

## Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.

EEF031 2011-04-26 kl. 14.00-18.00

<b>Tillåtna hjälpmedel:</b>	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
<b>Förfrågningar:</b>	Andreas Fhager, 076-125 7012, 031-772 1723
<b>Lösningar:</b>	anslås på kursens hemsida
<b>Resultatet:</b>	anslås på kursens hemsida
<b>Granskning:</b>	Sker på plats och tid enligt resultatlistan
<b>Kom ihåg</b>	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

---

# OBS!

Resultat från årets dugga får tillgodoräknas på elektrostatik- (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningsdelen räknas separat. Bonuspoäng från årets omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej.

Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1 poäng även med ett vet ej svar.

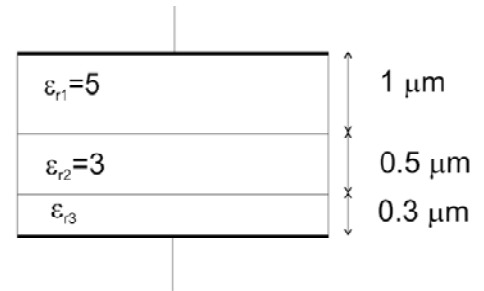
## Anonym kod:

(Var vänlig ange den email-adress som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

# 1 (Elektrostatik)

## Problemlösningsdel (8 poäng)

A) Mellan två plattor har vi tre stycken olika dielektriska material, se figuren. Vi vet dielektricitetskonstanterna för två av materialen men inte för det tredje. Kapacitansen mellan plattorna är  $6.123 \text{ nF}$  och plattarean är  $4 \text{ cm}^2$ . Bestäm med hjälp av de här uppgifterna och figuren dielektricitetskonstanten för det okända materialet.



## Förståelsedel (4 poäng)

### b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I elektrostatiken är E-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är E-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är D-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är D-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent härleds utifrån att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets normalkomponent härleds utifrån att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Enheten för det elektriska fältet är V/m.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska potentialen är en skalär storhet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar E-fältet som $1/R^3$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar potentialen som $1/R^2$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det elektrostatiske fältet i en perfekt ledare är alltid konstant lika med noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vakuum har den relativa permittiviteten $\epsilon_r=0,0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Speglingsmetoden kan användas för att lösa Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lösningen till Poissons ekvation är unik om randvillkoren uppfylls.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingsmetoden kan användas för att lösa Poissons ekvation i godtycklig geometri.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingsmetoden kan användas vid spegling i metallcylindrar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan använda spegling i ett hörn av två jordade halvplan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Potentialfördelningen från en punktladdning kan beräknas med hjälp av Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## 2 (Magnetostatik)

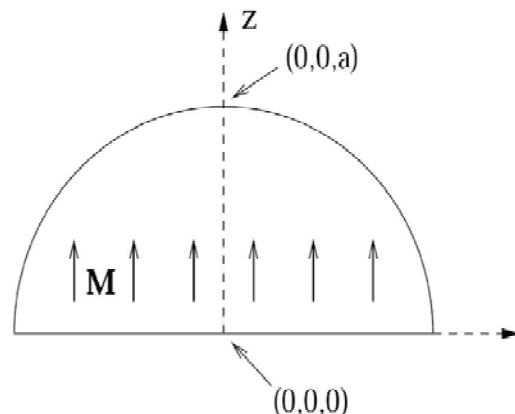
### Problemlösningsdel (8 poäng)

En halvsfär av permanentmagnetmaterial har radien  $a$  och är placerad i ett koordinatsystem så som figuren visar. Halvsfären är homogent magnetiserad i  $z$ -led;  $\mathbf{M} = \hat{\mathbf{z}}M_0$ .

A) Beräkna de ekvivalenta magnetiseringsströmtätheterna  $\mathbf{J}_m$  och  $\mathbf{J}_{ms}$ . (2 poäng)

B) Beräkna magnetiska flödestätheten i punkten  $(0,0,0)$ . (3 poäng)

C) Beräkna magnetiska flödestätheten i punkten  $(0,0,a)$ . (3 poäng)



### Förståelsedel (4 poäng)

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- |   | ja                       | ?                        | nej                      |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>endast</b> på Gauss lag.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>endast</b> på att B-fältet är källfritt.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>endast</b> på att E-fältet är källfritt.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger <b>endast</b> på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- |   | ja                       | ?                        | nej                      |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Lorentzkraften beror enbart på B-fältet.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Laddningar i rörelse som utsätts för ett B-fält påverkas alltid av en kraft.        | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Laddningar i vila som utsätts för ett B-fält påverkas alltid av en kraft            | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Eftersom B-fältet är källfritt kan en magnetisk potential definieras.               | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| B-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material.     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| B-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- |  | ja                       | ?                        | nej                      |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Ju kraftigare magnetisering som önskas i en permanentmagnet desto bredare bör hystereskurvan vara.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I järnkärnan i en transformator är det önskvärt med en bred hystereskurva för att minimera förlusterna.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I ett ferromagnetiskt material förstärks ett externt pålagt magnetfält.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om vi använder metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna den magnetiska kraften kan antingen flödet eller strömmen hållas konstanta under den tänkta förflyttningen.      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om man håller strömmen konstant blir kraften större än om man håller flödet konstant eftersom batteriet i det fallet levererar energi till systemet för att hålla strömmen konstant. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna kraft kan endast användas i magnetostatiken, inte i elektrostatiken.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

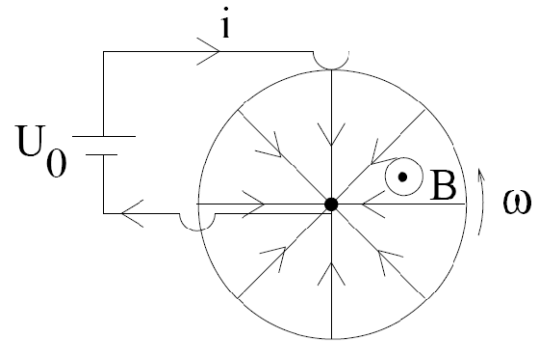
g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- |   | ja                       | ?                        | nej                      |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Permanentmagneter har ett magnetiseringsfält $\mathbf{M}$ som är nollskilt.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I en permanentmagnet vill man ha ett magnetiska material med en smal hystereskurva.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I järnkärnan hos en transformator vill man ha ett material med en smal hystereskurva.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Arean innanför den magnetiska hystereskurvan motsvarar energin som går åt vid omorientering av de magnetiska domänerna då man lägger på ett externt fält. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Järn har ett linjärt samband mellan B- och H-fälten.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Ett diamagnetiskt material motverkar ett pålagt externt fält.   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

### 3

#### Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En enkel likströmsmotor består av ett ekerhjul med radien  $a$  och  $n$  stycken ekrar. Hjulet befinner sig i ett axiellt homogent magnetfält med styrkan  $B$ . Varje eker har en resistans  $R$  medan resistansen hos nav och periferi är försumbara. Motorn är ansluten till en likspänning  $U_0$ . Beräkna motorns mekaniska effekt samt vridmoment som funktion av vinkelhastigheten  $\omega$ .



#### Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Gauss lag modifieras när man går från elektrostatik till elektrodynamik.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kontinuitetsekvationen innehåller samma nollskilda termer i statiken som i dynamiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Faradays induktionslag uttrycker att ett elektriskt fält kan genereras utan laddningsseparation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lentz lag följer av Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lenz lag säger att en inducerad spänning motverkar förändringen i det pålagda magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan inducera spänning i en ledare trots att $-dB/dt$ termen i Faradays lag är noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Retarderade potentialer kan används för att beskriva hur fältet från en punktladdning som rör sig breder ut sig i rummet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Retarderade potentialer är en konsekvens av att inget kan färdas snabbare än ljuset.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Retarderade potentialer är lösningar till Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den retarderade potentialen har formen $A(t-R/c)$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Retarderade potentialer kan uttryckas i komplex notation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man har en lösning till vågekvationen uttryckt i den magnetiska vektorpotentialen, $A$ , är även den skalära potentialen, $V$ , entydigt bestämd.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En monokromatisk våg innehåller flera frekvenskomponenter.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en god ledare är $\sigma/\omega\epsilon \ll 1$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I en god ledare är $\alpha \approx \beta$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en metall är vågimpedansen $Z \approx \sqrt{j\omega\mu/\sigma}$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För höga frekvenser är inträngningsdjupet mindre än för låga frekvenser.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Normalt gäller för dielektriska material med små förluster att $\alpha \approx \beta$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

# 4

## Problemlösningsdel (8 poäng)

A) I en plan, elektromagnetisk våg ges det elektriska fältet av uttrycket

$$E = E_0 \cos \left\{ \omega \left[ \frac{a_1 x + a_2 y + a_3 z}{c_0} - t \right] \right\}$$

där  $E_0$  är en konstant och  $c_0$  är ljushastigheten i vakuum. Vilka villkor måste konstanterna  $a_1$ ,  $a_2$  och  $a_3$  uppfylla för att uttrycket ovan ska vara konsistent med Maxwells ekvationer?

## Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Kontinuitetsekvationen kan härledas från Maxwells fyra postulat.

Utöver Maxwells fyra postulat är kontinuitetsekvationen nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att E-fältet är källfritt.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att B-fältet är källfritt.

ja ? nej

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Poyntings teorem uttrycker energikonservering.

Poyntingvektorn kan vara tidsberoende.

Poyntingvektorn kan definieras med komplexa B- och E-fält.

Poyntingvektorn har enheten  $W/m$ .

Poyntingvektorn kan bara definieras för monokromatiska fält.

Poyntingvektorn kan definieras som tidsmedelvärde eller som momentanvärde.

ja ? nej

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Transmissionskoefficienten för effekt är beloppet i kvadrat av transmissionskoefficienten för fält.

Reflektionskoefficienten för effekt är beloppet i kvadrat av reflektionskoefficienten för fält.

Summan av transmissionskoefficienten och reflektionskoefficienten för effekt i en och samma gränssyta mellan två förlustfria material är ett.

Vid beräkning med Fresnels ekvationer måste man ta hänsyn till vågens polarisering.

Vinkeln vid vilken totalreflektion inträffar härleds från Fresnells ekvationer.

Funktionen hos en optisk fiber kan förklaras av att reflektion i fibern sker vid Brewstervinkeln.

ja ? nej

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Snells lag gäller i gränssytor där permittiviteten är samma på båda sidor.

Snells reflektionslag säger att infallande och reflekterande fält har samma vinkel mot ytnormalen.

Snells brytningslag relaterar infallsvinkel till vinkeln på det transmitterade fältet.

Snells brytningslag härleds genom att betrakta randvillkoren för normalkomponenterna av E- och H-fälten i gränssytan.

Snells lag säger att när infallsvinkeln är större än kritiska vinkeln uppstår totalreflektion.

Totalreflektion uppstår då fältet går från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare medium.

ja ? nej

## Problemlösningsdel (8 poäng)

A) En Hertzdipol med dipolmomentet  $\mathbf{p} = \hat{z}p_0 \sin(\omega t)$  befinner sig i punkten  $(x,y,z)=(0,0,a)$  över ett stort ledande plan. Det ledande planets yta ges av ekvationen  $z=0$ . Bestäm ytladdningstätheten  $\rho_s$  i metallplanet.

## Förståelsedel (4 poäng)

<b>b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att E-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger <b>bland annat</b> på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
En kvartsvågsdipol har ett isotropt strålningsdiagram, dvs den strålar lika mycket effekt i alla riktningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En bra sändarantenn bör ha så liten strålningsresistans som möjligt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Antennen i en GPS mottagare bör ha så hög direktivitet som möjligt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En parabolantenn som används för att se satellit-TV är ett exempel på en antenn med mycket hög direktivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan använda två halvågsdipoler monterade bredvid varandra för att öka direktiviteten hos sin antennanordning jämfört med om man bara använder en enda halvågsdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vi behöver retarderade potentialer för att beskriva de elektriska och magnetiska fälten från en sändarantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
En Hertzdipol är en våglängd lång.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen i antennen längs en Hertzdipol kan antas vara konstant.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen hos en halvågsantenn är <i>oberoende</i> av strålningseffekten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen ökar med längden i kvadrat för en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En kvartsvågsantenn är ekvivalent med en halvågsantenn över ett ledande plan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen antas vara noll i änden av en kvartsvågsantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
En evanescent våg uppfyller vågekvationen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion ger upphov till evanescenta vågor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då linjärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då cirkulärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då elliptiskt polariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Brewstervinkeln definieras både för vågor med polarisering parallellt och vinkelrätt mot infallsplanet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

1. Först måste vi bestämma ett uttryck för kapacitansen:

$$\begin{aligned}
 \text{Spänning: } U &= \int_{0,3\mu\text{m}}^{1,8\mu\text{m}} E_1 \cdot dl + \int_{0,3\mu\text{m}}^{0,8\mu\text{m}} E_2 \cdot dl + \int_{0\mu\text{m}}^{0,3\mu\text{m}} E_3 \cdot dl = \\
 &= \int_{0,3\mu\text{m}}^{1,8\mu\text{m}} \frac{D}{\epsilon_1 \epsilon_0} \cdot dl + \int_{0,3\mu\text{m}}^{0,8\mu\text{m}} \frac{D}{\epsilon_2 \epsilon_0} \cdot dl + \int_{0\mu\text{m}}^{0,3\mu\text{m}} \frac{D}{\epsilon_3 \epsilon_0} \cdot dl = \\
 &= \int_{0,3\mu\text{m}}^{1,8\mu\text{m}} \frac{Q}{A \epsilon_1 \epsilon_0} \cdot dl + \int_{0,3\mu\text{m}}^{0,8\mu\text{m}} \frac{Q}{A \epsilon_2 \epsilon_0} \cdot dl + \int_{0\mu\text{m}}^{0,3\mu\text{m}} \frac{Q}{A \epsilon_3 \epsilon_0} \cdot dl = \\
 &= \frac{Q}{A \epsilon_1 \epsilon_0} \cdot 1\mu\text{m} + \frac{Q}{A \epsilon_2 \epsilon_0} \cdot 0,5\mu\text{m} + \frac{Q}{A \epsilon_3 \epsilon_0} \cdot 0,3\mu\text{m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Kapacitans: } C &= \frac{Q}{U} = \frac{1}{\frac{1}{A \epsilon_1 \epsilon_0} \cdot 1\mu\text{m} + \frac{1}{A \epsilon_2 \epsilon_0} \cdot 0,5\mu\text{m} + \frac{1}{A \epsilon_3 \epsilon_0} \cdot 0,3\mu\text{m}} \\
 &= \frac{A \epsilon_0}{\frac{1\mu\text{m}}{5} + \frac{0,5\mu\text{m}}{3} + \frac{0,3\mu\text{m}}{\epsilon_3}} = 6,123 \text{ nF}
 \end{aligned}$$

Beräkna  $\epsilon_3$ :

$$\frac{4 \cdot 10^{-9} \epsilon_0}{6,123 \text{ nF}} = \frac{1\mu\text{m}}{5} + \frac{0,5\mu\text{m}}{3} + \frac{0,3\mu\text{m}}{\epsilon_3} \Rightarrow$$

$$\frac{0,3\mu\text{m}}{\epsilon_3} = \frac{4 \cdot 10^{-9} \epsilon_0}{6,123 \text{ nF}} - \frac{1\mu\text{m}}{5} - \frac{0,5\mu\text{m}}{3} \Rightarrow$$

$$\epsilon_3 = \frac{0,3\mu\text{m}}{\frac{4 \cdot 10^{-9} \epsilon_0}{6,123 \text{ nF}} - \frac{1\mu\text{m}}{5} - \frac{0,5\mu\text{m}}{3}} \approx 1,4$$

$$\text{Svar } \epsilon_3 = 1,4$$

②

$$a) \quad \underline{\underline{J_m}} = \nabla \times M = \nabla \times (M_0 \hat{z}) = \underline{\underline{0}}$$

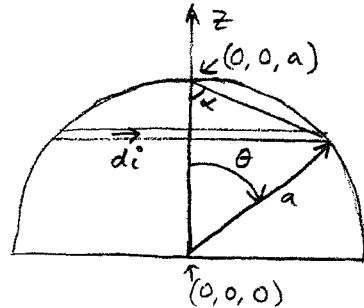
$$\underline{\underline{J_{ms}}} = M \times \hat{n} = M \times \hat{R} = \hat{z} M_0 \times \hat{R} = \underline{\underline{\hat{\varphi} M_0 \sin \theta}}$$

b) Dela in  $J_{ms}$  i cirkulära strömmar,  
 $di = M_0 \sin \theta \cdot a d\theta$ .

Formeln för  $B$  på axeln till en  
 cirkulär strömbana ger

$$dB(0,0,0) = \frac{\mu_0 di}{2 \cdot a \sin \theta} \sin^3 \theta \hat{z}$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{B(0,0,0)}} &= \frac{\mu_0}{2a} \hat{z} \int_0^{\pi/2} M_0 \sin \theta a d\theta \sin^2 \theta = \\ &= \frac{\mu_0}{2} M_0 \hat{z} \int_0^{\pi/2} \sin^3 \theta d\theta = \underline{\underline{\hat{z} \frac{\mu_0 M_0}{3}}} \end{aligned}$$

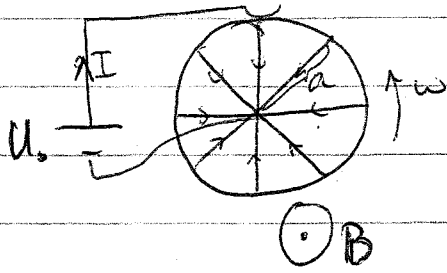


$$c) \quad dB(0,0,a) = \frac{\mu_0 di}{2 \cdot a \sin \theta} \sin^3 \alpha = \frac{\mu_0 M_0 \hat{z}}{2} d\theta \sin^3 \left( \frac{\pi - \theta}{2} \right)$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{B(0,0,a)}} &= \hat{z} \frac{\mu_0 M_0}{2} \int_0^{\pi/2} \cos^3(\theta/2) d\theta = \\ &= \hat{z} \mu_0 M_0 \int_0^{\pi/4} \cos^3 \beta d\beta = \underline{\underline{\hat{z} \frac{\mu_0 M_0}{6\sqrt{2}}}} \end{aligned}$$



3

Hjulets radie:  $a$ 

Krafter på laddningar  $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$   
 är riktad radieutåt då hjulet roterar  $\Rightarrow$   
 En rörelse emk induceras riktad utåt.

$$V_{\text{rörelse}} = \int_L \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{r=0}^a \omega r \hat{\varphi} \times B_0 \hat{z} \cdot \hat{r} dr =$$

$$= \int_{r=0}^a \omega r B_0 \hat{r} \cdot \hat{r} dr = \int_{r=0}^a \omega r B_0 dr = \frac{\omega a^2 B_0}{2}$$

Kirchoffs sp. laggar  $U_0 - V_{\text{rörelse}} = R \frac{I}{n} \Rightarrow V_{\text{rörelse}} = U_0 - R \frac{I}{n}$

$$U_0 - \frac{\omega a^2 B_0}{2} = R \frac{I}{n}$$

$$\Rightarrow I = \frac{n}{R} \left( U_0 - \frac{\omega a^2 B_0}{2} \right)$$

Mekanisk effekt  $P_{\text{mek}}$ :  $P_{\text{mek}} = P_{\text{batteri}} - P_{\text{värmeförluster}} =$

$$= U_0 I - n R \left( \frac{I}{n} \right)^2 = I \left( U_0 - R \frac{I}{n} \right) =$$

$$= \frac{n}{R} \left( U_0 - \frac{\omega a^2 B_0}{2} \right) \frac{\omega a^2 B_0}{2}$$

Vridmoment  $\Rightarrow P_{\text{mek}} = \omega \cdot T_{\text{mek}}$

$$\Rightarrow T_{\text{mek}} = \frac{P_{\text{mek}}}{\omega} = \frac{n}{R} \left( U_0 - \frac{\omega a^2 B_0}{2} \right) \frac{a^2 B_0}{2}$$

4

In för vektorerna  $a_1 = (a_1, a_2, a_3)$

$$k = \omega a_1 / c$$

Nu kan vi skriva uttrycket på "vänligt" sätt

$$E(r, t) = \operatorname{Re} \left\{ E_0 \exp[i(k \cdot r - \omega t)] \right\}$$

$$\vec{E}(r) \approx E_0 e^{i k \cdot r}$$

Ovanstående uttryck insatt i Gauss lag för vakuum  $\nabla \cdot E = 0 \Rightarrow$

$$k \cdot E_0 = 0. \text{ Med } k = \frac{\omega a_1}{c} \text{ måste alltså gälla att}$$

$$a_1 \cdot E_0 = 0 \text{ för att Maxwells ekr. ska vara uppfylld.}$$

Uttrycken  $\nabla \times \vec{E} = -j\omega \mu \vec{H}$  och  $\nabla \times \vec{H} = j\omega \epsilon \vec{E}$  med

samma ansats (plus motsvarande ansats för H-fältet) ger

$$k \times E_0 = \mu_0 \omega H_0 \text{ respektive } k \times H_0 = -\epsilon_0 \omega E_0$$

$$\text{Kombinera dessa två ekr } \Rightarrow: (k^2 - \epsilon_0 \mu_0 \omega^2) E_0 = 0 \text{ där } k = |k|$$

och motsvarande för H-fältet

$$\text{Alltså måste det gälla att } k^2 - \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 = 0$$

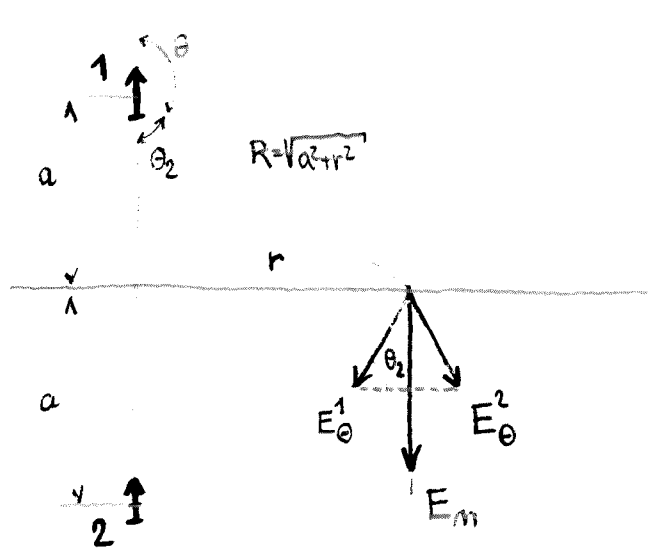
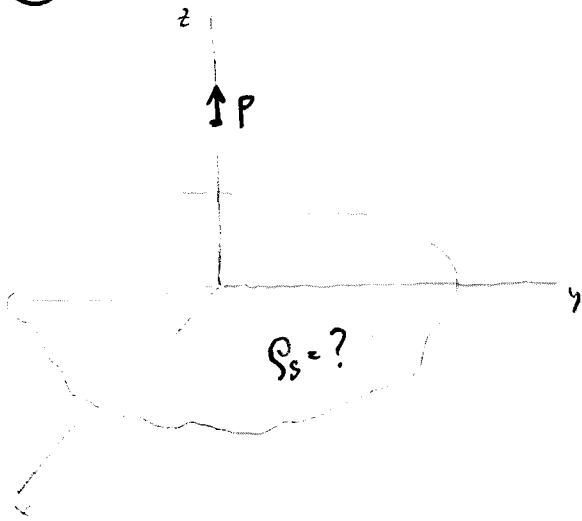
$$\text{eller } k^2 = \epsilon_0 \mu_0 \omega^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$\text{Med } k = \frac{\omega a_1}{c} \text{ betyder det att } |a_1|^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1$$

Alltså måste det gälla att

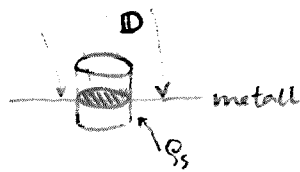
$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1 \text{ och } a_1 \cdot E_0 = 0$$

⑤ Hertzdipol  $\mathbf{p} = \hat{z} p_0 \sin \omega t \rightarrow \bar{\mathbf{p}} = -j p_0$



i vågzonem:  $\bar{\mathbf{E}}_{\theta} = j \cdot \frac{\bar{I} dl}{4\pi} \left( \frac{e^{-j\beta R}}{R} \right) z_0 \beta \cdot \sin \theta$

från Gauss lag  $\oint \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q$   
 $D_m = \rho_s$



$$\bar{\rho}_s = \bar{D}_m = \epsilon_0 \bar{E}_m = \epsilon_0 \cdot 2 \cdot \sin \theta_2 \bar{\mathbf{E}}_{\theta} \quad \left| \begin{array}{l} \theta_2 = \pi - \theta \\ \sin \theta_2 = \sin \theta \end{array} \right| = \epsilon_0 \cdot 2 \sin \theta \bar{\mathbf{E}}_{\theta} =$$

$$= \epsilon_0 \cdot 2 \cdot \frac{r}{\sqrt{a^2 + r^2}} \cdot j \frac{\bar{I} dl}{4\pi} z_0 \beta \cdot \frac{r}{\sqrt{a^2 + r^2}} \cdot \frac{e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{\sqrt{a^2 + r^2}} =$$

$$= j \frac{\epsilon_0 \bar{I} dl}{2\pi} z_0 \beta \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}} \quad \left| \begin{array}{l} z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot \epsilon_0 \cdot z_0 = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{1}{c} \\ \beta = \frac{\omega}{c} \end{array} \right|$$

$$= j \frac{\bar{I} dl}{2\pi} \frac{\omega}{c^2} \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}} \quad \left| \begin{array}{l} \bar{\mathbf{p}} = \frac{\bar{I} dl}{j\omega} = -j p_0 \rightarrow \bar{I} dl = \omega \cdot p_0 \end{array} \right|$$

$$= j \frac{p_0}{2\pi} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}} = \underline{\underline{j \frac{p_0 \cdot \beta^2}{2\pi} \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}}}} \quad \left[ \frac{C}{m^2} \right]$$