

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.

EEF031 2009-12-16 kl. 8.30-12.30

Tillåtna hjälpmedel:	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar:	Andreas Fhager, 076-125 7012, 772 1723
Lösningar:	anslås på kursens hemsida
Resultatet:	anslås på kursens hemsida
Granskning:	Sker på plats och tid enligt resultatlistan
Kom ihåg	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

OBS!

Resultat från duggan får tillgodoräknas på elektrostatik- (1) respektive magnetostatiktalet (2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Bonuspoäng från webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet. Var vänlig ange på försättsbladet på vilket tal ni vill tillgodoräkna er poäng från duggan.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras. De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej. Riktigt svar ger +0.2poäng oriktigt svar ger -0.2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

Anonym kod:

(Var vänlig ange den email-adress som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

1 (Elektrostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

Inner- respektive ytterradien hos ledarna hos en koaxialkabel är a respektive b . Utrymmet mellan ledarna är fyllt med ett inhomogent medium där permittiviteten ϵ är en funktion av radien, r . Ytterledaren är jordad och innerledaren har potentialen U_0 .

- a) Visa hur permittiviteten måste bero av r för att E-fältet ska bli konstant mellan ytter- och innerledarna. (4 poäng)
- b) För samma område, där E-fältet är konstant, beräkna polarisationsladdningstätheten ρ_{pv} och ytpolarisationsladdningstätheten ρ_{ps} . (4 poäng)

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger på exakt ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger på exakt två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Poissons ekvation kan härledas direkt från kontinuitetsekvationen och definitionen av elektrostatisk potential.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I vissa fall kan vi lösa Poissons ekvation med hjälp av spegling i isolerade ytor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det är möjligt att lösa Poissons ekvation med hjälp av spegling i metalltytor som kan tillåtas ha en <i>godtycklig form</i> .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar fältet som $1/R^3$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På avstånd av samma storleksordning som avståndet mellan laddningarna i en elektrisk dipol avtar fältet som $1/R^3$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Coulombs lag uttrycker hur stor kraften är mellan laddningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ohms lag är ett av postulaten i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Eftersom det elektrostatiska fältet är <i>icke-källfritt</i> kan en potential definieras.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Enda sättet att definiera den elektrostatiska potentialen är som $E = -\nabla V$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det elektriska fältet är en skalär storhet med enheten V/m.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lösning av Laplaces ekvation ger upphov till retarderade potentialer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan definiera kapacitans för en enskild ledare.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om epsilon och sigma gör ett material är homogena är kapacitans och resistans relaterade via dessa materialparametrar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

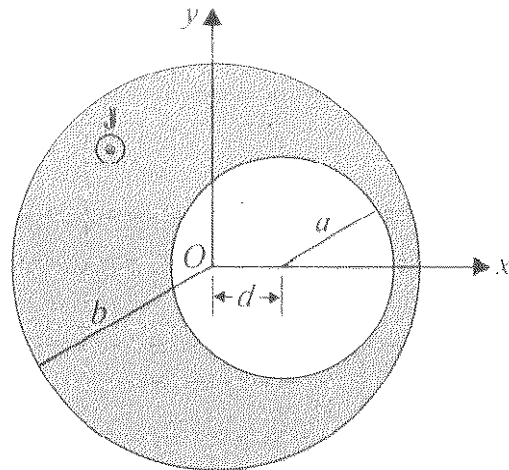
f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
D-fältet spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som H-fältet i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
P-fältet spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som B-fältet i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältet spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som A-fältet i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Gauss lag i elektrostatiken motsvaras ungefär av Amperes lag i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för det elektrostatiska fältets tangentialkomponent härleds från att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för det elektrostatiska fältets normalkomponent härleds från Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2 (Magnetostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) I en mycket lång rak cylinder är ett cylindriskt hål utskuret. Centrum på det urskurna hålet är förskjutet avståndet d från centrum av den större cylindern, se figuren. Antag vidare att en strömtäthet är jämt fördelad i denna ledare. Beteckna den axiella strömtätheten som $= J_0 \hat{z}$, beräkna storlek och riktning på B-fältet i det cylindriska hålet. Man kan anta att förskjutningen d och radierna på cylindrarna är sådana att den urskurna cylindern är helt omsluten av den större cylindriska ledaren, dvs $d+a < b$.



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger på exakt ett av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger på exakt två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger endast på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Man kan välja rotationen av den magnetiska vektorpotentialen fritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen är entydigt bestämd utifrån Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Magnetiska dipolmoment används för att modellera magnetiska materialegenskaper.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För att modellera magnetiska materialegenskaper med magnetiska dipoler krävs ett makroskopiskt synsätt på dipolmomenten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det makroskopiska synsättet innebär att vi kan modellera fluktuationer i de magnetiska egenskaperna på en längdskala av samma storleksordning som atomens egen storlek.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fältet från en magnetisk dipol avtar som $1/R^3$ på stort avstånd från dipolen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

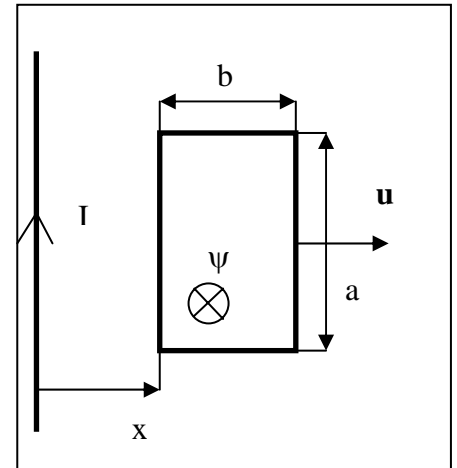
	ja	?	nej
Den magnetiska vektorpotentialen kan definieras tack vare att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen utanför en strömförande tråd cirkulerar runt tråden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\text{Div}(\mathbf{J})=0$ är en konsekvens av att vi betraktar likströmmar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om vi använder metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna den magnetiska kraften kan både flöde och ström hållas konstanta under den tänkta förflyttningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man håller strömmen konstant blir kraften större än om man håller flödet konstant eftersom batteriet i det fallet levererar energi till systemet för att hålla strömmen konstant.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om vi håller det magnetiska flödet konstant ska vi ha ett minustecken framför derivatan av energin.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Lorentzkraften beror både på B- och E-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar i rörelse som utsätts för ett B-fält <i>kan</i> påverkas av en kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar som rör sig <i>parallellt</i> med B-fältslinjerna utsätts för en kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar i rörelse som utsätts för ett E-fält påverkas av en kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laddningar i <i>vila</i> som <i>endast</i> utsätts för ett B-fält <i>kan</i> påverkas av en kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I ett koordinatsystem som följer med en laddning som rör sig vinkelrätt mot B-fältslinjerna kommer $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ att bli noll och därmed påverkas inte laddningen av någon kraft.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

En rektangulär slinga med sidorna a och b rör sig med konstant hastighet u bort från en mycket lång rak ledare som leder en ström I . Det går bra att försumma den rektangulära slingans egeninduktans.



- a) Antag att slingan rör sig enbart i x -riktningen och beräkna den inducerade spänningen i slingan som funktion av tiden. Skriv upp ett uttryck som gäller under antagandet att hastigheten u är konstant och att strömmen I är en likström. Gör detta med hjälp av att integrera $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ längs slingan. Antag att $x(t=0) = b$. (3 poäng)
- b) Visa hur man kan komma till samma inducerade spänning genom att istället beräkna tidsderivatan av det magnetiska flödet genom slingan. (2 poäng)
- c) Om vi även tillåter att strömmen I är en sinusvarierande växelström, hur ser då uttrycket för den inducerade spänningen ut om den kvadratiske slingan fortfarande rör sig med konstant hastighet u längs x -axeln. (3 poäng)

Förståelsedel (4 poäng)

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger på exakt tre av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger på exakt fyra av Maxwells postulat | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av \mathbf{H} -fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på Faradays lag. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på Gauss lag. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att \mathbf{B} -fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Gauss lag modifieras när man går från magnetostatik till elektrodynamik. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Kontinuitetsekvationen innehåller samma nollskilda termer i statiken som i dynamiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Faradays induktionslag uttrycker att ett elektriskt fält kan genereras utan laddningsseparation. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Lentz lag följer av Amperes lag. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Lenz lag säger att en inducerad spänning motverkar förändringen i det pålagda magnetfältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Man kan inducera spänning i en ledare trots att $-d\mathbf{B}/dt$ termen i Faradays lag är noll. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $j\omega$ -metoden för fältberäkningar fungerar för fält med godtyckligt tidsberoende. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i komplexa metoden till multiplikation med $j\omega$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Enda sättet att definiera tidsberoendet för komplexa fält är $e^{i\omega t}$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om β är direkt proportionellt mot ω är materialet dispersionsfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Att ett material är dispersivt betyder att ljushastigheten varierar med frekvensen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att ett material ska vara dispersionsfritt måste grupphastigheten vara skild från fashastigheten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- | | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Den skalära potentialen ger upphov till elektriska fält som härrör sig från laddningsseparation. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den magnetiska vektorpotentialen ger upphov till elektriska fält som härrör sig från tidsvarierande strömmar. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Egeninduktansen i en spole relaterar till hur mycket magnetisk energi som komponenten kan lagra. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Det länkade flödet används vid induktionsberäkningar. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den lagrade energin hos en spole har ett kvadratisk beroende av strömmen i spolen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den lagrade energin hos två spolar som är magnetiskt kopplade till varandra fås genom att summera de i strömmen kvadratiske uttrycken på energin hos respektive spole. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Problemlösningsdel (8 poäng)

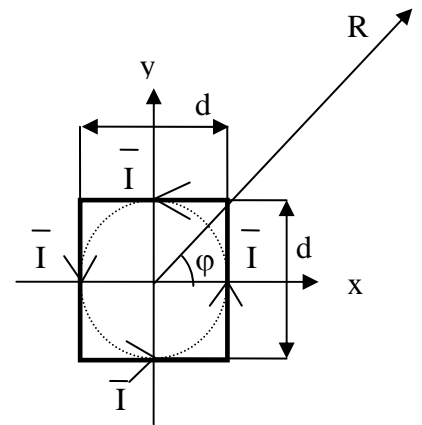
a) Ett flygplan flyger över havsytan samtidigt som det sänder ut en radiosignal. Antag att signalen kan beskrivas av en plan våg som propagerar vertikalt nedåt mot havsytan. Frekvensen hos den utsända signalen är 1 MHz och fältstyrkan 1000V/m. Om en ubåt kräver fältstyrkan $10 \mu\text{V/m}$ för att kunna ta emot signalen. Vilket är det maximala djupet på vilket den kan befinna sig för att fortfarande kunna nås av flygplanets radiosignaler? Antag att havsvatten har konduktiviteten 4 S/m och $\mu=\mu_0$.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
I uppgiften ovan behöver vi beräkna transmissionskoefficienten i vattenytan. För att härleda den betraktar vi de randvillkoren för tangentialkomponenterna av E- och H-fälten i vattenytan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I uppgiften ovan behöver vi beräkna transmissionskoefficienten i vattenytan. För att härleda den betraktar vi de randvillkoren för normalkomponenterna av E- och H-fälten i vattenytan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger endast på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger endast på Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger endast på Gauss lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger endast på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
Vid beräkning med Fresnels ekvationer måste man ta hänsyn till vågens polarisering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Transmissionskoefficienten för effekt är beloppet i kvadrat av transmissionskoefficienten för fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reflektionskoefficienten för effekt är beloppet i kvadrat av reflektionskoefficienten för fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Brewstervinkeln definieras både för vågor med polarisering parallellt och vinkelrätt mot infallsplanet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Funktionen hos en optisk fiber kan förklaras av att reflektion i fibern sker vid Brewstervinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vinkeln vid vilken totalreflektion inträffar härleds från Fresnells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
Snells lag gäller endast i gränssytor där permittiviteten är samma på båda sidor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells reflektionslag säger att infallande och reflekterande fält har samma vinkel mot ytnormalen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells brytningslag relaterar infallsvinkel till vinkeln på det transmitterade fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells brytningslag härleds genom att betrakta randvillkoren för normalkomponenterna av E- och H-fälten i gränssytan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells lag säger att när infallsvinkeln är större än kritiska vinkeln uppstår totalreflektion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion uppstår då fältet går <i>från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare</i> medium.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?	ja	?	nej
Elektromagnetisk fält som inte uppfyller vågekvationen kan existera.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En elliptiskt polariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då linjärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En elliptiskt plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då cirkulärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En elliptiskt plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då elliptiskt polariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion ger upphov till evanescenta vågor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Evanescenta ytvågor som uppstår vid totalreflektion uppfyller inte vågekvationen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

- a) Betrakta en kvadratisk slinga som leder den komplexa strömmen \bar{I} . Antag att slingan är liten i förhållande till våglängden så att vi kan anta att \bar{I} i varje ögonblick är konstant till amplitud och fas längs antennen. Bestäm det elektriska fältet på avståndet $R \gg d$ genom att betrakta varje sida i den kvadratiske slingan som Hertz-dipoler. Beräkna fältet i hela xy -planet och visa att det är rotationssymmetriskt. Förenkla uttrycken så långt det är möjligt under fjärrfältsapproximationen. (6 poäng)
- b) Om vi jämför med uttrycket för E-fältet på den positiva y -axeln från den magnetiska dipolen (den cirkulära slingan i figuren) med dipolmomentet m



$$E_{farfield}(R) = -\hat{x} \frac{\omega \mu_0 m \beta_0}{4\pi R} e^{-j\beta_0 R}$$

vilka slutsatser om hur fjärrfältet beror av geometrin hos strömslingan kan vi dra från denna jämförelse. (2 poäng)

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger på exakt tre av Maxwells postulat. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger på exakt fyra av Maxwells postulat. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bl.a. på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bl.a. på Faradays lag. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på Gauss lag. ja ? nej
- Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt. ja ? nej

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Den retarderade potentialen kommer från lösning av vågekvationen. ja ? nej
- Den retarderade potentialen beskriver hur ljushastigheten avtar med avståndet från källan. ja ? nej
- Vågekvationen för vektorpotentialen \mathbf{A} kan härledas från Maxwells ekvationer. ja ? nej
- I elektrodynamiken (tidsvarierande fält) måste $\nabla \cdot$ vara samma som i magnetostatiken. ja ? nej
- Uttrycket för $\nabla \cdot \mathbf{A}$ är entydigt givet av vågekvationen. ja ? nej
- Den magnetiska vektorpotentialen relateras till magnetfältet som $\nabla \cdot \mathbf{B} = \mathbf{A}$. ja ? nej

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- En Hertzdipol är *mycket kortare* än en våglängd. ja ? nej
- Strömmen i antennen *varierar* längs en Hertzdipol. ja ? nej
- Strålningsresistansen hos en halvvågsantenn är *oberoende* av strålningseffekten. ja ? nej
- Strålningsresistansen ökar med längden i kvadrat för en Hertzdipol. ja ? nej
- En kvartsvågsantenn är ekvivalent med en halvvågsantenn över ett ledande plan. ja ? nej
- Strömmen antas vara noll i änden av en kvartsvågsantenn. ja ? nej

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Vågimpedansen hos luft är $Z=377\Omega$. ja ? nej
- I en god ledare ligger H-fältet 90° före E-fältet. ja ? nej
- Absolutbeloppet av vågimpedansen för en *icke-ferromagnetisk* god ledare är lägre än för luft. ja ? nej
- Vågimpedansen kan vara ett komplext tal. ja ? nej
- Vågimpedansen relaterar E-fältet till J-fältet. ja ? nej
- Vågimpedansen är *inte frekvensberoende*. ja ? nej

1.

(a) In the medium.

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (\rho_v = 0)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon \vec{E}) = 0$$

$$\epsilon \nabla \cdot \vec{E} + \vec{E} \cdot \nabla \epsilon = 0$$

$$\epsilon \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r E_r) + \vec{E} \cdot \hat{r} \frac{d\epsilon}{dr} = 0$$

$$\epsilon \frac{1}{r} \left[E_r + r \frac{dE_r}{dr} \right] + E_r \frac{d\epsilon}{dr} = 0$$

$$\frac{dE_r}{dr} = 0 \quad (E \text{ is constant})$$

$$\Rightarrow \frac{\epsilon}{r} E_r + E_r \frac{d\epsilon}{dr} = 0$$

$$\Rightarrow \epsilon = \frac{k}{r} \quad (k \text{ is a constant})$$

(b) $E_r = \frac{U_0}{b-a}$

$$\vec{P} = \vec{D} - \epsilon_0 \vec{E} = (\epsilon - \epsilon_0) \vec{E}$$

$$\rho_{pv} = -\nabla \cdot \vec{P}$$

$$= -\frac{1}{r} \frac{d}{dr} [r (\epsilon - \epsilon_0) E_r]$$

$$= -\frac{E_r}{r} \frac{d}{dr} [r (\epsilon - \epsilon_0)]$$

$$= -\frac{E_r}{r} \left[(\epsilon - \epsilon_0) + r \frac{d\epsilon}{dr} \right]$$

$$= -\frac{E_r}{r} \left[\left(\frac{k}{r} - \epsilon_0 \right) + r \cdot \left(-\frac{k}{r^2} \right) \right]$$

$$= \frac{E_r}{r} \epsilon_0 = \frac{U_0 \epsilon_0}{(b-a)r}$$

$$\rho_{ps} = \vec{P} \cdot \vec{a}_n$$

When $r=b$.

$$\rho_{ps}(r=b) = \left(\frac{k}{b} - \epsilon_0 \right) E_r \hat{r} \cdot \hat{r}$$

$$= \left(\frac{k}{b} - \epsilon_0 \right) \frac{U_0}{b-a}$$

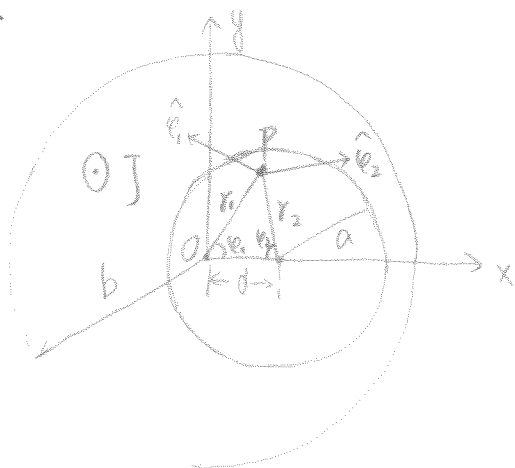
When $r=a$.

$$\rho_{ps}(r=a) = \left(\frac{k}{a} - \epsilon_0 \right) E_r \hat{r} \cdot (-\hat{r})$$

$$= \left(\epsilon_0 - \frac{k}{a} \right) E_r$$

$$= \left(\epsilon_0 - \frac{k}{a} \right) \frac{U_0}{b-a}$$

2.



The \vec{B} field at an arbitrary point P in the cavity is the superposition of two B fields: \vec{B}_1 and \vec{B}_2 . \vec{B}_1 is produced by a uniformly distributed cylindrical current $\vec{J} = J_0 \hat{z}$ with radius b. \vec{B}_2 is produced by a uniformly distributed cylindrical current $\vec{J} = -J_0 \hat{z}$ with radius a.

According to the figure:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 J_0 \pi r_1^2}{2\pi r_1} \hat{e}_1$$

$$= \frac{\mu_0 J_0}{2} r_1 \hat{e}_1$$

$$\hat{e}_1 = \cos \theta_1 \hat{y} - \sin \theta_1 \hat{x}$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 J_0 \pi r_2^2}{2\pi r_2} \hat{e}_2$$

$$= \frac{\mu_0 J_0}{2} r_2 \hat{e}_2$$

$$\hat{e}_2 = \cos \theta_2 \hat{y} + \sin \theta_2 \hat{x}$$

$$r_2 = \sqrt{(d - r_1 \cos \theta_1)^2 + (r_1 \sin \theta_1)^2} = \sqrt{r^2 + d^2 - 2dr \cos \theta_1}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 J_0}{2} [r_1 \cos \theta_1 \hat{y} - r_1 \sin \theta_1 \hat{x} + r_2 \cos \theta_2 \hat{y} + r_2 \sin \theta_2 \hat{x}]$$

$$= \frac{\mu_0 J_0}{2} [r_1 \cos \theta_1 \hat{y} - r_1 \sin \theta_1 \hat{x} + (d - r_1 \cos \theta_1) \hat{y} + r_1 \sin \theta_1 \hat{x}]$$

$$= \frac{\mu_0 J_0 d}{2} \hat{y}$$

3a)

Endast de två sidorna som är parallella med den långa strömfarande tråden ger upphov till en inducerad spänning

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{\mu_0 I}{2\pi x} a u - \frac{\mu_0 I}{2\pi x+b} a u \\
 &= \frac{\mu_0 I a u}{2\pi} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+b} \right) = \frac{\mu_0 I a u b}{2\pi x(x+b)} \\
 &= \frac{\mu_0 I a u b}{2\pi (ut+b)(ut+b+b)} = \frac{\mu_0 I a u b}{2\pi (u^2 t^2 + 3but + 2b^2)}
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 \text{Flödet } \Psi &= \int_x^{x+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} a dr = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \left[\ln(r) \right]_x^{x+b} \\
 &= \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \left[\ln(x+b) - \ln(x) \right]
 \end{aligned}$$

Inducerad spänning

$$\begin{aligned}
 V &= -\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \left(\ln(ut+2b) - \ln(ut+b) \right) \right] \\
 &= -\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \left(\frac{u}{ut+2b} - \frac{u}{ut+b} \right) = \frac{\mu_0 I a u b}{2\pi (u^2 t^2 + 3but + 2b^2)}
 \end{aligned}$$

Vilket är samma som i a)

c) Låt nu $I = I_0 \sin \omega t$

Flödesuttrycket blir då samma men vi får ta med att I är tidsvarierande då vi utför tidsderivata.

$$\begin{aligned}
 V &= -\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\mu_0 a I_0 \sin \omega t}{2\pi} \left(\ln(ut+2b) - \ln(ut+b) \right) \right] = \\
 &= \frac{\mu_0 a I_0}{2\pi} \left[\frac{ub \sin \omega t}{u^2 t^2 + 3but + 2b^2} - \omega \cos \omega t \ln \left(\frac{ut+2b}{ut+b} \right) \right]
 \end{aligned}$$

4) För havsvattnet gäller vid 1 MHz $\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \gg 1$

Så vi kan använda approximationen för goda ledare

För vattnet gäller

$$Z_2 \approx e^{j\pi/4} Z_0 \sqrt{\frac{\omega \epsilon_0}{\sigma}} = 1,41 e^{j\pi/4} \Omega$$

$$\alpha_2 \approx \beta_2 \approx \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}} \approx 3,97 \text{ m}^{-1}$$

För luft

$$Z_1 \approx Z_0 = 377 \Omega \quad \alpha_1 = 0$$

Transmissionskoefficienter

$$t_{12} = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} = \frac{2 \cdot 1,41 e^{j\pi/4}}{1,41 e^{j\pi/4} + 377} = \left\{ \begin{array}{l} \text{approximerat} \\ |1,41 e^{j\pi/4}| \ll 377 \end{array} \right\} \approx$$

$$\approx 7,5 \cdot 10^{-3} e^{j\pi/4}$$

Fältstyrka precis under havsytan

$$1000 \cdot |t_{12}| = 7,5 \text{ V/m}$$

Vid propagationen genom havet dämpas fältet som $e^{-\alpha_2 d}$
där d är den propagerade sträckan

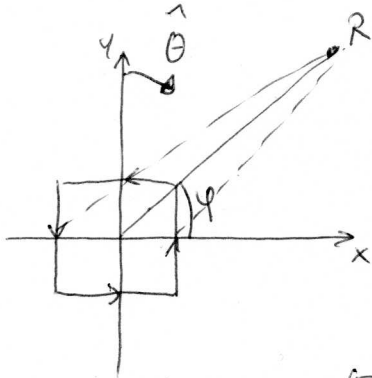
Villkoret för kommunikation med ubåtar ger då

$$10 \cdot 10^{-6} = 7,5 e^{-3,97 d} \Rightarrow d \approx \underline{\underline{3,4 \text{ m}}}$$

5/

Fjärrfältet från en Hertzdipol: $E_{rad} = \hat{\theta} Z_0 \frac{j\omega d \bar{I}_0 \sin\theta}{4\pi r} e^{-j\beta_0 r}$

Skriv som $E_{rad} = \hat{\theta} jk \frac{\sin\theta}{r} e^{-j\beta_0 r}$ där $k = Z_0 \frac{\omega d \bar{I}_0}{4\pi c}$



Betrakta fältet från de två dipolerna parallella med y-axeln enligt figuren.

Med φ definierat enligt figuren och även $\hat{\theta}$ från figuren fås

$$E_{yII} = \hat{\theta} jk \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \varphi)}{r} e^{-j\beta_0(r - \frac{d}{2}\cos\varphi)} - \hat{\theta} jk \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + \varphi)}{r} e^{-j\beta_0(r + \frac{d}{2}\cos\varphi)}$$

$\{\sin(\frac{\pi}{2} - \varphi) = \sin(\frac{\pi}{2} + \varphi) = \cos\varphi\}$ {Det är ok att approximera med r i nämnaren}

{min i exponenten behåller vi $r - \frac{d}{2}\cos\varphi$ resp $r + \frac{d}{2}\cos\varphi$ }

$$= \hat{\theta} jk \frac{\cos\varphi}{r} e^{-j\beta_0 r} (e^{j\beta_0 \frac{d}{2}\cos\varphi} - e^{-j\beta_0 \frac{d}{2}\cos\varphi}) \frac{2j}{2j} =$$

$$= \hat{\theta} -2k \frac{\cos\varphi}{r} e^{-j\beta_0 r} \underbrace{\sin(\beta_0 \frac{d}{2}\cos\varphi)}_{\approx \beta_0 \frac{d}{2}\cos\varphi \text{ eftersom slingan är liten jämfört med våglängden}} \approx -\hat{\theta} 2k \frac{\cos\varphi}{r} e^{-j\beta_0 r} \beta_0 \frac{d}{2}\cos\varphi$$

För Hertzdipolerna parallella med x-axeln fås på samma sätt

$$E_{xII} = \hat{\theta} jk \frac{\sin(\pi - \varphi)}{r} e^{-j\beta_0(r - \frac{d}{2}\sin\varphi)} - \hat{\theta} jk \frac{\sin\varphi}{r} e^{-j\beta_0(r + \frac{d}{2}\sin\varphi)}$$

$$\approx -\hat{\theta} 2k \frac{\sin\varphi}{r} e^{-j\beta_0 r} \beta_0 \frac{d}{2}\sin\varphi$$

Summera:

$$E_{total} = E_{yII} + E_{xII} = -\frac{2k}{r} e^{-j\beta_0 r} (\cos\varphi \beta_0 \frac{d}{2}\cos\varphi + \sin\varphi \beta_0 \frac{d}{2}\sin\varphi) \hat{\theta}$$

$$= -\hat{\theta} \frac{2k}{r} e^{-j\beta_0 r} (\underbrace{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi}_{=1}) \beta_0 \frac{d}{2} = -\hat{\theta} \frac{2k \beta_0 d}{r} e^{-j\beta_0 r}$$

$$= -\hat{\theta} \frac{Z_0 \beta_0^2 d^2 \bar{I}_0}{4\pi r} e^{-j\beta_0 r} = -\hat{\theta} \frac{\beta_0 \omega \mu_0 d^2 \bar{I}_0}{4\pi r} e^{-j\beta_0 r}$$

b) Med $m = \bar{I}_0 d^2$ är uttrycken identiska. På stort avstånd är alltså fältet oberoende av slingans form, bara arean spelar roll.