

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.
EEF031 2010-12-15 kl. 14.00-18.00

| | |
|-----------------------------|---|
| Tillåtna hjälpmedel: | BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori |
| Förfrågningar: | Xuezhi Zeng, 076-274 31 70, 772 1723 |
| Lösningar: | anslås på kursens hemsida |
| Resultatet: | anslås på kursens hemsida |
| Granskning: | Sker på plats och tid enligt resultatlistan |
| Kom ihåg | Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar. |

OBS!

Resultat från **årets** dugga får tillgodoräknas på elektrostatik- (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningssdelen räknas separat. Bonuspoäng från **årets** omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej.

Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

Anonym kod:

(Var vänlig ange den email-adress som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

1 (Elektrostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En telefonledning sitter upphängd på stolpar 5 m över marken. Beräkna ledningens kapacitans per meter. Hur definierar vi lämpligen kapacitansen för en ensam ledare? För beräkningarna kan vi anta att ledningen är mycket lång och att den har diametern 1 mm.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? ja ? nej

| | | | |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på Gauss lag. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? ja ? nej

| | | | |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| I elektrostatiken är E-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I elektrostatiken är E-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I elektrostatiken är D-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I elektrostatiken är D-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent härleds utifrån att E-fältet är konservativt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Randvillkoret för E-fältets normalkomponent härleds utifrån att E-fältet är konservativt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? ja ? nej

| | | | |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Om man definierar den elektrostatiske potentialen, V , som $E = -\nabla V$ betyder det att den elektriska lägesenergin hos en positiv testladdning minskar då man tillför arbete för att flytta laddningen från en punkt till en annan. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Elektrostatisk potential är en vektorstorhet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Vinkeln mellan en ekvipotentialyta och E-fältslinjerna är 90 grader. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| E-fältslinjerna beskriver alltid slutna kurvor i statiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En laddning i vila i ett elektrostatiske fält känner alltid en kraft. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En laddning som rör sig i ett elektrostatiske fält känner alltid en kraft. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

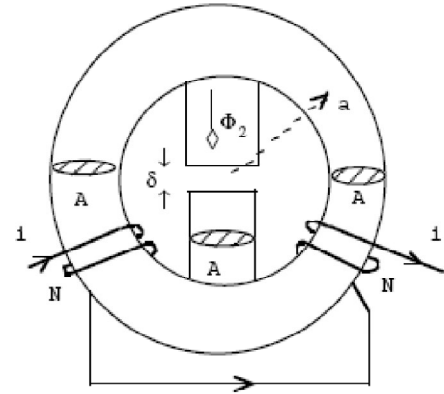
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? ja ? nej

| | | | |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| P-fältet spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som M-fältet i magnetostatiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| D-fältet spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som H-fältet i magnetostatiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Potentialen V spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som A-fältet i magnetostatiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Källan till förskjutningsfältet, D , är de fria laddningarna plus polarisationsladdningarna. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Dielektriska egenskaper modelleras med elektriska dipoler. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Summan av alla polarisationsladdningar och ytpolarisationsladdningar i ett oladdat objekt kan vara skild från noll. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

2 (Magnetostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

En järnring med medelradien $a=8$ cm och tvärsnittsytan $A = 1,0 \text{ cm}^2$ är försedd med en diametral brygga av samma material som ringen. På ringhalvorna finns två seriekopplade lindningar med vardera $N = 100$ varv och strömmen är $i = 2$ mA. Det finns ett luftgap med längden $\delta = 2$ mm i bryggan. Permeabilitetsfaktorn i järnringen är $\mu_r = 800$.



- Beräkna flödet Φ_2 genom bryggan. (4 poäng)
- Beräkna H-fältet i luftgapet. (2 poäng)
- Beräkna självinduktansen. (2 poäng)

Förståelsedel (4 poäng)

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker ett av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs två av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på Gauss lag. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att B-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att E-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Lorentzkraften beror både på E- och B-fältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Laddningar i rörelse som utsätts för ett B-fält påverkas alltid av en kraft. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Laddningar i vila som utsätts för ett B-fält påverkas alltid av en kraft | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| B-fältet är en skalär storhet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Eftersom B-fältet är källfritt kan en magnetisk potential definieras. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den magnetiska potentialen är en skalär storhet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Ju kraftigare magnetisering som önskas i en permanentmagnet desto bredare bör hystereskurvan vara. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I järnkärnan i en transformator är det önskvärt med en bred hystereskurva för att minimera förlusterna. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I ett ferromagnetiskt material förstärks ett externt pålagt magnetfält. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om vi använder metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna den magnetiska kraften kan antingen flödet eller strömmen hållas konstanta under den tänkta förflyttningen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om man håller strömmen konstant blir kraften större än om man håller flödet konstant eftersom batteriet i det fallet levererar energi till systemet för att hålla strömmen konstant. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna kraft kan endast användas i magnetostatiken, inte i elektrostatiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Randvillkoret för B-fältets normalkomponent härleds från att B-fältet är divergensfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| B-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| B-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| H-fältets tangentialkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| H-fältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Strömtäthetsfältets normalkomponent är alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

3

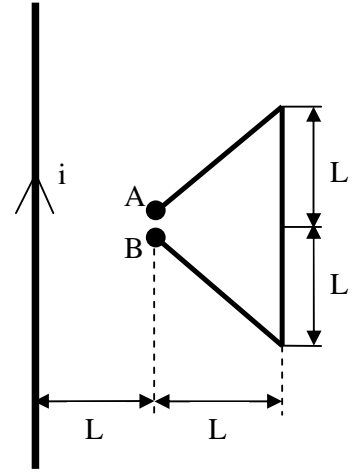
Problemlösningsdel (8 poäng)

I den långa raka ledaren går en i tiden avtagande ström $i(t) = I_0 e^{-\alpha t}$ ($\alpha > 0$) med riktning enligt figuren. Nära ledaren ligger en triangulär slinga, se figuren.

a) I slingan finns en liten öppning mellan punkterna A-B. Beräkna den inducerade spänningen mellan dessa punkter. Ange även spänningens polaritet. (5 poäng)

b) Om vi kopplar in en resistor med resistansen R mellan A-B kommer en ström att gå i slingan. I vilken riktning går strömmen? Hur stor är den momentana effektutvecklingen i resistansen? (2 poäng)

c) Tar beräkningen ovan hänsyn till den triangulära spolens egeninduktans? Om inte, beskriv hur man kan göra för att ta med den i beräkningen. (1 poäng)



Förståelsedel (4 poäng)

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är konservativt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Gauss lag modifieras när man går från elektrostatik till elektrodynamik. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Kontinuitetsekvationen innehåller samma nollskilda termer i statiken som i dynamiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Faradays induktionslag uttrycker att ett elektriskt fält kan genereras utan laddningsseparation. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Lenz lag följer av Amperes lag. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Lenz lag säger att en inducerad spänning motverkar förändringen i det pålagda magnetfältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Man kan inducera spänning i en ledare trots att $-dB/dt$ termen i Faradays lag är noll. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| I elektromagnetismen är E-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I elektromagnetismen är E-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I elektromagnetismen är H-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I elektromagnetismen är B-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I elektromagnetismen är J-fältets tangentialkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I elektromagnetismen är J-fältets normalkomponent alltid kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| En monokromatisk våg innehåller flera frekvenskomponenter. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För en god ledare är $\sigma/\omega\epsilon \gg 1$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I en god ledare är $\alpha \approx \beta$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För en metall är vågimpedansen $Z \approx \sqrt{j\omega\mu/\sigma}$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För höga frekvenser är inträngningsdjupet mindre än för låga frekvenser. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Normalt gäller för dielektriska material att $\sigma/\omega\epsilon \gg 1$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Problemlösningsdel (8 poäng)

En sinusformad plan våg med det komplexa E-fältet

$$\vec{E} = \hat{y}10e^{-j(6x-8z)} \text{ V/m}$$

propagerar i luft in mot ett perfekt ledande plan beläget vid $z=0$.

- a) Vad är frekvensen och propagationsriktningen hos vågen. (2 poäng)
 b) Beräkna E- och H-fälten för den reflekterade vågen. (4 poäng)
 c) Bestäm den inducerade strömtätheten på det ledande planet. (2 poäng)

Förståelsedel (4 poäng)**d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

Kontinuitetsekvationen kan härledas från Maxwells fyra postulat.

ja ? nej

Utöver Maxwells fyra postulat är kontinuitetsekvationen nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att E-fältet är källfritt.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att B-fältet är källfritt.

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

Retarderade potentialer kan användas för att beskriva hur fältet från en punktladdning som rör sig breder ut sig i rummet.

Retarderade potentialer är en konsekvens av att inget kan färdas snabbare än ljuset.

Retarderade potentialer är lösningar till Poissons ekvation.

Den retarderade potentialen som löser vågekvationen har rum och tidsberoendet ($t-R/c$).

Den retarderade potentialen kan endast uttryckas i den magnetiska vektorpotentialen, A .

Om man har en lösning till vågekvationen uttryckt i den magnetiska vektorpotentialen, A , är även den skalära potentialen, V , entydigt bestämd.

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej'

Fresnels ekvationer härleds från Snells brytningslag

Totalreflektion sker vid Brewstervinkeln.

Vid beräkning med Snells lag måste man ta hänsyn till vågens polarisering.

Totalreflektion är möjlig då vågen går från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare medium.

Funktionen hos en optisk fiber kan förklaras med fenomenet totalreflektion.

Vinkeln vid vilken totalreflektion inträffar härleds från Fresnells ekvationer.

g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

Elektromagnetisk fält som inte uppfyller vågekvationen kan existera.

En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt och omagnetiskt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då linjärpolariserad.

En linjärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt och omagnetiskt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen kan då bli noll.

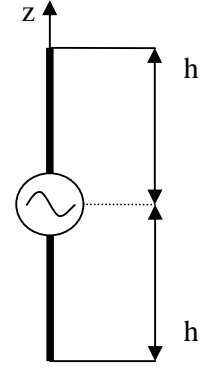
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt och omagnetiskt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då elliptiskt polariserad.

Totalreflektion ger upphov till evanescenta vågor.

Evanescenta vågor uppfyller vågekvationen.

Problemlösningsdel (8 poäng)

- a) Utgå från uttrycket på E-fältet för en Hertzdipol och räkna fram ett uttryck på fjärrfältet från en centermatad halv vågsdipol. Antennens längd är $2h = \lambda/2$. Utgå från att strömfördelningen längs dipolen beskrivs av uttrycket $I(z) = I_0 \sin[\beta(h - |z|)]$. *Ledning: I fältuttrycket för Hertzdipolen finns ingår längden på vektorn från antennen till fältpunkten i exponenten och i nämnaren. I nämnaren kan vektorns längs antas vara konstant längs hela antennen.*

**Förståelsedel (4 poäng)****b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Poyntings teorem uttrycker energikonservering. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Poyntingvektorn kan vara tidsberoende. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Poyntingvektorn kan definieras med komplexa B- och E-fält. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Poyntingvektorn har enheten W/m . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Poyntingvektorn kan bara definieras för monokromatiska fält. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Poyntingvektorn kan definieras som tidsmedelvärde eller som momentanvärde. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| En Hertzdipol är en våglängd lång. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Strömmen i antennen längs en Hertzdipol kan antas vara konstant. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Strålningsresistansen hos en halv vågsantenn är <i>oberoende</i> av strålningseffekten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Strålningsresistansen ökar med längden i kvadrat för en Hertzdipol. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En kvartsvågsantenn är ekvivalent med en halv vågsantenn över ett ledande plan. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Strömmen antas vara noll i änden av en kvartsvågsantenn. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

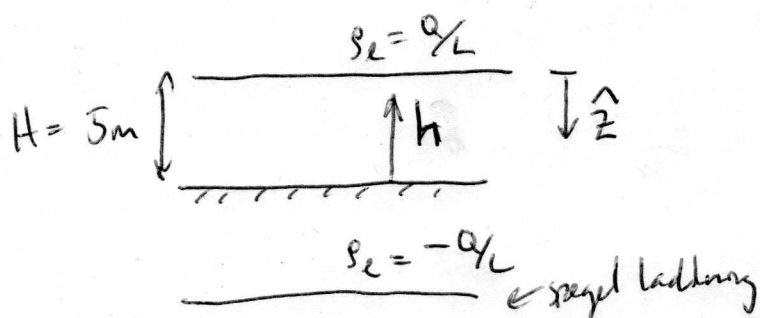
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $j\omega$ -metoden grundar sig på ett antagande om monokromatiska fält. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i komplexa metoden till multiplikation med $j\omega$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Enda sättet att definiera tidsberoendet för komplexa fält är $e^{-i\omega t}$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om β är direkt proportionellt mot ω är materialet dispersionsfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Rent och perfekt vakuum är dispersivt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att ett material ska vara dispersionsfritt måste grupphastigheten vara skild från fashastigheten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

①

Tenta 2010-12-15

Att beräkna kapacitansen kräver att man beräkna
 spänningsskillnad mellan de två ledarna. Låt den ena
 vara träd, den andra marken. Antag vidare att
 förhållandena är sådana att vi kan använda spegling
 för att lösa problemet. Antag laddning Q på
 ledaren, beräkna ΔV .



H är trädets höjd över marken ($H=5$)
 R är trädets radie ($R=0,0005$)

Fältet som funktion av h : $E(h) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{5-h} + \frac{1}{5+h} \right) \hat{z}$

Spänningsskillnad

$$|\Delta V| = \int_0^{H-R} E \cdot dh = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{H-R} \left(\frac{1}{5-h} + \frac{1}{5+h} \right) dh$$

$$= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \left(\ln(10-0,0005) - \ln 0,0005 \right) = 5,6 \text{ pF/m}$$

Kapacitans/meter

$$C = \frac{Q}{|\Delta V|} = 5,6 \text{ pF/m}$$

Problem 2.

a)

According to the figure:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_L + \Phi_R = \Phi_2 \text{ (conservation of magnetic flux)} \\ \Phi_L = \Phi_R \text{ (symmetry)} \end{array} \right.$$

$$\Phi_2 = 2\Phi_L$$

According to Ampere's law

$$H_L \cdot \pi a + H_B(2a - \delta) + H_{air} \cdot \delta = NI$$

$$\Rightarrow \frac{\Phi_L}{\mu_0 A} \cdot \pi a + \frac{\Phi_2}{\mu_0 A} (2a - \delta) + \frac{\Phi_2}{\mu_0 A} \cdot \delta = Ni$$

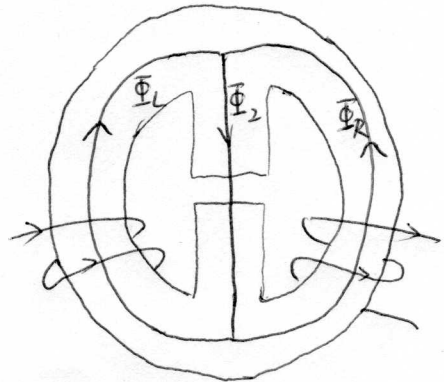
$$\Rightarrow \frac{\Phi_2}{2\mu_0 A} \pi a + \frac{\Phi_2}{\mu_0 A} (2a - \delta) + \frac{\Phi_2}{\mu_0 A} \cdot \delta = Ni$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\pi a}{2\mu_0 A} + \frac{2a - \delta}{\mu_0 A} + \frac{\delta}{\mu_0 A} \right) \Phi_2 = Ni$$

$$\Rightarrow \Phi_2 = \frac{Ni}{\frac{1}{\mu_0 A} \left(\frac{\pi a}{2\mu_r} + \frac{2a - \delta}{\mu_r} + \delta \right)}$$

$$= \frac{Ni \mu_0 A}{\frac{\pi a}{2\mu_r} + \frac{2a - \delta}{\mu_r} + \delta}$$

$$\approx 1.05 \cdot 10^{-8} \text{ Wb}$$



$$b) H_{air} = \frac{\Phi_2}{\mu_0 A}$$

$$\approx \frac{1.05 \cdot 10^{-8}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-4}}$$

$$\approx 83.56 \text{ A/m}$$

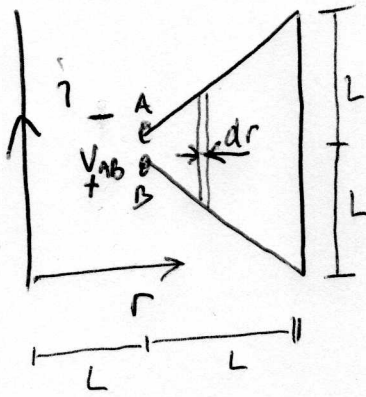
$$c) L = \frac{\Lambda}{i}$$

$$= \frac{2N \cdot \Phi_L}{i}$$

$$= \frac{2 \cdot 100 \cdot \frac{\Phi_2}{2}}{2 \cdot 10^{-3}}$$

$$\approx 0.53 \text{ mH}$$

3



B-fältet från den långa raka ledaren ges av Amperes lag:

$$B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad (\text{där } r \text{ är avståndet från ledaren})$$

Vi behöver nu beräkna det magnetiska flödet genom den triangulära slingan.

$$\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_L^{2L} \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \cdot 2(r-L) dr = \frac{\mu_0 i}{\pi} [r-L \ln r]_L^{2L} = \frac{\mu_0 i L}{\pi} (1 - \ln 2)$$

a) Inducerad spänning $V_{AB} = -\frac{d\Phi}{dt}$ med strömmen $i = I_0 e^{-\alpha t}$ fas

$$-\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{\mu_0 I_0 e^{-\alpha t} L}{\pi} (1 - \ln 2) \right] = -\frac{\mu_0 I_0 L}{\pi} (1 - \ln 2) \alpha e^{-\alpha t}$$

Strömmen i genererar ett i tiden avtagande flöde Φ i slingan.

Lenz lag säger att inducerade spänningar vill motverka förändringar

Den inducerade spänningen bör således ha polaritet så att den vill driva en ström medsols i den triangulära slingan

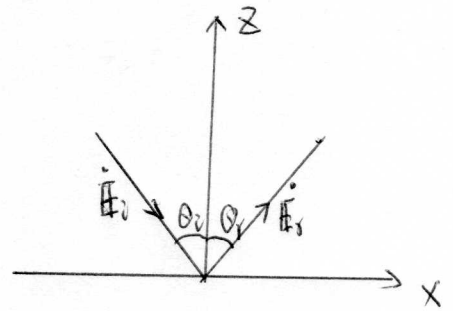
$$\text{Således } V_{AB} = -\frac{\mu_0 I_0 L}{\pi} (1 - \ln 2) \alpha e^{-\alpha t}$$

b) Strömmen går medsols. Effektuträkningen $P(t) = \frac{V_{AB}^2}{R}$

c) Räkningar tar ej hänsyn till egeninduktansen. Man kan ta hänsyn till denna genom att beräkna egeninduktansen L och ta med den i krets-ekvationen då man beräknar strömmen. Alternativt beräkna vilket flöde Φ_{egen} som genereras av strömmen vi använt i uppgift b. Sedan beräknar vi $\frac{d\Phi_{egen}}{dt}$ och ser hur totala inducerade spänningar ändras.

Problem 4

$$\dot{\vec{E}}_i = \hat{y} 10 e^{-j(6x-8z)} = \dot{E}_{i0} e^{-j(6x-8z)}$$



a) $k_i = 6\hat{x} - 8\hat{z}$

$$k_i = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$$k_i = \frac{\omega^2}{c^2} \Rightarrow f = \frac{k_i c}{2\pi}$$

$$= \frac{10 \cdot 3 \cdot 10^8}{2\pi}$$

$$\approx 4.8 \cdot 10^8 \text{ Hz}$$

Propagation direction:

$$\hat{k}_i = \frac{k_i}{k_i} = \frac{6\hat{x} - 8\hat{z}}{10} = \frac{3\hat{x} - 4\hat{z}}{5}$$

b) $k_r = 6\hat{x} + 8\hat{z}$ $\hat{k}_r = \frac{k_r}{k_r} = \frac{3\hat{x} + 4\hat{z}}{5}$

$$P = -1$$

$$\dot{\vec{E}}_r = P \dot{E}_{i0} e^{-jk_r \cdot \vec{r}}$$

$$= -\hat{y} 10 e^{-j(6x+8z)}$$

$$\dot{H}_r = \hat{k}_r \times \frac{\dot{E}_r}{\eta_0}$$

$$= \frac{1}{\eta_0} \left(\frac{3\hat{x} + 4\hat{z}}{5} \right) \times \left[-\hat{y} 10 e^{-j(6x+8z)} \right]$$

$$= \frac{1}{\eta_0} (-6\hat{z} + 8\hat{x}) e^{-j(6x+8z)}$$

c) $\dot{H}_i = \hat{k}_i \times \frac{\dot{E}_i}{\eta_0}$

$$= \frac{1}{\eta_0} \left(\frac{3\hat{x} - 4\hat{z}}{5} \right) \times \left[\hat{y} 10 e^{-j(6x-8z)} \right]$$

$$= \frac{1}{\eta_0} (6\hat{z} + 8\hat{x}) e^{-j(6x-8z)}$$

Boundary condition:

$$\hat{n} \times (\dot{H}_1 - \dot{H}_2) = \dot{J}_s$$

$$\dot{H}_1 = \dot{H}_i + \dot{H}_r \quad (z=0) \quad \dot{H}_2 = 0$$

$$\dot{J}_s = \hat{z} \times \frac{1}{\eta_0} (16\hat{x}) e^{-j6x}$$

$$= \frac{16}{\eta_0} \hat{y} e^{-j6x}$$

$$= \hat{y} \frac{2}{15\pi} e^{-j6x} \quad [\eta_0 = 120\pi]$$

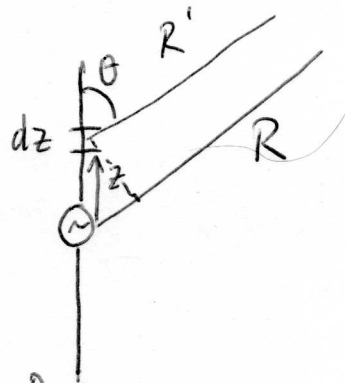
5

Strömfördelningen längs antennen skrivs

$$I(z) = I_0 \sin \beta(h - |z|)$$

Vi använder uttrycket för E-fältet i fjärrfältet från en Hertzdipol och integrerar upp fältbidrag från dz -element längs antennen.

Vi kan skriva $R' \approx R - z \cos \theta$



Fältbidraget från ett litet stycke dz

kan skrivas: $dE_\theta = j \frac{I dz}{4\pi R'} \frac{e^{-j\beta R'}}{R'} z_0 \beta \sin \theta$

Integrerar nu totala fältet (med $R' \approx R$ i nämnaren)

$$E_\theta = j \frac{I_0 z_0 \beta \sin \theta}{4\pi R} e^{-j\beta R} \int_{-h}^h \sin \beta(h - |z|) e^{j\beta z \cos \theta} dz$$

med $e^{j\beta z \cos \theta} = \cos(\beta z \cos \theta) + j \sin(\beta z \cos \theta)$

och integration av jämn/gärna udda funktion av z över symmetriska gränser som är lika med noll får:

$$E_\theta = j \frac{I_0 z_0 \beta \sin \theta}{2\pi R} e^{-j\beta R} \int_0^h \sin \beta(h - z) \cos(\beta z \cos \theta) dz$$

$$= \frac{j 60 I_0}{R} e^{-j\beta R} \left(\frac{\cos(\beta h \cos \theta) - \cos \beta h}{\sin \theta} \right)$$