

## Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.

EEF031 2012-04-13 kl. 14.00-18.00

<b>Tillåtna hjälpmedel:</b>	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
<b>Förfrågningar:</b>	Andreas Fhager, 076-1257012, 031-772 1723
<b>Lösningar:</b>	anslås på kursens hemsida
<b>Resultatet:</b>	anslås på kursens hemsida
<b>Granskning:</b>	Sker på plats och tid enligt resultatlistan
<b>Kom ihåg</b>	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

---

# OBS!

Resultat från **årets** dugga får tillgodoräknas på elektrostatik- (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningsdelen räknas separat. Bonuspoäng från **årets** omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej.

Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

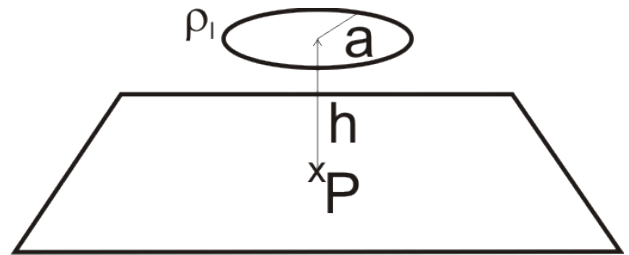
## Anonym kod:

(Var vänlig ange den email-adress som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

# 1 (Elektrostatik)

## Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En tunn cirkulär ring med radie  $a$  är uppladdad med konstant linjeladdningstäthet  $\rho_l$ . Ringen ligger horisontellt orienterad på höjden  $h$  ovanför ett jordat plan,  $z = 0$ . Bestäm ytladdningstätheten  $\rho_s(P)$  på jordplanet rakt under mittpunkten på ringen i punkten  $P$ .



## Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömstätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Enheten för det elektriska fältet är V (volt).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska potentialen är en vektorstorhet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar E-fältet som $1/R^3$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar potentialen som $1/R^2$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det elektrostatiska fältet i en perfekt ledare är alltid konstant lika med noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vakuum har den relativa permittiviteten $\epsilon_r=2,0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
P-fältet spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som M-fältet i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D-fältet spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som H-fältet i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Potentialen V spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som A-fältet i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Källan till förskjutningsfältet, $\mathbf{D}$ , är de fria laddningarna plus polarisationsladdningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dielektriska egenskaper modelleras med elektriska dipoler.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Summan av alla polarisationsladdningar och ytpolarisationsladdningar i ett oladdat objekt kan vara skild från noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Källan till förskjutningsfältet $\mathbf{D}$ är de bundna polarisationsladdningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sambandet $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ mellan E- och D-fältet kan härledas utifrån postulaten för elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Polarisationsfältet $\mathbf{P}$ är fältet från bundna laddningar i ett material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om permeabiliteten för ett dielektriskt material är en konstant skalär oberoende av fältstyrkan betyder det att materialet är homogent, isotropt och linjärt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om permeabiliteten för ett dielektriskt material är beroende av fältstyrkan betyder det att materialet är anisotropt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I härledningen av entydighetssatsen för Poissons ekvation antar man att först att det finns flera lösningar som uppfyller lösningen men att de kan ha olika randvillkor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## 2 (Magnetostatik)

### Problemlösningsdel (8 poäng)

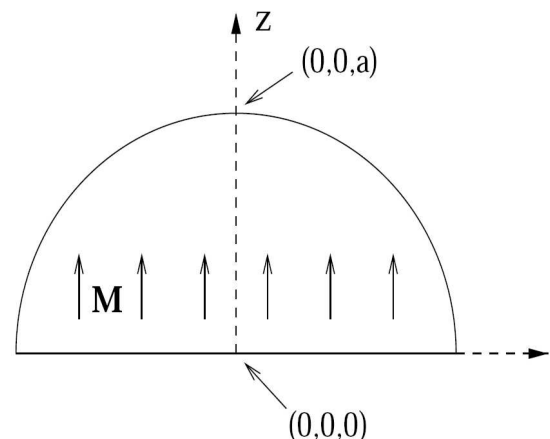
En halvsfär av permanentmagnetmaterial har radien  $a$  och är placerad i ett koordinatsystem så som figuren visar. Halvsfären är homogent magnetiserad i  $z$ -led;  $\mathbf{M} = \hat{\mathbf{z}}M_0$ .

A) Beräkna de ekvivalenta magnetiseringsströmtätheterna

$\mathbf{J}_m$  och  $\mathbf{J}_{ms}$ . (2 poäng)

B) Beräkna magnetiska flödestätheten i punkten  $(0,0,0)$ . (3 poäng)

C) Beräkna magnetiska flödestätheten i punkten  $(0,0,a)$ . (3 poäng)



### Förståelsedel (4 poäng)

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- |   | ja                       | ?                        | nej                      |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>endast</b> på Gauss lag.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>endast</b> på att B-fältet är källfritt.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>endast</b> på att E-fältet är källfritt.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>endast</b> på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- |  | ja                       | ?                        | nej                      |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Den magnetiska vektorpotentialen kan definieras tack vare att B-fältet är källfritt.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den magnetiska vektorpotentialen utanför en strömförande tråd cirkulerar runt tråden.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| $\text{Div}(\mathbf{J})=0$ är en konsekvens av att vi betraktar likströmmar.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om vi använder metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna den magnetiska kraften kan både flöde och ström samtidigt hållas konstanta under den tänkta förflyttningen.      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om man håller strömmen konstant blir kraften större än om man håller flödet konstant eftersom batteriet i det fallet levererar energi till systemet för att hålla strömmen konstant. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om vi håller det magnetiska flödet konstant ska vi ha ett minustecken framför derivatan av energin.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- |  | ja                       | ?                        | nej                      |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Lorentzkraften beror både på B- och E-fältet.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Laddningar i rörelse som utsätts för ett B-fält <i>kan</i> påverkas av en kraft.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Laddningar som rör sig <i>parallellt</i> med B-fältslinjerna utsätts för en kraft.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Laddningar i rörelse som utsätts för ett E-fält påverkas av en kraft.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Laddningar i <i>vila</i> som <i>endast</i> utsätts för ett B-fält <i>kan</i> påverkas av en kraft.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I ett koordinatsystem som följer med en laddning som rör sig vinkelrätt mot B-fältslinjerna kommer $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ att bli noll och därmed påverkas inte laddningen av någon kraft. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

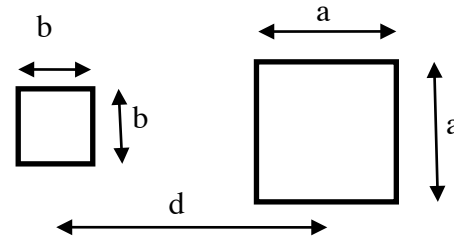
g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- |   | ja                       | ?                        | nej                      |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Ett diamagnetiskt material motverkar ett pålagt externt fält.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Ett ferromagnetiskt material motverkar ett pålagt externt fält.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Permanentmagneter har ett magnetiseringsfält $\mathbf{M}$ som är skilt från noll.                       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Ju kraftigare magnetisering som önskas i en permanentmagnet desto bredare bör hystereskurvan vara.      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I järnkärnan i en transformator är det önskvärt med en bred hystereskurva för att minimera förlusterna. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I ett ferromagnetiskt material förstärks ett externt pålagt magnetfält.                                 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

### 3

#### Problemlösningsdel (8 poäng)

Två kvadratiska strömslingor, med sidorna  $a$  resp  $b$  ligger i samma plan. Avståndet  $d$  mellan slingorna centrumpunkter är stort i förhållande till slingornas storlek,  $d \gg a$  och  $d \gg b$ . (Se figuren)



a) Beräkna den ömsesidiga induktansen. (4 poäng)

b) Beräkna kraften mellan slingorna om de strömmarna  $I_a$  resp  $I_b$  cirkulerar motsols i respektive slinga. (4 poäng)

#### Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Gauss lag modifieras när man går från elektrostatik till elektrodynamik.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kontinuitetsekvationen innehåller samma nollskilda termer i statiken som i dynamiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Faradays induktionslag uttrycker att ett elektriskt fält kan genereras utan laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lentz lag följer av Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lenz lag säger att en inducerad spänning förstärker förändringen i det pålagda magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan inducera spänning i en ledare trots att $-dB/dt$ termen i Faradays lag är noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I elektromagnetismen är E-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är E-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är H-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är B-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är J-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är J-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

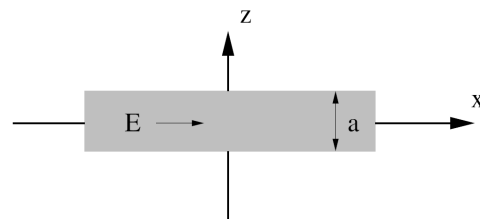
f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Retarderade potentialer kan användas för att beskriva hur fältet från en punktladdning som rör sig breder ut sig i rummet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Retarderade potentialer är en konsekvens av att inget kan färdas snabbare än ljuset.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Retarderade potentialer är lösningar till Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den retarderade potentialen har formen $A(t-R/c)$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det är praktiskt att använda komplex notation då man beskriver retarderade potentialer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den retarderade potentialen kan endast uttryckas med hjälp av den magnetiska vektorpotentialen, $A$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### Problemlösningsdel (8 poäng)

I ett interstellärt skikt med tjockleken  $a$  finns en oscillerande strömtäthet. Skiktet, vilket betraktas som plant, befinner sig i området  $|z| < a=2$ . Mätningar från en rymdsond visar att det elektriska fältet i skiktet ser ut enligt följande:

$$\mathbf{E}(r, t) = E_0 \left[ \cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) \sin\left(\omega t - \frac{\omega a}{2c}\right) - \sin \omega t \right] \hat{\mathbf{x}}$$



- a) Bestäm det (tidsvarierande) magnetiska fältet  $B$  i skiktet. (4 poäng)  
 b) Bestäm (den tidsvarierande) strömtätheten  $J$  i skiktet. Ledning:  
 Ohms lag kan ej användas (4 poäng)

### Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Kontinuitetsekvationen kan härledas från Maxwells fyra postulat.

Utöver Maxwells fyra postulat är kontinuitetsekvationen nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att E-fältet är källfritt.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att B-fältet är källfritt.

ja ? nej

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Poyntings teorem uttrycker energikonsivering.

Poyntingvektorn kan vara tidsberoende.

Poyntingvektorn kan definieras med komplexa B- och E-fält.

Poyntingvektorn har enheten  $W/m$ .

Poyntingvektorn kan bara definieras för monokromatiska fält.

Poyntingvektorn kan definieras som tidsmedelvärde eller som momentanvärde.

ja ? nej

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Fresnels ekvationer härleds från Snells brytningslag.

Totalreflektion sker vid Brewstervinkeln.

Vid beräkning med Snells lag måste man ta hänsyn till vågens polarisering.

Totalreflektion är möjlig då vågen går från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare medium.

Funktionen hos en optisk fiber kan förklaras med fenomenet totalreflektion.

Vinkeln vid vilken totalreflektion inträffar härleds från Fresnells ekvationer.

ja ? nej

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

För en god ledare är  $\sigma/\omega\epsilon \gg 1$ .

I en god ledare är  $\alpha \approx \beta$ .

Summan av reflektionskoefficienten  $r$  och transmissionskoefficienten  $t$  för E-fältet är lika med ett, dvs  $r + t = 1$

Summan av reflektionskoefficienten  $R$  och transmissionskoefficienten  $T$  för effekt är lika med ett, dvs  $R + T = 1$

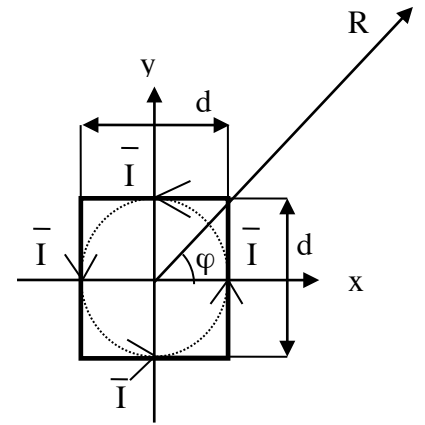
Reflektionskoefficienten för effekt hos E-fältet är lika med reflektionskoefficienten för E-fältet i kvadrat.

Reflektionskoefficienten för effekt hos E-fältet kan vara komplex.

ja ? nej

### Problemlösningsdel (8 poäng)

- a) Betrakta en kvadratisk slinga som leder den komplexa strömmen  $\bar{I}$ . Antag att slingan är liten i förhållande till våglängden så att vi kan anta att  $\bar{I}$  i varje ögonblick är konstant till amplitud och fas längs antennen. Bestäm det elektriska fältet på avståndet  $R \gg d$  genom att betrakta varje sida i den kvadratiske slingan som Hertz-dipoler. Beräkna fältet i hela xy-planet och visa att det är rotationssymmetriskt. Förenkla uttrycken så långt det är möjligt under fjärrfältsapproximationen. (6 poäng)
- b) Om vi jämför med uttrycket för E-fältet på den positiva y-axeln från den magnetiska dipolen (den cirkulära slingan i figuren) med dipolmomentet  $m$



$$E_{farfield}(R) = -\hat{x} \frac{\omega \mu_0 m \beta_0}{4\pi R} e^{-j\beta_0 R}$$

vilka slutsatser om hur fjärrfältet beror av geometrin hos strömslingan kan vi dra från denna jämförelse. (2 poäng)

### Förståelsedel (4 poäng)

#### c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En kvartsvågsdipol har ett isotropt strålningsdiagram, dvs den strålar lika mycket effekt i alla riktningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En bra sändarantenn bör ha så liten strålningsresistans som möjligt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Antennen i en GPS mottagare bör ha så hög direktivitet som möjligt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En parabolantenn som används för att se satellit-TV är ett exempel på en antenn med mycket hög direktivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan använda två halvågsdipoler monterade bredvid varandra för att öka direktiviteten hos sin antennordning jämfört med om man bara använder en enda halvågsdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vi behöver retarderade potentialer för att beskriva de elektriska och magnetiska fälten från en sändarantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En Hertzdipol är en våglängd lång.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen i antennen längs en Hertzdipol kan antas vara konstant.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen hos en halvågsantenn är <i>oberoende</i> av strålningseffekten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen ökar med längden i kvadrat för en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En kvartsvågsantenn är ekvivalent med en halvågsantenn över ett ledande plan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen antas vara noll i änden av en kvartsvågsantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
$j\omega$ -metoden för fältberäkningar fungerar bara för fält med godtyckligt tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i komplexa metoden till multiplikation med $j\omega$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Enda sättet att definiera tidsberoendet för komplexa fält är $e^{-i\omega t}$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om $\beta$ är direkt proportionellt mot $\omega$ är materialet dispersionsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Rent och perfekt vakuum är dispersivt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att ett material ska vara dispersionsfritt måste grupphastigheten vara skild från fashastigheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## Tenta 07/2/18

1. Ytladdningen ges av  $\rho_s(P) = \epsilon_0 \hat{z} \cdot E(\theta)$  eftersom fältet i planet kan antas vara noll.

Speglar laddningstätheten i planet. Ringen och dess spegelsbild ger lika stort bidrag till fältet i punkten P.

Fältet från ringen blir därmed:

Källpt.  $R_1 = a\hat{r} + h\hat{z}$ , Fält pt.  $R_2 = \textcircled{0}$

$$E_{\text{ring}}(R_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho_s(R_1) \hat{R}_{12}}{R_{12}^2} dl_1 = \frac{\rho_s}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \frac{-a\hat{r} - h\hat{z}}{(a^2 + h^2)^{3/2}} a d\varphi$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{r} \text{ komp.} \\ \text{blir noll} \end{array} \right\} = -\frac{\rho_s h \hat{z}}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi a}{(a^2 + h^2)^{3/2}} = -\frac{\rho_s a h}{2\epsilon_0 (a^2 + h^2)^{3/2}} \hat{z}$$

Med spegelladdningen:

$$E_{\text{total}}(R_2) = 2 E_{\text{ring}}(R_2)$$

Ytladdningstätheten blir alltså

$$\rho_s(P) = -\frac{\rho_s a h}{(a^2 + h^2)^{3/2}}$$

②

$$a) \quad \underline{\underline{J_m}} = \nabla \times M = \nabla \times (M_0 \hat{z}) = \underline{\underline{0}}$$

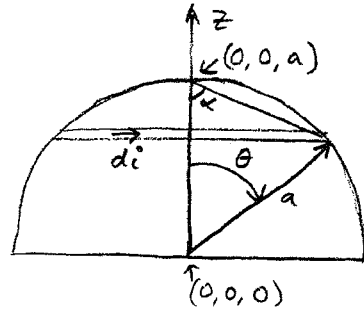
$$\underline{\underline{J_{ms}}} = M \times \hat{n} = M \times \hat{R} = \hat{z} M_0 \times \hat{R} = \underline{\underline{\hat{\varphi} M_0 \sin \theta}}$$

b) Dela in  $J_{ms}$  i cirkulära strömmar,  
 $di = M_0 \sin \theta \cdot a d\theta$ .

Formeln för  $B$  på axeln till en  
 cirkulär strömbana ger

$$dB(0,0,0) = \frac{\mu_0 di}{2 \cdot a \sin \theta} \sin^3 \theta \hat{z}$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{B(0,0,0)}} &= \frac{\mu_0}{2a} \hat{z} \int_0^{\pi/2} M_0 \sin \theta a d\theta \sin^2 \theta = \\ &= \frac{\mu_0}{2} M_0 \hat{z} \int_0^{\pi/2} \sin^3 \theta d\theta = \underline{\underline{\hat{z} \frac{\mu_0 M_0}{3}}} \end{aligned}$$

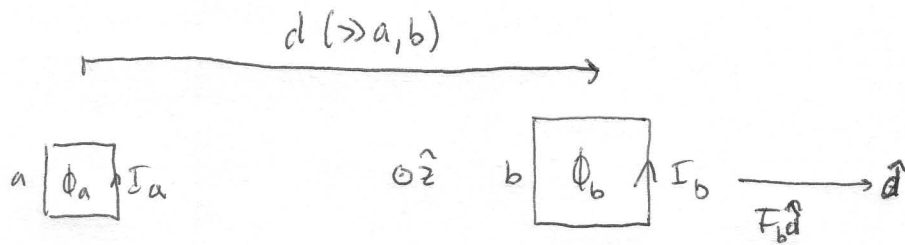


$$c) \quad dB(0,0,a) = \frac{\mu_0 di}{2 \cdot a \sin \theta} \sin^3 \alpha = \frac{\mu_0 M_0 \hat{z}}{2} d\theta \sin^3 \left( \frac{\pi - \theta}{2} \right)$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{B(0,0,a)}} &= \hat{z} \frac{\mu_0 M_0}{2} \int_0^{\pi/2} \cos^3(\theta/2) d\theta = \\ &= \hat{z} \mu_0 M_0 \int_0^{\pi/4} \cos^3 \beta d\beta = \underline{\underline{\hat{z} \frac{\mu_0 M_0}{6\sqrt{2}}}} \end{aligned}$$



4



Ömsesidiga induktansen

$$L_{ab} = \frac{\Phi_b}{I_a} = \frac{\Phi_a}{I_b}$$

Flödet:

$$\Phi_b = \int_{S_b} \mathbf{B}_a \cdot d\mathbf{a} \approx B_a \cdot b^2 \hat{z} \quad \text{for } (d \gg a, b)$$

$B_a$  betecknar fältet i slinga b från slinga a. Då  $d \gg a$  approximerar vi fältet  $B_a$  med fältet från en magnetisk dipol med dipolmomentet  $m_a = I_a a^2$

$$\text{Fältet blir då: } B_a \approx -\frac{\mu_0 m_a}{4\pi d^3} \hat{z} \Rightarrow \Phi_b \approx -\frac{\mu_0 I_a a^2 b^2}{4\pi d^3}$$

$$\text{Ömsesidiga induktansen } L_{ab} = L_{ba} \approx -\frac{\mu_0 a^2 b^2}{4\pi d^3} \quad (\text{tecken p.g.a. strömriktningar})$$

Krafter mellan slingorna

Löses med hjälp av metoden för virtuella förflyttningar

$$\text{Systemets energi: } W = L_{aa} I_a^2 + L_{ab} I_a I_b + L_{bb} I_b^2$$

$$\text{Kraften: } \mathbf{F}_b = \left. \frac{\partial W(d, I_a, I_b)}{\partial d} \right|_{I_a, I_b} = I_a I_b \frac{\partial L_{ab}}{\partial d} = \frac{3\mu_0 a^2 b^2 I_a I_b}{4\pi d^3}$$

(riktning enligt figur)

4

$$\text{Antet: } E(r,t) = E_0 \left[ \cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) \sin\left(\omega t - \frac{\omega a}{2c}\right) - \sin(\omega t) \right] \hat{x}$$

- a) Använd Maxwells ekvationer för att bestämma B-fältet.  
Faradays lag ger:

$$\nabla \times E = \hat{y} \frac{\partial E_x}{\partial z} = -E_0 \frac{\omega}{c} \sin\left(\frac{\omega z}{c}\right) \sin\left(\omega t - \frac{\omega a}{2c}\right) \hat{y} = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

Integrera med. t. Sätt integrationskonst = 0  $\Rightarrow$  inget statiskt fält

$$B = -E_0 \frac{1}{c} \sin\left(\frac{\omega z}{c}\right) \cos\left(\omega t - \frac{\omega a}{2c}\right) \hat{y}$$

b)

Med E och B händer fås J ur Ampères lag:

$$J = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times B - \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{\partial B_y}{\partial z} \frac{1}{\mu_0} \hat{x} - \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \hat{x}$$

$$= E_0 \frac{\omega_0}{\mu_0 c^2} \cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) \cos\left(\omega t - \frac{\omega a}{2c}\right) \hat{x} -$$

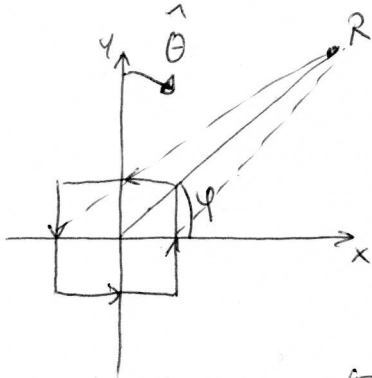
$$\epsilon_0 \omega E_0 \left[ \cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) \cos\left(\omega t - \frac{\omega a}{2c}\right) - \cos(\omega t) \right] \hat{x} =$$

$$= \left\{ \frac{1}{\mu_0 c^2} = \epsilon_0 \right\} \epsilon_0 \omega E_0 \cos(\omega t) \hat{x}$$

5/

Fjärrfältet från en Hertzdipol:  $E_{rad} = \hat{\theta} Z_0 \frac{j\omega d \bar{I}_0 \sin\theta}{4\pi r} e^{-j\beta_0 r}$

Skriv som  $E_{rad} = \hat{\theta} jk \frac{\sin\theta}{r} e^{-j\beta_0 r}$  där  $k = Z_0 \frac{\omega d \bar{I}_0}{4\pi c}$



Betrakta fältet från de två dipolerna parallella med y-axeln enligt figuren.

Med  $\varphi$  definierat enligt figuren och även  $\hat{\theta}$  från figuren fås

$$E_{yII} = \hat{\theta} jk \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \varphi)}{r} e^{-j\beta_0(r - \frac{d}{2}\cos\varphi)} - \hat{\theta} jk \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + \varphi)}{r} e^{-j\beta_0(r + \frac{d}{2}\cos\varphi)}$$

$\{\sin(\frac{\pi}{2} - \varphi) = \sin(\frac{\pi}{2} + \varphi) = \cos\varphi\}$  {Det är ok att approximera med  $r$  i nämnaren}

$$= \hat{\theta} jk \frac{\cos\varphi}{r} e^{-j\beta_0 r} (e^{j\beta_0 \frac{d}{2}\cos\varphi} - e^{-j\beta_0 \frac{d}{2}\cos\varphi}) \frac{2j}{2j} =$$

$$= \hat{\theta} -2k \frac{\cos\varphi}{r} e^{-j\beta_0 r} \underbrace{\sin(\beta_0 \frac{d}{2}\cos\varphi)}_{\approx \beta_0 \frac{d}{2}\cos\varphi} \approx -\hat{\theta} 2k \frac{\cos\varphi}{r} e^{-j\beta_0 r} \beta_0 \frac{d}{2}\cos\varphi$$

$\approx \beta_0 \frac{d}{2}\cos\varphi$  eftersom slingan är liten jämfört med våglängden

För Hertzdipolerna parallella med x-axeln fås på samma sätt

$$E_{xII} = \hat{\theta} jk \frac{\sin(\pi - \varphi)}{r} e^{-j\beta_0(r - \frac{d}{2}\sin\varphi)} - \hat{\theta} jk \frac{\sin\varphi}{r} e^{-j\beta_0(r + \frac{d}{2}\sin\varphi)}$$

$$\approx -\hat{\theta} 2k \frac{\sin\varphi}{r} e^{-j\beta_0 r} \beta_0 \frac{d}{2}\sin\varphi$$

Summera:

$$E_{total} = E_{yII} + E_{xII} = -\frac{2k}{r} e^{-j\beta_0 r} (\cos\varphi \beta_0 \frac{d}{2}\cos\varphi + \sin\varphi \beta_0 \frac{d}{2}\sin\varphi) \hat{\theta}$$

$$= -\hat{\theta} \frac{2k}{r} e^{-j\beta_0 r} (\underbrace{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi}_{=1}) \beta_0 \frac{d}{2} = -\hat{\theta} \frac{2k \beta_0 d}{r} e^{-j\beta_0 r}$$

$$= -\hat{\theta} \frac{Z_0 \beta_0^2 d^2 \bar{I}_0}{4\pi r} e^{-j\beta_0 r} = -\hat{\theta} \frac{\beta_0 \omega \mu_0 d^2 \bar{I}_0}{4\pi r} e^{-j\beta_0 r}$$

b) Med  $m = \bar{I}_0 d^2$  är uttrycket identiska. På stort avstånd är alltså fältet oberoende av slingans form, bara arean spelar roll.