}{4}\right)^{-\frac{3}{2}} \right]$$

$$= \mu_0 I R^2 \left(R^2 + \frac{a^2}{4}\right)^{-\frac{3}{2}} - \frac{\mu_0 I R^2}{2} \cdot \frac{3(R^2 - a^2)}{\left[R^2 + \frac{a^2}{4}\right]^{\frac{7}{2}}} z^2$$

③

Låt vinkeln  $\theta$  beteckna vinkeln mellan resistorbrädet och den roterande staven.

Arean hos det inre slutna området blir då  $A = \pi D^2 \frac{\theta}{2\pi} = \frac{D^2 \theta}{2}$

Det magnetiska flödet genom ytan blir då  $\Phi_B = \frac{1}{2} B D^2 \theta$

Beloppet hos den inducerade spänningen

$$|\mathcal{E}| = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{1}{2} B D^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} B D^2 \omega$$

$$\text{Inducerad ström: } I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{B D^2 \omega}{2R}$$

Enligt Lenz lag kommer strömmen flyta motsols. På detta sätt motverkas flödesändringen då den roterande staven rör sig.

$$4 \quad \mathbb{E}(z,t) = E_0 \sin(kz - \omega t) \hat{x}$$

H-fältet fås nu från Faradays lag

$$-\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \mathbb{H}(z,t) = \nabla \times \mathbb{E}(z,t) = \hat{y} E_0 \frac{\partial}{\partial z} \sin(kz - \omega t) = \hat{y} k E_0 \cos(kz - \omega t)$$

Detta ger  $\mathbb{H}(z,t) = \hat{y} \frac{k E_0}{\mu_0 \omega} \sin(kz - \omega t)$

$$\mathbb{B}(z,t) = \hat{y} \frac{k E_0}{\omega} \sin(kz - \omega t)$$

Poyntingvektorn fås nu som

$$\mathbb{S}(z,t) = \mathbb{E}(z,t) \times \mathbb{H}(z,t) = \hat{x} \times \hat{y} \frac{E_0^2 k}{\mu_0 \omega} \sin^2(kz - \omega t)$$

$$\left\{ k = \frac{\omega}{c}, c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \Rightarrow \frac{k}{\mu_0 \omega} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \right\} = \hat{z} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 \sin^2(kz - \omega t) =$$

$$= \hat{z} \frac{E_0^2}{Z_0} \sin^2(kz - \omega t)$$

Tidsmedelvärdet av  $\sin^2(\omega t - kx)$  är  $\frac{1}{2}$

Då fås energin:

$$\text{Energin} = \frac{E_0^2}{Z_0} \cdot \frac{1}{2} \cdot A \cdot \Delta t$$

## 5 RADIATORS II

CONSIDER A CENTER-FED DIPOLE ANTENNA OF LENGTH  $2h$  ( $h \ll \lambda$ )  
 THE AMPLITUDE OF THE TIME HARMONIC CURRENT DISTRIBUTION IS:

$$I(z) = I_0 \left(1 - \frac{|z|}{h}\right)$$

CALCULATE THE EXPRESSIONS OF E, H FIELD IN FAR FIELD ZONE  
 CALCULATE THE ANTENNA RADIATION RESISTANCE

From the far field of a elementary current  $I dz$ , and integrating among  $R' \approx R$

$$dE_{\theta} = \gamma_0 dH_{\phi} = j \frac{I dz}{4\pi R'} \frac{e^{-j\beta R'}}{R'} \gamma_0 \beta \sin \theta$$

$$E_{\theta} = \gamma_0 H_{\phi} = j \frac{I \beta \sin \theta}{4\pi R} e^{-j\beta R} \int_{-h}^h \left(1 - \frac{|z|}{h}\right) e^{j\beta z \cos \theta} dz = \frac{j I \beta \sin \theta}{4\pi R} \left[ \int_{-h}^h \left(1 - \frac{|z|}{h}\right) e^{j\beta z \cos \theta} dz \right]$$

$$\Rightarrow j \frac{I_0 \gamma_0 \beta \sin \theta}{2\pi R} e^{-j\beta R} \int_{-h}^h \left(1 - \frac{|z|}{h}\right) \cos(\beta z \cos \theta) dz$$

$$= j \frac{I_0 \gamma_0 \beta \sin \theta}{2\pi R} e^{-j\beta R} \frac{1 - \cos(\beta h \cos \theta)}{h \beta^2 \cos^2 \theta} = j \frac{I_0 \gamma_0 \sin \theta}{2\pi R h \beta \cos^2 \theta} e^{-j\beta R} (1 - \cos(\beta h \cos \theta))$$

→ (power)  $P_{av} = \frac{1}{2} E_{\theta} H_{\phi}^* = \frac{I_0^2 \gamma_0}{2^2 \pi^2 h^2 \beta^2 R^2} \left( \frac{\sin \theta (1 - \cos(\beta h \cos \theta))}{\cos^2 \theta} \right)^2$

$$P_r = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} P_{av}(\theta) R^2 \sin \theta d\theta d\phi = \frac{I_0^2 \gamma_0}{4\pi h^2 \beta^2} \int_0^{\pi} \left( \frac{\sin \theta (1 - \cos(\beta h \cos \theta))}{\cos^2 \theta} \right)^2 \sin \theta d\theta$$

$$R_r = \frac{2P_r}{I_0^2} = \frac{\gamma_0}{2\pi h^2 \beta^2} \int_0^{\pi} \left( \frac{\sin \theta (1 - \cos(\beta h \cos \theta))}{\cos^2 \theta} \right)^2 \sin \theta d\theta$$