

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.
EEF031 2013-08-23 kl. 14.00-18.00

Tillåtna hjälpmedel:	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar:	Aidin Razavi, 073-913 85 19, 031-772 4831
Lösningar:	anslås på kursens hemsida
Resultatet:	anslås via LADOK
Granskning:	Sker på plats och tid enligt resultatlistan
Kom ihåg	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

OBS!

Resultat från **årets** dugga får tillgodoräknas på elektrostatik- (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningssdelen räknas separat. Bonuspoäng från **årets** omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) 'Ja', 'Vet ej' och 'Nej'.

Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. 'Vet ej' är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1 poäng även med ett 'Vet ej' svar.

Anonym kod:

(Var vänlig ange den email-adress som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

1 (Elektrostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En telefonledning sitter upphängd på stolpar 6 m över marken. Beräkna ledningens kapacitans per meter. Hur definierar vi lämpligen kapacitansen för en ensam ledare? För beräkningarna kan vi anta att ledningen är mycket lång och att den har diametern 1 mm.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En elektrisk potential kan definieras tack vare att E-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska potentialen har enheten V/m ² .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska potentialen kan definieras som $E = -\nabla V$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska potentialen kan definieras som $E = \nabla V$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från laddningarna avtar alltid den elektriska potentialen som 1/R ² från två punktladdningar som ligger nära varandra.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektrostatiska potentialen är en skalär storhet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
P-fältet spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som H-fältet i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D-fältet spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som B-fältet i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Potentialen V spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som A-fältet i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Källan till förskjutningsfältet, D , är polarisationsladdningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dielektriska egenskaper modelleras med elektriska dipoler.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Summan av alla polarisationsladdningar och ytpolarisationsladdningar i ett oladdat objekt kan vara skild från noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

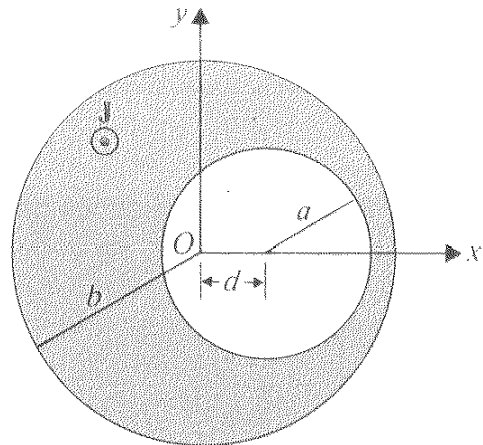
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I elektrostatiken är E-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är E-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är D-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är D-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent härleds utifrån att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets normalkomponent härleds utifrån att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2 (Magnetostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) I en mycket lång rak cylinder är ett cylindriskt hål utskuret. Centrum på det urskurna hålet är förskjutet avståndet d från centrum av den större cylindern, se figuren. Antag vidare att en strömtäthet är jämt fördelad i denna ledare. Beteckna den axiella strömtätheten som $J_0 \hat{z}$, beräkna storlek och riktning på B-fältet i det cylindriska hålet. Man kan anta att förskjutningen d och radierna på cylindrarna är sådana att den urskurna cylindern är helt omsluten av den större cylindriska ledaren, dvs $d+a < b$.



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs endast ett av Maxwells postulat.

ja ? nej

För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs endast två av Maxwells postulat.

Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på Gauss lag.

Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att B-fältet är källfritt.

Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att E-fältet är källfritt.

Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Kontinuitetsekvationen för stationär ström följer om man tar divergensen av Amperes lag.

ja ? nej

$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ om vi har tidsvarierande laddningsfördelningar.

Från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ kan Kirchoffs strömlag härledas.

Från $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ kan Kirchoffs spänningslag härledas.

$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ är en konsekvens av att laddningen är bevarad.

Strömtäthetsfältet har enheten A/m^3 .

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

Den magnetiska vektorpotentialen kan definieras tack vare att B-fältet är källfritt.

Den magnetiska vektorpotentialen utanför en strömförande tråd cirkulerar runt tråden.

$\text{Div}(\mathbf{J})=0$ är en konsekvens av att vi betraktar likströmmar.

Metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna den magnetiska kraften kan göras utan att hålla varken flöde eller ström konstant under den tänkta förflyttningen.

Om man håller strömmen konstant blir kraften större än om man håller flödet konstant eftersom batteriet i det fallet levererar energi till systemet för att hålla strömmen konstant.

Om vi håller det magnetiska flödet konstant ska vi ha ett minustecken framför derivatan av energin.

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

Lorentzkraften beror både på B- och E-fältet.

Laddningar i rörelse som *endast* utsätts för ett B-fält *kan* påverkas av en kraft.

Laddningar som rör sig *parallellt* med B-fältslinjerna utsätts för en kraft.

Laddningar i rörelse som *endast* utsätts för ett E-fält påverkas av en kraft.

Laddningar i *vila* som *endast* utsätts för ett B-fält *kan* påverkas av en kraft.

I ett koordinatsystem som följer med en laddning som rör sig vinkelrätt mot B-fältslinjerna kommer $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ att bli noll och därmed påverkas inte laddningen av någon kraft.

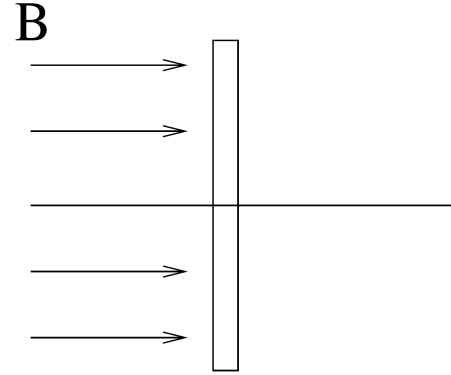
3

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En tunn cirkulär metallskiva ligger med sin rotationssymmetriaxel längs ett i rummet konstant magnetfält som varierar sinusformigt i tiden. Använd formeln $V_{ind} = -\frac{d\phi}{dt}$ för att beräkna den inducerade virvelströmtätheten $J(r,t)$ under antagandet att magnetfältet från de inducerade strömmarna kan försummas. (4 poäng)

b) Beräkna det magnetfält som dessa virvelströmmar ger upphov till i skivans centrum. (2 poäng)

c) Visa när antagandet att de inducerade virvelströmmarna kan försummas är rimligt och diskutera, utan att räkna i detalj, hur man generaliserar lösningen på problemet genom att ta med virvelströmmarna i beräkningen. (2 poäng)



Förståelsedel (4 poäng)

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I elektromagnetismen är E-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är E-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är H-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är B-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är J-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är J-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Om grupphastigheten är lika med fashastigheten är materialet dispersionsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vakuüm är dispersionsfritt, dvs fashastigheten = grupphastigheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett medium är dispersivt om β är direkt proportionell mot ω .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen är förhållandet mellan amplituderna hos E- och H-fältet hos en plan våg.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågimpedansen för vakuüm är 373 ohm.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ferromagnetiska material har högre vågimpedans än paramagnetiska material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Den skalära potentialen beskriver elektriska fält som härrör sig från laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den skalära potentialen kan även beskriva elektriska fält som härrör sig från induktion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En spoles självinduktans beror på hur stor strömmen är i spolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det länkade flödet används då man beräknar den ömsesidiga induktansen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska flödet genom en slinga kan tecknas i termer av den magnetiska vektorpotentialen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Divergensen av den magnetiska vektorpotentialen kan väljas fritt vid induktionsproblem.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

En sinusformad plan våg med det komplexa E-fältet

$$\vec{E} = \hat{y}10e^{-j(5x-5z)} \text{ V/m}$$

propagerar i luft in mot ett perfekt ledande plan beläget vid $z=0$.

- a) Vad är frekvensen och propagationsriktningen hos vågen. (2 poäng)
 b) Beräkna E- och H-fälten för den reflekterade vågen. (4 poäng)
 c) Bestäm den inducerade strömtätheten på det ledande planet. (2 poäng)

Förståelsedel (4 poäng)**b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

Elektromagnetisk fältteori tillhör den klassiska fysiken.

ja ? nej

Utöver Maxwells fyra postulat är kontinuitetsekvationen nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att E-fältet är källfritt.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att B-fältet är källfritt.

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Den retarderade potentialen kommer från lösning av vågekvationen.

ja ? nej

Den retarderade potentialen beskriver hur ljushastigheten avtar med avståndet från källan.

Vågekvationen för vektorpotentialen \mathbf{A} kan härledas från Maxwells ekvationer.

I elektromagnetismen väljer man oftast $\nabla \cdot \mathbf{A}$ till samma som i magnetostatiken.

Man får välja $\nabla \cdot \mathbf{A}$ som man vill.

Den magnetiska vektorpotentialen relateras till magnetfältet som $\nabla \cdot \mathbf{B} = \mathbf{A}$.

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Poyntings teorem uttrycker energikonservering.

ja ? nej

Poyntingvektorn kan vara tidsberoende.

Poyntingvektorn kan definieras med komplexa B- och E-fält.

Poyntingvektorn har enheten W/m^2 .

Poyntingvektorn kan bara definieras för monokromatiska fält.

Poyntingvektorn kan definieras som tidsmedelvärde eller som momentanvärde.

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Ljushastigheten i ett medium bestäms endast av permeabiliteten och permittiviteten.

ja ? nej

Ljushastigheten beror på konduktiviteten.

En plan våg har ingen fältkomponent i utbredningsriktningen.

En plan våg kännetecknas av att fälten varierar vinkelrätt mot utbredningsriktningen.

För plana vågor är fälten konstanta vinkelrätt mot utbredningsriktningen.

Vågimpedansen bestäms av konduktiviteten och permittiviteten hos ett material

5

Problemlösningssdel (8 poäng)

En Hertzdipol med dipolmomentet $\mathbf{p} = \hat{z}p_0 \sin(\omega t)$ befinner sig i punkten $(x,y,z)=(0,0,a)$ över ett stort ledande plan. Det ledande planets yta ges av ekvationen $z=0$. Bestäm ytladdningstätheten ρ_s i metallplanet.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En Hertzdipol är en våglängd lång.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen varierar längs en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Direktiviteten för en Hertzdipol är 1,5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen hos en Hertzdipol är oberoende av våglängden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En halv vågdipol har samma direktivitet som en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Antennförstärkningen är riktighetsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En monokromatisk våg innehåller flera frekvenskomponenter.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en god ledare är $\sigma/\omega\epsilon \gg 1$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I en god ledare är $\alpha \approx \beta$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en god isolator är vågimpedansen $Z \approx \sqrt{j\omega\mu/\sigma}$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För höga frekvenser är inträngningsdjupet mindre än för låga frekvenser.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I komplex notation motsvarar tidsderivata division med $j\omega$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Vid snett infall mot en gränssyta skiljer sig uttrycken på reflektionskoefficienten för vinkelrät polarisering jämfört med parallell polarisering mot infallsplanet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells lag kan härledas genom att studera randvillkoren i gränsen mellan olika material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells lag gäller endast i gränssytor där permeabiliteten är samma på båda sidorna, dvs $\mu_1 = \mu_2$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En optisk fiber bygger på totalreflektion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion sker vid Brewstervinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion är möjlig då ljusstrålen går från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare medium.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

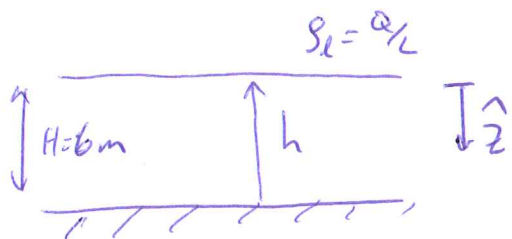
①

Att beräkna kapacitans kräver beräkning av spänningsskillnad mellan två elektroder.

Den ena är träden, den andra är marken.

Antag vidare att förhållandena är sådana att vi kan använda spegling.

Antag laddning Q på ledaren, beräkna ΔV



$$H = 5 \text{ m (höjd över mark)}$$

$$R = 0.0005 \text{ m (trädens radie)}$$

$q_e = -Q/L$ spegelladdning

Fältet som funktion av h : $E(h) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{H-h} + \frac{1}{H+h} \right) \hat{z}$

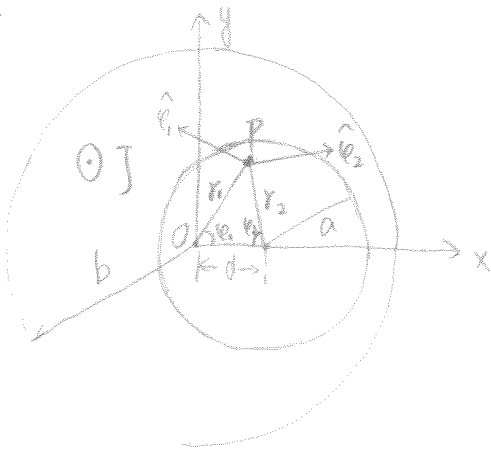
$$\text{Spänningsskillnad: } |\Delta V| = \int_0^{H-R} E \cdot dh = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{H-R} \left(\frac{1}{H-h} + \frac{1}{H+h} \right) dh$$

$$= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln(2H-R) - \ln R \right]$$

Kapacitans (meter):

$$C = \frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(2H-R) - \ln R} \approx 5,5 \text{ pF/m}$$

2.



The \vec{B} field at an arbitrary point P in the cavity is the superposition of two B fields: \vec{B}_1 and \vec{B}_2 . \vec{B}_1 is produced by a uniformly distributed cylindrical current $\vec{J} = J_0 \hat{z}$ with radius b . \vec{B}_2 is produced by a uniformly distributed cylindrical current $\vec{J} = -J_0 \hat{z}$ with radius a .

According to the figure:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 J_0 \pi r_1^2}{2\pi r_1} \hat{e}_1$$

$$= \frac{\mu_0 J_0}{2} r_1 \hat{e}_1$$

$$\hat{e}_1 = \cos e_1 \hat{y} - \sin e_1 \hat{x}$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 J_0 \pi r_2^2}{2\pi r_2} \hat{e}_2$$

$$= \frac{\mu_0 J_0}{2} r_2 \hat{e}_2$$

$$\hat{e}_2 = \cos e_2 \hat{y} + \sin e_2 \hat{x}$$

$$r_2 = \sqrt{(d - r_1 \cos e_1)^2 + (r_1 \sin e_1)^2} = \sqrt{r^2 + d^2 - 2dr \cos e_1}$$

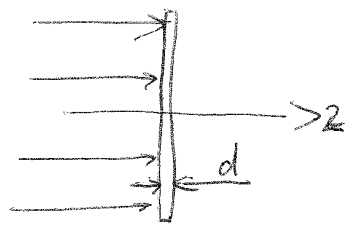
$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 J_0}{2} [r_1 \cos e_1 \hat{y} - r_1 \sin e_1 \hat{x} + r_2 \cos e_2 \hat{y} + r_2 \sin e_2 \hat{x}]$$

$$= \frac{\mu_0 J_0}{2} [r_1 \cos e_1 \hat{y} - r_1 \sin e_1 \hat{x} + (d - r_1 \cos e_1) \hat{y} + r_1 \sin e_1 \hat{x}]$$

$$= \frac{\mu_0 J_0 d}{2} \hat{y}$$

3.

$$B = B_0 \cos \omega t \hat{z}$$



Antag skivan har homogen ledningsförmåga σ

A) Inducerad spänning $V_{ind} = - \frac{d\phi}{dt}$

Komplex notation och symmetri ger

$$2\pi r \bar{E}_\varphi = -j\omega \pi r^2 B_0$$

$$\bar{J}_\varphi = \sigma \bar{E}_\varphi(r) = -j\omega \sigma B_0 \frac{r}{2}$$

$$J = J_\varphi \hat{\varphi} = \hat{\varphi} \operatorname{Re}\{e^{j\omega t} \bar{J}_\varphi\} = \omega \sigma B_0 \frac{r}{2} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \hat{\varphi}$$

B)

Använder cirkulära strömvär för att integrera upp fältet i skivans centrum.

$$d\bar{B}_{\text{orrgo}}^{\text{virvel}} = \frac{\mu_0 di}{2r} = \hat{z} \frac{\mu_0}{2r} J_\varphi \cdot d dr$$

$$\bar{B}_{\text{orrgo}}^{\text{virvel}} = \int_{r=0}^a d\bar{B}_{\text{orrgo}}^{\text{virvel}} = -\hat{z} j\omega \mu_0 \sigma B_0 \frac{d a}{4}$$

$$B_{\text{orrgo}}^{\text{virvel}} = \operatorname{Re}\{e^{j\omega t} \bar{B}_{\text{orrgo}}^{\text{virvel}}\} = \hat{z} \frac{\omega \mu_0 \sigma d a}{4} B_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

C) Antagandet i A) borde vara rimligt om

$$\frac{\omega \mu_0 \sigma d a}{4} \ll 1 \quad \text{i uttrycket för magnetfältet}$$

från de inducerade virvelströmmen

Är inte detta uppfyllt måste man räkna

$$V_{ind} = - \frac{d\phi}{dt}^{\text{ytre}} - \frac{d\phi}{dt}^{\text{virvel}}$$

4

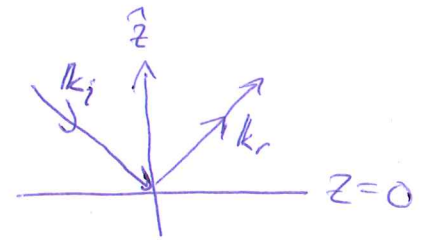
En plan våg har komplexa fältet $E_i = \hat{y} 10 e^{-j(5x-5z)}$ V/m

Vågen propagerar i luft mot en perfekt ledande plan i $z=0$.

a) Frekvens? Propagationsriktning?

$$|k_i| = 5\hat{x} - 5\hat{z} \Rightarrow |k_i| = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50}$$

$$|k_i|^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \Rightarrow f = \frac{|k_i| \cdot c}{2\pi} = \frac{\sqrt{50} \cdot 3 \cdot 10^8}{2\pi} \approx 3,4 \cdot 10^8 \text{ Hz}$$



Propagationsriktning

$$\hat{k}_i = \frac{5\hat{x} - 5\hat{z}}{\sqrt{50}} \Rightarrow \hat{k}_r = \frac{5\hat{x} + 5\hat{z}}{\sqrt{50}}$$

b) E och H för reflekterad våg.

Reflektionskoefficient för perfekt ledande plan $\Gamma = -1$

$$\Rightarrow E_r = \Gamma \cdot \hat{y} \cdot 10 e^{-j(5x+5z)} = -\hat{y} 10 e^{-j(5x+5z)}$$

$$H_r = \hat{k}_r \times \frac{E_r}{\eta_0} = \frac{1}{\eta_0} \left(\left(\frac{5\hat{x} + 5\hat{z}}{\sqrt{50}} \right) \times (-\hat{y} 10 e^{-j(5x+5z)}) \right) =$$

$$= \frac{1}{\eta_0} (-\sqrt{50} \hat{z} + \sqrt{50} \hat{x}) e^{-j(5x+5z)} = \frac{\sqrt{50}}{\eta_0} (\hat{x} - \hat{z}) e^{-j(5x+5z)}$$

c) Inducerad strömtäthet i planet.

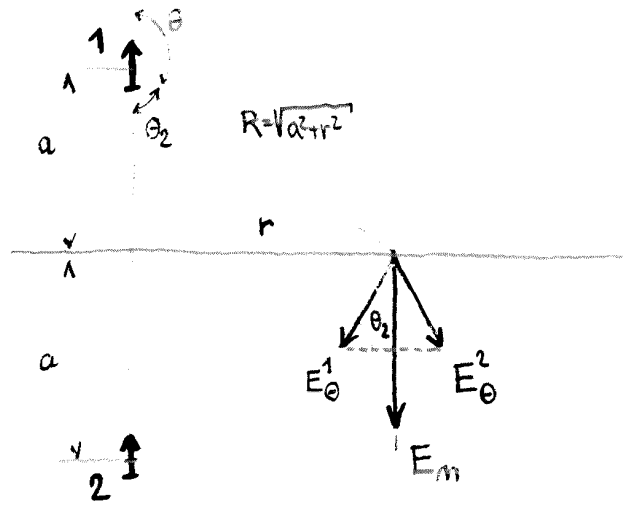
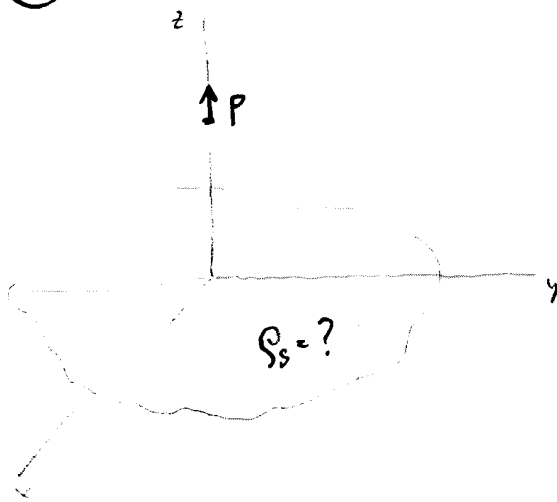
$$H_i = \hat{k}_i \times \frac{E_i}{\eta_0} = \frac{\sqrt{50}}{\eta_0} (\hat{x} + \hat{z}) e^{-j(5x-5z)}$$

$$J_s = \hat{n} \times (H_1 - H_2) \Rightarrow \begin{cases} H_2 = H_i + H_r \\ H_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$J_s = \hat{z} \times \frac{1}{\eta_0} (2\sqrt{50} \hat{x}) e^{-j5x} = \frac{2\sqrt{50}}{\eta_0} \hat{y} e^{-j5x}$$

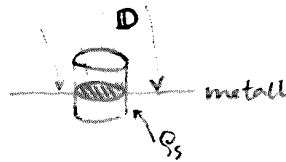
5

Hertzidipol $\mathbf{p} = \hat{z} p_0 \sin \omega t \rightarrow \bar{\mathbf{p}} = -j p_0$



i vågzonem: $\bar{\mathbf{E}}_{\theta} = j \cdot \frac{\bar{I} dl}{4\pi} \left(\frac{e^{-j\beta R}}{R} \right) Z_0 \beta \sin \theta$

från Gauss lag $\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = Q$
 $D_m = S_s$



$$\bar{Q}_s = \bar{D}_m = \epsilon_0 \bar{E}_m = \epsilon_0 \cdot 2 \cdot \sin \theta_2 \bar{\mathbf{E}}_{\theta} \quad \left| \begin{array}{l} \theta_2 = \pi - \theta \\ \sin \theta_2 = \sin \theta \end{array} \right| = \epsilon_0 \cdot 2 \sin \theta \cdot \bar{\mathbf{E}}_{\theta} =$$

$$= \epsilon_0 \cdot 2 \cdot \frac{r}{\sqrt{a^2 + r^2}} \cdot j \frac{\bar{I} dl}{4\pi} Z_0 \beta \cdot \frac{r}{\sqrt{a^2 + r^2}} \cdot \frac{e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{\sqrt{a^2 + r^2}} =$$

$$= j \frac{\epsilon_0 \bar{I} dl}{2\pi} Z_0 \beta \frac{r^2 \cdot e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}} \quad \left| \begin{array}{l} Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot \epsilon_0 \cdot Z_0 = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{1}{c} \\ \beta = \frac{\omega}{c} \end{array} \right|$$

$$= j \frac{\bar{I} dl}{2\pi} \frac{\omega}{c^2} \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}} \quad \left| \bar{\mathbf{p}} = \frac{\bar{I} dl}{j\omega} = -j p_0 \rightarrow \bar{I} dl = \omega \cdot p_0 \right|$$

$$= j \frac{p_0}{2\pi} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}} = \underline{\underline{j \frac{p_0 \cdot \beta^2}{2\pi} \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}}}} \quad \left[\frac{C}{m^2} \right]$$