

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.

EEF031 2011-08-26 kl. 8.30-12.30

Tillåtna hjälpmedel:	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar:	Xuezhi Zeng, 076-2743170, 031-772 1723
Lösningar:	anslås på kursens hemsida
Resultatet:	anslås på kursens hemsida
Granskning:	Sker på plats och tid enligt resultatlistan
Kom ihåg	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

OBS!

Resultat från årets dugga får tillgodoräknas på elektrostatik- (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningsdelen räknas separat. Bonuspoäng från årets omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej.

Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1 poäng även med ett vet ej svar.

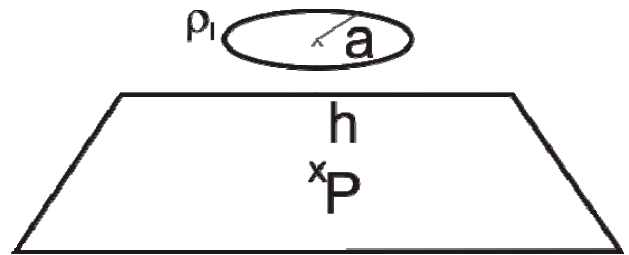
Anonym kod:

(Var vänlig ange den email-adress som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

1 (Elektrostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En tunn cirkulär ring med radie a är uppladdad med konstant linjeladdningstäthet ρ_l . Ringen ligger horisontellt orienterad på höjden h ovanför ett jordat plan, $z = 0$. Bestäm ytladdningstätheten $\rho_s(P)$ på jordplanet rakt under mittpunkten på ringen i punkten P .



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömstätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Enheten för det elektriska fältet är V (volt).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska potentialen är en vektorstorhet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar E-fältet som $1/R^3$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar potentialen som $1/R^2$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det elektrostatiska fältet i en perfekt ledare är alltid konstant lika med noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vakuüm har den relativa permittiviteten $\epsilon_r=2,0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
P-fältet spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som M-fältet i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D-fältet spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som H-fältet i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Potentialen V spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som A-fältet i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Källan till förskjutningsfältet, \mathbf{D} , är de fria laddningarna plus polarisationsladdningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dielektriska egenskaper modelleras med elektriska dipoler.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Summan av alla polarisationsladdningar och ytpolarisationsladdningar i ett oladdat objekt kan vara skild från noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

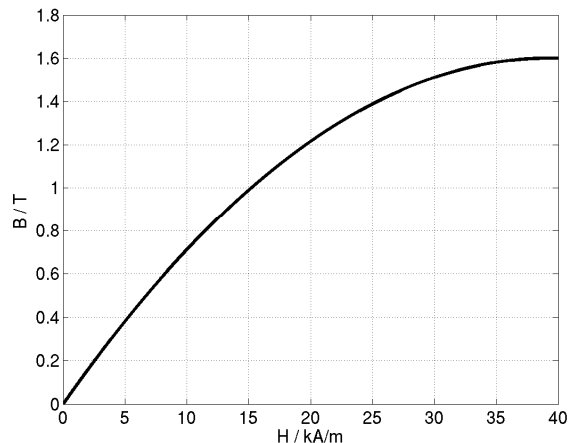
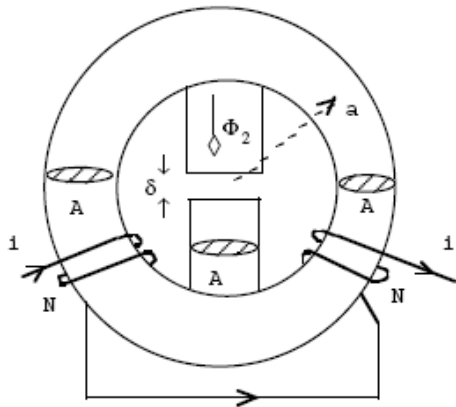
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Källan till förskjutningsfältet \mathbf{D} är de bundna polarisationsladdningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sambandet $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ mellan E- och D-fältet kan härledas utifrån postulaten för elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Polarisationsfältet \mathbf{P} är fältet från bundna laddningar i ett material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om permeabiliteten för ett dielektriskt material är en konstant skalär oberoende av fältstyrkan betyder det att materialet är homogent, isotropt och linjärt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om permeabiliteten för ett dielektriskt material är beroende av fältstyrkan betyder det att materialet är anisotropt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I härledningen av entydighetssatsen för Poissons ekvation antar man att först att det finns flera lösningar som uppfyller lösningen men att de kan ha olika randvillkor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2 (Magnetostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) I en magnetisk krets enligt figuren vill man ha ett magnetiskt flöde $\Phi_2 = 0,6 \text{ mVs}$ genom luftgapet. Beräkna erforderlig ström, om de båda lindningarna är seriekopplade och samverkar i mittbenet. Luftgapslängden $d = 2 \text{ mm}$, medelradien, $a = 10 \text{ cm}$, tvärsnittsytan för flödet $A = 4 \text{ cm}^2$, antalet lindningsvarv $N = 3000$ varv. Materialet är icke-linjärt och dess magnetiseringskurva finns i nedanstående graf. Gör nödvändiga avläsningar ur figuren för att lösa talet.



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat. ja ? nej
- För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på Gauss lag. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att B-fältet är källfritt. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att E-fältet är källfritt. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger **endast** på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten. ja ? nej

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Den magnetiska vektorpotentialen kan definieras tack vare att B-fältet är källfritt. ja ? nej
- Den magnetiska vektorpotentialen utanför en strömförande tråd cirkulerar runt tråden. ja ? nej
- $\text{Div}(\mathbf{J})=0$ är en konsekvens av att vi betraktar likströmmar. ja ? nej
- Om vi använder metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna den magnetiska kraften kan både flöde och ström samtidigt hållas konstanta under den tänkta förflyttningen. ja ? nej
- Om man håller strömmen konstant blir kraften större än om man håller flödet konstant eftersom batteriet i det fallet levererar energi till systemet för att hålla strömmen konstant. ja ? nej
- Om vi håller det magnetiska flödet konstant ska vi ha ett minustecken framför derivatan av energin. ja ? nej

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Lorentzkraften beror både på B- och E-fältet. ja ? nej
- Laddningar i rörelse som utsätts för ett B-fält *kan* påverkas av en kraft. ja ? nej
- Laddningar som rör sig *parallellt* med B-fältslinjerna utsätts för en kraft. ja ? nej
- Laddningar i rörelse som utsätts för ett E-fält påverkas av en kraft. ja ? nej
- Laddningar i *vila* som *endast* utsätts för ett B-fält *kan* påverkas av en kraft. ja ? nej
- I ett koordinatsystem som följer med en laddning som rör sig vinkelrätt mot B-fältslinjerna kommer $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ att bli noll och därmed påverkas inte laddningen av någon kraft. ja ? nej

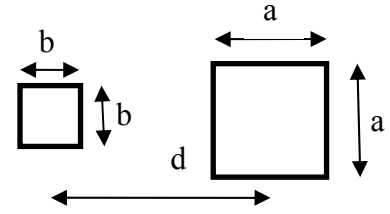
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Om vi använder metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna den magnetiska kraften kan antingen flödet eller strömmen hållas konstanta under den tänkta förflyttningen. ja ? nej
- Om man håller strömmen konstant blir kraften större än om man håller flödet konstant eftersom batteriet i det fallet levererar energi till systemet för att hålla strömmen konstant. ja ? nej
- Metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna kraft kan endast användas i magnetostatiken, inte i elektrostatiken. ja ? nej
- Ju kraftigare magnetisering som önskas i en permanentmagnet desto bredare bör hystereskurvan vara. ja ? nej
- I järnkärnan i en transformator är det önskvärt med en bred hystereskurva för att minimera förlusterna. ja ? nej
- I ett ferromagnetiskt material förstärks ett externt pålagt magnetfält. ja ? nej

3

Problemlösningsdel (8 poäng)

Två kvadratiska strömslingor, med sidorna a resp b ligger i samma plan. Avståndet d mellan slingorna centrumpunkter är stort i förhållande till slingornas storlek, $d \gg a$ och $d \gg b$. (Se figuren)



- a) Beräkna den ömsesidiga induktansen. (4 poäng)
 b) Beräkna kraften mellan slingorna om de strömmarna I_a resp I_b cirkulerar motsols i respektive slinga. (4 poäng)

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Gauss lag modifieras när man går från elektrostatik till elektrodynamik.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kontinuitetsekvationen innehåller samma nollskilda termer i statiken som i dynamiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Faradays induktionslag uttrycker att ett elektriskt fält kan genereras utan laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lentz lag följer av Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lenz lag säger att en inducerad spänning förstärker förändringen i det pålagda magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan inducera spänning i en ledare trots att $-dB/dt$ termen i Faradays lag är noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I elektromagnetismen är E-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är E-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är H-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är B-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är J-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektromagnetismen är J-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Retarderade potentialer kan användas för att beskriva hur fältet från en punktladdning som rör sig breder ut sig i rummet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Retarderade potentialer är en konsekvens av att inget kan färdas snabbare än ljuset.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Retarderade potentialer är lösningar till Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den retarderade potentialen har formen $A(t-R/c)$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det är praktiskt att använda komplex notation då man beskriver retarderade potentialer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den retarderade potentialen kan endast uttryckas med hjälp av den magnetiska vektorpotentialen, A .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En linjärt polariserad, tidsharmonisk plan våg utbreder sig i vakuum i den positiva z-riktningen och har det elektriska fältet $\mathbf{E}(z, t) = E_0 \sin(kz - \omega t)\hat{\mathbf{x}}$. Bestäm motsvarande B-fält, $\mathbf{B}(z, t)$ samt den tillhörande Poyntingvektorn $\mathbf{P}(z, t)$. Hur mycket energi passerar ett mot utbredningsriktningen vinkelrätt tvärsnitt med arean A under tiden Δt ? Antag att Δt är mycket längre än periodtiden hos fältet.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Kontinuitetsekvationen kan härledas från Maxwells fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Utöver Maxwells fyra postulat är kontinuitetsekvationen nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger endast på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger endast på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger endast på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger endast på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Poyntings teorem uttrycker energikonservering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan vara tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan definieras med komplexa B- och E-fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn har enheten W/m .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan bara definieras för monokromatiska fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan definieras som tidsmedelvärde eller som momentanvärde.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Fresnels ekvationer härleds från Snells brytningslag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion sker vid Brewstervinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid beräkning med Snells lag måste man ta hänsyn till vågens polarisering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion är möjlig då vågen går från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare medium.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Funktionen hos en optisk fiber kan förklaras med fenomenet totalreflektion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vinkeln vid vilken totalreflektion inträffar härleds från Fresnells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För en god ledare är $\sigma/\omega\epsilon \gg 1$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I en god ledare är $\alpha \approx \beta$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Summan av reflektionskoefficienten r och transmissionskoefficienten t för E-fältet är lika med ett, dvs $r + t = 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Summan av reflektionskoefficienten R och transmissionskoefficienten T för effekt är lika med ett, dvs $R + T = 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reflektionskoefficienten för effekt hos E-fältet är lika med reflektionskoefficienten för E-fältet i kvadrat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reflektionskoefficienten för effekt hos E-fältet kan vara komplex.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

Man har konstruerat en centermatad dipolantenn av längd $2h$. ($h \ll \lambda$) Amplituden hos den tidsharmoniska strömfördelningen längs antennen kan skrivas som

$$I(z) = I_0 \left(1 - \frac{|z|}{h} \right)$$

- a) Ta fram uttrycken för E- och H-fältet i fjärrfältszonen.
b) Beräkna antennens strålningsresistans.

Förståelsedel (4 poäng)

- c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? ja ? nej
- För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat. ja ? nej
- För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **bland annat** på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **bland annat** på att E-fältet är källfritt. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **bland annat** på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **bland annat** på att B-fältet är källfritt. ja ? nej
- d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? ja ? nej
- En kvartsvågsdipol har ett isotropt strålningsdiagram, dvs den strålar lika mycket effekt i alla riktningar. ja ? nej
- En bra sändarantenn bör ha så liten strålningsresistans som möjligt. ja ? nej
- Antennen i en GPS mottagare bör ha så hög direktivitet som möjligt. ja ? nej
- En parabolantenn som används för att se satellit-TV är ett exempel på en antenn med mycket hög direktivitet. ja ? nej
- Man kan använda två halv vågsdipoler monterade bredvid varandra för att öka direktiviteten hos sin antennenordning jämfört med om man bara använder en enda halv vågsdipol. ja ? nej
- Vi behöver retarderade potentialer för att beskriva de elektriska och magnetiska fälten från en sändarantenn. ja ? nej
- e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? ja ? nej
- Poyntings teorem uttrycker energikonservering. ja ? nej
- Poyntingvektorn kan vara tidsberoende. ja ? nej
- Poyntingvektorn kan definieras med komplexa B- och E-fält. ja ? nej
- Poyntingvektorn har enheten W/m . ja ? nej
- Poyntingvektorn kan bara definieras för monokromatiska fält. ja ? nej
- Poyntingvektorn kan definieras som tidsmedelvärde eller som momentanvärde. ja ? nej
- f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? ja ? nej
- $j\omega$ -metoden för fältberäkningar fungerar bara för fält med godtyckligt tidsberoende. ja ? nej
- Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i komplexa metoden till multiplikation med $j\omega$. ja ? nej
- Enda sättet att definiera tidsberoendet för komplexa fält är $e^{-i\omega t}$. ja ? nej
- Om β är direkt proportionellt mot ω är materialet dispersionsfritt. ja ? nej
- Rent och perfekt vakuum är dispersivt. ja ? nej
- För att ett material ska vara dispersionsfritt måste grupphastigheten vara skild från fashastigheten. ja ? nej

Tenta 07/2/18

1. Ytladdningen ges av $\rho_s(P) = \epsilon_0 \hat{z} \cdot E(\theta)$ eftersom fältet i planet kan antas vara noll.

Speglar laddningstätheten i planet. Ringen och dess spegelsbild ger lika stort bidrag till fältet i punkten P.

Fältet från ringen blir därmed:

Källpt. $R_1 = a\hat{r} + h\hat{z}$, Fält pt. $R_2 = \textcircled{0}$

$$E_{\text{ring}}(R_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho_s(R_1) \hat{R}_{12}}{R_{12}^2} dl_1 = \frac{\rho_s}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \frac{-a\hat{r} - h\hat{z}}{(a^2 + h^2)^{3/2}} a d\varphi$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{r} \text{ komp.} \\ \text{blir noll} \end{array} \right\} = -\frac{\rho_s h \hat{z}}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi a}{(a^2 + h^2)^{3/2}} = -\frac{\rho_s a h}{2\epsilon_0 (a^2 + h^2)^{3/2}} \hat{z}$$

Med spegelladdningen:

$$E_{\text{total}}(R_2) = 2 E_{\text{ring}}(R_2)$$

Ytladdningstätheten blir alltså

$$\rho_s(P) = -\frac{\rho_s a h}{(a^2 + h^2)^{3/2}}$$

2. Vi vill bestämma $\Phi_2 = 0,6 \text{ mVs}$ i luftgapet

Flödet i mittberet är samma i järnet som i luftgapet

Pga symmetrin samverkar flödet från de yttre delarna i mittberet, så att $2\Phi_1 = \Phi_2$, om Φ_1 är flödet i yttre delen av järnkärnan

$$\text{Så vi ska ha } \Phi_1 = 0,3 \text{ mVs} \Rightarrow B_1 = \frac{\Phi_1}{A} = 0,75 \text{ T}$$

$$\text{Ur grafen fås att detta motsvarar } H_1 = 12 \text{ kA/m}$$

I mittberet har vi på motsvarande sätt i järnet

$$\Phi_2 = 0,6 \text{ mVs} \Rightarrow B_2 = 1,5 \text{ T} \Rightarrow H_2^{\text{Fe}} = 30 \text{ kA/m}$$

och i luftgapet

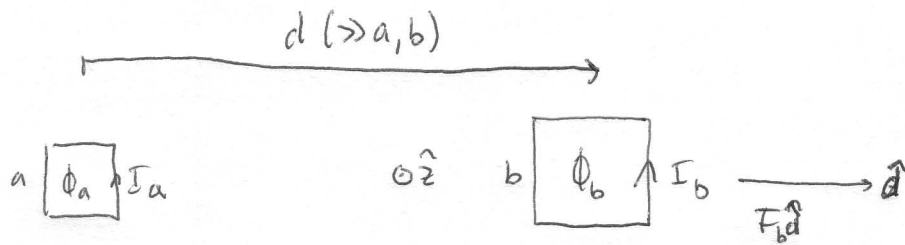
$$\Phi_2 = 0,6 \text{ mVs} \Rightarrow B_2 = 1,5 \text{ T} \Rightarrow H_2^{\text{luft}} = \frac{B}{\mu_0} = 1,19 \text{ MA/m}$$

Amperes lag ger nu

$$N \cdot I = H_1 \cdot \pi a + H_2^{\text{Fe}} \cdot 2a + H_2^{\text{luft}} \cdot d$$

$$\Rightarrow I = 4,0 \text{ A}$$

4



Ömsesidiga induktansen

$$L_{ab} = \frac{\Phi_b}{I_a} = \frac{\Phi_a}{I_b}$$

Flödet:

$$\Phi_b = \int_{S_b} \mathbf{B}_a \cdot d\mathbf{a} \approx B_a \cdot b^2 \hat{z} \quad \text{for } (d \gg a, b)$$

B_a betecknar fältet i slinga b från slinga a . Då $d \gg a$ approximerar vi fältet B_a med fältet från en magnetisk dipol med dipolmomentet $m_a = I_a a^2$

$$\text{Fältet blir då: } B_a \approx -\frac{\mu_0 m_a}{4\pi d^3} \hat{z} \Rightarrow \Phi_b \approx -\frac{\mu_0 I_a a^2 b^2}{4\pi d^3}$$

$$\text{Ömsesidiga induktansen } L_{ab} = L_{ba} \approx -\frac{\mu_0 a^2 b^2}{4\pi d^3} \quad (\text{tecken p.g.a. strömriktningar})$$

Krafter mellan slingorna

Löses med hjälp av metoden för virtuella förflyttningar

$$\text{Systemets energi: } W = L_{aa} I_a^2 + L_{ab} I_a I_b + L_{bb} I_b^2$$

$$\text{Kraften: } F_b = \left. \frac{\partial W(d, I_a, I_b)}{\partial d} \right|_{I_a, I_b} = I_a I_b \frac{\partial L_{ab}}{\partial d} = \frac{3\mu_0 a^2 b^2 I_a I_b}{4\pi d^3}$$

(riktning enligt figur)

$$4 \quad \mathbb{E}(z,t) = E_0 \sin(kz - \omega t) \hat{x}$$

H-fältet fås nu från Faradays lag

$$-\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \mathbb{H}(z,t) = \nabla \times \mathbb{E}(z,t) = \hat{y} E_0 \frac{\partial}{\partial z} \sin(kz - \omega t) = \hat{y} k E_0 \cos(kz - \omega t)$$

Detta ger $\mathbb{H}(z,t) = \hat{y} \frac{k E_0}{\mu_0 \omega} \sin(kz - \omega t)$

$$\mathbb{B}(z,t) = \hat{y} \frac{k E_0}{\omega} \sin(kz - \omega t)$$

Poyntingvektorn fås nu som

$$\mathbb{S}(z,t) = \mathbb{E}(z,t) \times \mathbb{H}(z,t) = \hat{x} \times \hat{y} \frac{E_0^2 k}{\mu_0 \omega} \sin^2(kz - \omega t)$$

$$\left\{ k = \frac{\omega}{c}, c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \Rightarrow \frac{k}{\mu_0 \omega} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \right\} = \hat{z} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 \sin^2(kz - \omega t) =$$

$$= \hat{z} \frac{E_0^2}{Z_0} \sin^2(kz - \omega t)$$

Tidsmedelvärdet av $\sin^2(\omega t - kx)$ är $\frac{1}{2}$

Då fås energin:

$$\text{Energin} = \frac{E_0^2}{Z_0} \cdot \frac{1}{2} \cdot A \cdot \Delta t$$

5a) Fjärrfältsbidraget från strömelementet $I dz$ är:

$$dE_{\theta} = \eta_0 dH_{\phi} = j \frac{I dz}{4\pi R'} \frac{e^{-j\beta R'}}{R'} \eta_0 \beta \sin \theta$$

I fjärrfältet har vi $R' \approx R - z \cos \theta$

I exponenten får vi behålla detta approximativa uttryck

I nämnaren kan vi approximera $R' \approx R$

Nu integrerar vi längs antennen

$$E_{\theta} = \eta_0 H_{\phi} = j \frac{I_0 \eta_0 \beta \sin \theta}{4\pi R} e^{-j\beta R} \int_{-h}^h \left(1 - \frac{|z|}{h}\right) e^{j\beta z \cos \theta} dz$$

$\left(1 - \frac{|z|}{h}\right)$ är en jämn funktion

$$e^{j\beta z \cos \theta} = \underbrace{\cos(\beta z \cos \theta)}_{\text{jämn}} + j \underbrace{\sin(\beta z \cos \theta)}_{\text{udda}}$$

Bidrag ges endast av jämn gånger jämn funktion.

$$E_{\theta} = \eta_0 H_{\phi} = j \frac{I_0 \eta_0 \beta \sin \theta}{2\pi R} e^{-j\beta R} \int_{-h}^h \left(1 - \frac{z}{h}\right) \cos(\beta z \cos \theta) dz =$$

$$j \frac{I_0 \eta_0 \beta \sin \theta}{2\pi R} e^{-j\beta R} \frac{1 - \cos(\beta h \cos \theta)}{h \beta^2 \cos^2 \theta} = j \frac{I_0 \eta_0 \sin \theta}{2\pi R h \beta \cos^2 \theta} e^{-j\beta R} [1 - \cos(\beta h \cos \theta)]$$

b) Tidmedelvärdet av Poynting vektorn kan nu skrivas

$$P_{av}(\theta) = \frac{1}{2} E_{\theta} H_{\phi}^* = \frac{I_0^2 \eta_0}{2^3 \pi^2 h^2 \beta^2 R^2} \left[\frac{\sin \theta [1 - \cos(\beta h \cos \theta)]}{\cos^2 \theta} \right]^2$$

Total utstrålad effekt

$$P_r = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} P_{av}(\theta) R^2 \sin \theta d\theta d\phi = \frac{I_0^2 \eta_0}{4\pi h^2 \beta^2} \int_0^{\pi} \left[\frac{\sin \theta (1 - \cos(\beta h \cos \theta))}{\cos^2 \theta} \right]^2 \sin \theta d\theta$$

Strålningsresistans

$$R_r = \frac{2P_r}{I_0^2} = \frac{\eta_0}{2\pi h^2 \beta^2} \int_0^{\pi} \left[\frac{\sin \theta (1 - \cos(\beta h \cos \theta))}{\cos^2 \theta} \right]^2 \sin \theta d\theta$$

Integralen får vi räkna ut numeriskt där vi vet vad h och β är.