

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.

EEF031 2013-12-19 kl. 14.00-18.00

Tillåtna hjälpmedel:	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori. Valfri kalkylator där minnet måste raderas innan tentamensstart. Inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar:	Pegah Takook, Tel. 0736-872396
Examinator:	Andreas Fhager
Lösningar:	Anslås på kursens hemsida
Resultatet:	anslås i LADOK
Granskning:	Skер på plats och tid enligt resultatlistan
Kom ihåg	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

OBS!

Resultat från **årets** dugga får tillgodoräknas på elektrostatik- (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningssdelen räknas separat. Bonuspoäng från **årets** omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) 'Ja', 'Vet ej' och 'Nej'.

Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2 poäng. 'Vet ej' är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1poäng även med ett 'Vet ej' svar.

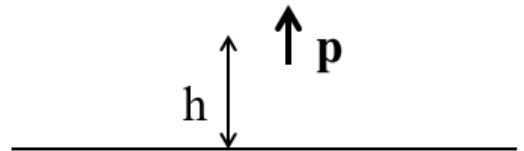
Anonym kod:

(Var vänlig ange den email-adress som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

1 (Elektrostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En vertikal elektrisk dipol, med dipolmoment \mathbf{p} är placerad på höjden h över ett stort, mycket gott ledande jordplan. Beräkna ytladdningstätheten i en punkt precis under dipolen.



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En elektrisk potential kan definieras tack vare att E-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska potentialen har enheten V/m^2 .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska potentialen kan definieras som $E = -\nabla V$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska potentialen kan definieras som $E = \nabla V$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från laddningarna avtar alltid den elektriska potentialen som $1/R^2$ från två punktladdningar som ligger nära varandra.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektrostatiska potentialen är en skalär storhet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Fältet utanför en oladdad ihålig metallsfär med en punktladdning i håligheten beror på punktladdningens placering i håligheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fältet utanför en laddad ihålig metallsfär är samma som det från en ensam punktladdning placerad i platsen för centrum på sfären.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lösning av Laplaces ekvation ger upphov till retarderade potentialer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Källan till förskjutningsfältet är laddningstätheten hos de fria laddningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dielektriska egenskaper modelleras med elektriska monopoler.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kirchoffs strömlag bygger på laddningskonservering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

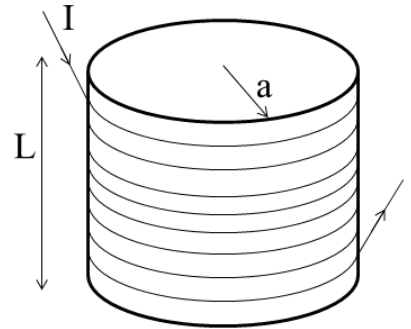
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Poissons ekvation kan härledas direkt från postulaten i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingmetoden tillsammans med entydighetssatsen gör att Poissons ekvation alltid kan lösas med hjälp av spegling.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingmetoden kan användas vid godtycklig geometri.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingmetoden är kan endast användas för att spegla i ledande ytor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Coulombs lag uttrycker hur stor kraften är mellan laddningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ohms lag är ett av postulaten i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2 (Magnetostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En tät lindad spole med N lindningsvarv, radie a och längden $L = 2a$ leder strömmen I . Beräkna B-fältet på spolens centrumaxel.



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Man kan välja rotationen av den magnetiska vektorpotentialen fritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen är entydigt bestämd utifrån Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Magnetiska dipolmoment används för att modellera magnetiska materialegenskaper.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Uttrycket för det magnetiska fältet från en magnetisk dipol gäller på mycket stort avstånd.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen från en magnetisk dipol avtar som $1/R^2$ på stort avstånd från dipolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fältet från en magnetisk dipol avtar som $1/R^3$ på stort avstånd från dipolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Lorentzkraften beror både på B- och E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar i rörelse som <i>endast</i> utsätts för ett B-fält <i>kan</i> påverkas av en kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar som rör sig <i>parallellt</i> med B-fältslinjerna utsätts för en kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar i rörelse som <i>endast</i> utsätts för ett E-fält påverkas av en kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar i <i>vila</i> som <i>endast</i> utsätts för ett B-fält <i>kan</i> påverkas av en kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I ett koordinatsystem som följer med en laddning som rör sig vinkelrätt mot B-fältslinjerna kommer $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ att bli noll och därmed påverkas inte laddningen av någon kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

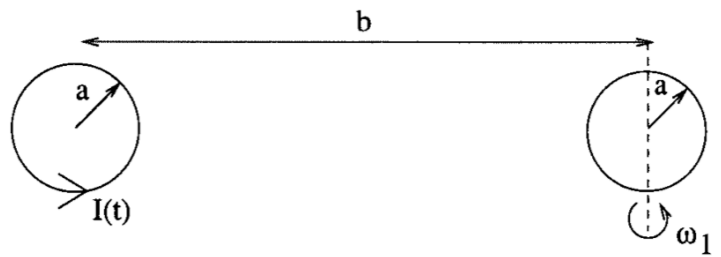
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Kontinuitetsekvationen för stationär ström följer om man tar divergensen av Amperes lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ om vi har tidsvarierande laddningsfördelningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ kan Kirchoffs strömlag härledas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ kan Kirchoffs spänningslag härledas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ är en konsekvens av att laddningen är bevarad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömtäthetsfältet har enheten A/m^3 .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) Två cirkulära slingor ligger enligt figuren. I den ena slingan, som ligger still går en ström, $I=I_0\sin\omega_0 t$. Den andra slingan har resistansen R och roterar runt (den streckade) axeln enligt figuren med vinkelhastigheten ω_1 . Beräkna den inducerade strömmen i den roterande slingan. Antag att slingornas radie är mycket mindre än avståndet mellan dem, dvs $a \ll b$. Antag att självinduktansen i den roterande slingan kan försummas och att våglängden är mycket större än b .



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Gauss lag modifieras när man går från elektrostatik till elektrodynamik.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kontinuitetsekvationen innehåller samma nollskilda termer i statiken som i dynamiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Faradays induktionslag uttrycker att ett elektriskt fält kan genereras utan laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lentz lag följer av Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lentz lag säger att en inducerad spänning motverkar förändringen i det pålagda magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan inducera spänning i en ledare trots att $-dB/dt$ termen i Faradays lag är noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Den skalära potentialen beskriver elektriska fält som härrör sig från laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den skalära potentialen kan även beskriva elektriska fält som härrör sig från induktion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En spoles självinduktans beror på hur stor strömmen är i spolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det länkade flödet används då man beräknar den ömsesidiga induktansen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska flödet genom en slinga kan tecknas i termer av den magnetiska vektorpotentialen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska flödet genom en slinga kan tecknas i termer av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

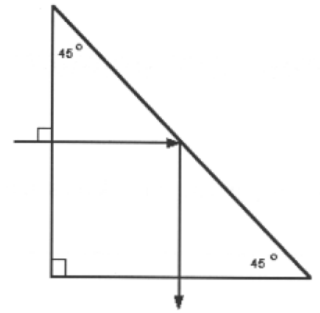
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Grupphastigheten och fashastigheten är aldrig lika stora.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en plan våg i vakuum är fashastigheten och grupphastigheten olika.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om grupp- och fashastighet är lika stora är mediet dispersivt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en plan våg i ett förlustfritt material ($\sigma=0$) med $\epsilon > 0$ och $\mu > 0$, (permittiviteten och permeabiliteten varierar inte med frekvensen) är fashastigheten och grupphastigheten olika.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Våglängden för en plan våg är frekvensoberoende om grupphastigheten skiljer sig från fashastigheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg kännetecknas av att fälten varierar vinkelrätt mot utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4

Problemlösningsdel (8 poäng)

En ljusstråle med våglängden 450 nm sänds in mot ett prisma enligt figuren och totalreflekteras 90 grader. Prisma har brytningsindex $n=1,6$. Antag att E-fältet är polariserat vinkelrätt mot infallsplanet.



- Beräkna avståndet från långsidan till den punkt där E-fältet minskat med $1/e$ jämfört med precis vid ytan. (6 poäng)
- Hur mycket kan man sänka brytningsindex i prisma för att totalreflektionen fortfarande ska ske vid de givna vinklarna. (2 poäng)

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Lösningen i uppgift a ovan förändras om E-fältet är polariserat parallellt mot infallsplanet.

ja ? nej

Lösningen i uppgift b ovan förändras om E-fältet är polariserat parallellt mot infallsplanet.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **bland annat** på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **bland annat** på att E-fältet är rotationsfritt.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **bland annat** på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **bland annat** på att B-fältet är källfritt.

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

Om gruppshastigheten är lika med fashastigheten är materialet dispersionsfritt.

Vakuum är dispersionsfritt, dvs fashastigheten = gruppshastigheten.

Ett medium är dispersivt om β är direkt proportionell mot ω .

Vågimpedansen är förhållandet mellan amplituderna hos E- och H-fältet hos en plan våg.

Vågimpedansen för vakuum är 373 ohm.

Ferromagnetiska material har högre vågimpedans än paramagnetiska material.

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

Elektromagnetisk fält som inte uppfyller vågekvationen kan existera.

En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då linjärpolariserad.

En linjärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen kan då bli noll.

En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då elliptiskt polariserad.

Totalreflektion ger upphov till evanescenta vågor.

Evanescenta vågor uppfyller inte vågekvationen.

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

Poyntings teorem uttrycker energikonservering.

Poyntingvektorn kan vara tidsberoende.

Poyntingvektorn kan definieras i termer av de komplexa B- och E-fälten.

Poyntingvektorn har enheten W/m^3 .

Poyntingvektorn kan bara definieras för godtyckligt fält.

Poyntingvektorn kan definieras som tidsmedelvärde eller som momentanvärde.

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En antenn strålar med intensitetsfördelningen (given i sfäriska koordinater) $P = P_0 \cos^4(\theta) \sin^2(\phi)$ för $0 \leq \theta \leq \pi/2$ och $0 \leq \phi \leq 2\pi$, dvs i den övre halvrymden. I den undre halvrymden, dvs för $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ och $0 \leq \phi \leq 2\pi$ utstrålas ingen effekt, dvs $P = 0$. Beräkna antennförstärkning och direktivitet.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En halv vågsdipol har ett isotropt strålningsdiagram, dvs den strålar lika mycket effekt i alla riktningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En bra sändarantenn bör ha så stor strålningsresistans som möjligt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Antennen i en GPS mottagare bör ha så liten direktivitet som möjligt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En parabolantenn som används för att se satellit-TV är ett exempel på en antenn med mycket hög direktivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan använda två halv vågsdipoler monterade bredvid varandra för att öka direktiviteten hos sin antennenordning jämfört med om man bara använder en enda halv vågsdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Uttrycket för fjärr-fältet från en halv vågsdipolantenn som vi sett i kursen är exakt, dvs det krävs inga approximationer för att härleda uttrycket.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

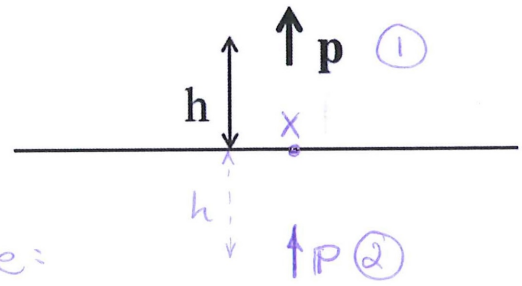
	ja	?	nej
En Hertzdipol är en halv våglängd lång.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen i antennen längs en Hertzdipol kan i varje ögonblick antas vara konstant längs med antennen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen i en Hertzdipol kan antas vara konstant i tiden, dvs den är en likström.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen ökar med längden i kubik för en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En kvartsvågsantenn är ekvivalent med en halv vågsantenn över ett ledande plan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen antas vara noll i änden av en kvartsvågsantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

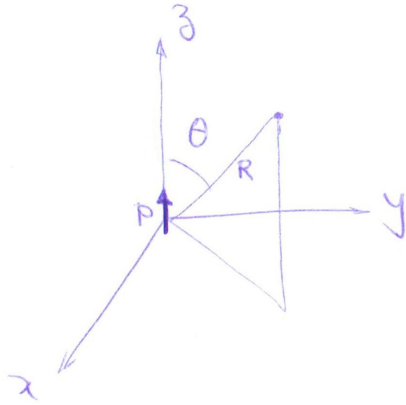
	ja	?	nej
Den retarderade potentialen kommer från lösning av Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den retarderade potentialen beskriver hur ljushastigheten avtar med avståndet från källan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågekvationen för vektorpotentialen \mathbf{A} kan härledas från Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen väljer man oftast $\nabla \cdot \mathbf{A}$ till samma som i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man får välja $\nabla \cdot \mathbf{A}$ som man vill.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen relateras till magnetfältet som $\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{A}$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

1- Electrostatics

A vertical electric dipole with dipole moment " \mathbf{p} " is located at height " h " above an infinite ground plane. Find the surface charge density on the ground plane at a point just below the dipole.



For a vertical dipole at origin, we have:



$$\mathbf{E} = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 R^3} (\hat{R} 2\cos\theta + \hat{\theta} \sin\theta)$$

Use a mirror dipole.

for dipole (1) at point X :

$$\begin{cases} R = h & \text{distance to dipole} \\ \theta = \pi \\ \hat{R} = -\hat{z} \end{cases}$$

$$\rightarrow \mathbf{E}_1 = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 h^3} (-\hat{z}(-2) + 0) = \hat{z} \frac{P}{2\pi\epsilon_0 h^3}$$

for dipole (2) at point X :

$$\begin{cases} R = h \\ \theta = 0 \\ \hat{R} = \hat{z} \end{cases}$$

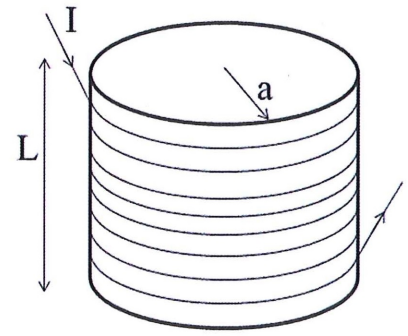
$$\rightarrow \mathbf{E}_2 = \frac{P}{4\pi\epsilon_0 h^3} (\hat{z}(2) + 0) = \hat{z} \frac{P}{2\pi\epsilon_0 h^3} = \mathbf{E}_1$$

$$\mathbf{E}_{\text{total}} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = \hat{z} \frac{P}{\pi\epsilon_0 h^3}$$

$$\rho_s = \epsilon_0 E_n = \epsilon_0 E_z = \epsilon_0 \frac{P}{\pi\epsilon_0 h^3} = \frac{P}{\pi h^3}$$

2- Magnetostatics

Assume a tightly wound cylindrical solenoid with radius "a", length "L=2a" and "N" turns. A current "I" is flowing through the conductor. Find the magnetic flux density on the axis of the cylinder.



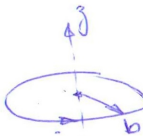
Assume a surface current density:

$$J_s = \frac{NI}{L}$$

Now the problem can be considered as a series of current rings, where current on each ring is

$$i = J_s dz_1 = \frac{NI}{L} dz_1$$

B on the axis of a current ring is given as

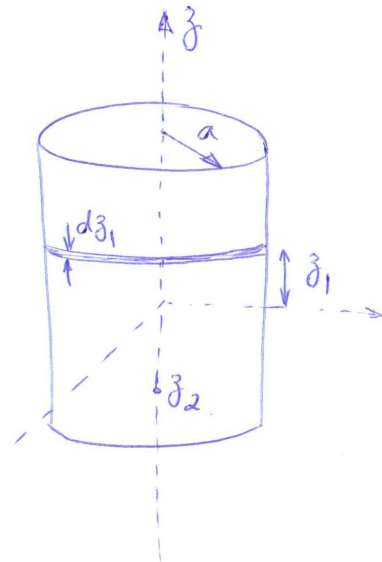
$$B = \frac{\mu_0 i b^2}{2(z^2 + b^2)^{3/2}}$$


So in this problem B of each ring at a point z_2 on the axis is

$$dB = \frac{\mu_0 \frac{NI}{L} dz_1 a^2}{2((z_1 - z_2)^2 + a^2)^{3/2}}$$

then

$$B(z_2) = \int_{z_1 = -L/2}^{L/2} dB = \frac{\mu_0 NI a^2}{2L} \int_{z_1 = -L/2}^{L/2} \frac{dz_1}{((z_1 - z_2)^2 + a^2)^{3/2}}$$



$$= \frac{\mu_0 NI a^2}{2L} \left[\frac{z_1 - z_2}{a^2 \sqrt{(z_1 - z_2)^2 + a^2}} \right]_{z_1 = -L/2}^{L/2}$$

$$= \frac{\mu_0 NI}{2L} \left(\frac{L/2 - z_2}{\sqrt{(L/2 - z_2)^2 + a^2}} - \frac{-L/2 - z_2}{\sqrt{(-L/2 - z_2)^2 + a^2}} \right)$$

$$L = 2a \rightarrow B = \frac{\mu_0 NI}{4a} \left(\frac{z_2 + a}{\sqrt{(z_2 + a)^2 + a^2}} - \frac{z_2 - a}{\sqrt{(z_2 - a)^2 + a^2}} \right)$$

B-fältet från en magnetisk dipol:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 m}{4\pi R^3} (\hat{r} 2\cos\theta + \hat{\theta} \sin\theta)$$

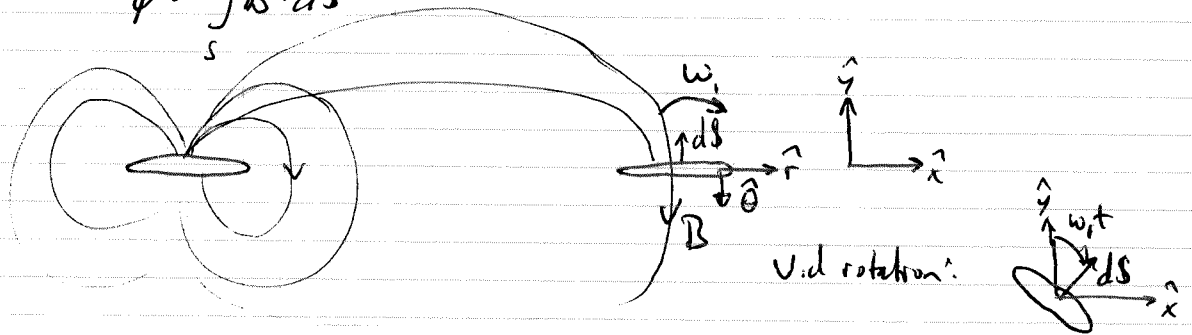
Här har vi $m = I_0 \sin\omega_0 t \cdot \pi a^2$

Fältet från den vänstra slingan på den högra ($\theta = 90^\circ$)

$$\mathbf{B} \approx \frac{\mu_0 \pi a^2 I_0 \sin\omega_0 t}{4\pi b^3} \hat{\theta}$$

Antag att B-fältet är konstant i hela den högra slingan.
Då ligger flödet ϕ i slingan.

$$\phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$



$$d\mathbf{S} = (\hat{x} \sin\omega_0 t + \hat{y} \cos\omega_0 t) dS$$

$$\phi = - \int_S \frac{\mu_0 \pi a^2 I_0 \sin\omega_0 t}{4\pi b^3} \hat{y} \cdot \hat{y} \cos\omega_0 t dS$$

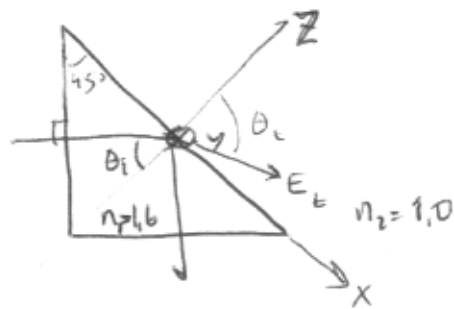
$$\approx - \frac{\mu_0 a^2 I_0 \sin\omega_0 t \cos\omega_0 t}{4b^3} \pi a^2 = - \frac{\mu_0 \pi a^4 I_0 \sin\omega_0 t \cos\omega_0 t}{4b^3}$$

Inducerad spänning $V = - \frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 \pi a^4 I_0}{4b^3} (\omega_0 \cos\omega_0 t \cos\omega_0 t - \omega_0 \sin\omega_0 t \sin\omega_0 t)$

Den inducerade strömmen blir

$$I = \frac{V}{R} = \frac{\mu_0 \pi a^4 I_0}{4b^3 R} (\omega_0 \cos\omega_0 t \cos\omega_0 t - \omega_0 \sin\omega_0 t \sin\omega_0 t)$$

4



$$\lambda = 450,0 \text{ nm}$$

Den genom längsidan transmitterade vågen kan skrivas om polarisationen är vinkelrät mot infallsplanet

$$E_t(x, z) = \hat{y} E_{t0} e^{-j\beta_2(x \sin \theta_t + z \cos \theta_t)} \quad \text{där } \beta_2 = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Snells lag ger vinkeln θ_t : $\frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} = \frac{n_1}{n_2}$

Vid totalreflektion är $\theta_t \geq 90^\circ$

Uttrycken för $\sin \theta_t$ och $\cos \theta_t$ gäller fortfarande varför vi får

$$\sin \theta_t = \sin \theta_i \frac{n_1}{n_2} = \{ \theta_i = 45^\circ, n_1 = 1,6, n_2 = 1 \} = \frac{1,6}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \theta_t = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_i \frac{n_1^2}{n_2^2}} = \pm j \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \theta_i - 1}$$

Då kan vi skriva den transmitterade vågen som

$$E_t = \hat{y} E_{t0} e^{-j\beta_2 x \sin \theta_i \frac{n_1}{n_2}} e^{(+/-) \beta_2 z \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \theta_i - 1}} \quad \left(\begin{array}{l} \text{slänger } +\text{-tecknet då} \\ \text{vi } e_j \text{ har en exp. växande} \\ \text{lösningar} \end{array} \right)$$

Villkor för att amplituden ska minska med $1/e$

$$\frac{E_t(z=0)}{E_t(z)} = \frac{e}{1} \Rightarrow \frac{1}{e^{-\beta_2 z \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \theta_i - 1}}} = e \Rightarrow 1 = \beta_2 z \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \theta_i - 1}$$

$$\Rightarrow z = \frac{1}{\beta_2 \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \theta_i - 1}} = 0,135 \mu\text{m}$$

Vid parallell polarisation blir det ingen skillnad

Brytningsindex n_1 kan minskas till följande värde för totalrefl. enl. Snells lag:

$$n_1 = \frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} \cdot n_2 = \frac{\sin 90^\circ}{\sin 45^\circ} \cdot 1 = 1,41$$

5. Utstrålad effekt:

$$P_{\text{utstrålad}} = \iint R^2 \cdot P(R, \phi, \theta) \cdot d\Omega \quad d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

$$= \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\phi=0}^{2\pi} R^2 \cdot P_0 \cos^4\theta \sin^2\phi \sin\theta \, d\theta \, d\phi =$$

$$= R^2 P_0 \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \cos^4\theta \sin\theta \, d\theta \int_{\phi=0}^{2\pi} \sin^2\phi \, d\phi$$

$$\left. \begin{array}{l} u = \cos\theta \\ du = -\sin\theta \, d\theta \end{array} \right| \begin{array}{c|c|c} \theta & 0 & \frac{\pi}{2} \\ \hline u & 1 & 0 \end{array}$$

$$= R^2 P_0 \int_0^1 u^4 \, du \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos 2\phi}{2} \, d\phi =$$

$$= R^2 P_0 \cdot \left[\frac{u^5}{5} \right]_0^1 \cdot \left(\frac{2\pi}{2} - \int_0^{2\pi} \frac{\cos 2\phi}{2} \, d\phi \right) =$$

$$= \underline{\underline{\frac{\pi R^2}{5} P_0}}$$

Antennförstärkning:

$$G_D(\theta, \phi) = \frac{P(R, \theta, \phi) \cdot 4\pi R^2}{P_{\text{utstrålad}}} = \frac{P_0 \cos^4\theta \sin^2\phi \cdot 4\pi R^2}{\frac{\pi R^2}{5} P_0} =$$

$$= 20 \cos^4\theta \sin^2\phi$$

Direktivitet:

$$D = G_D \text{ max} = 20 \quad \left(\theta = 0, \phi = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right)$$