

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.

EEF031 2009-04-15 kl. 14.00-18.00

Tillåtna hjälpmedel:	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
Förfrågningar:	Andreas Fhager
Lösningar:	anslås på kursens hemsida
Resultatet:	anslås på kursens hemsida
Granskning:	Sker på plats och tid enligt resultatlistan
Kom ihåg	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

OBS!

Resultat från duggan och bonuspoäng får tillgodoräknas.

Var vänlig ange på försättsbladet vilken del ni hoppar och som ni redan är godkända på från duggan.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej. Riktigt svar ger +0.2poäng oriktigt svar ger -0.2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng.

Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

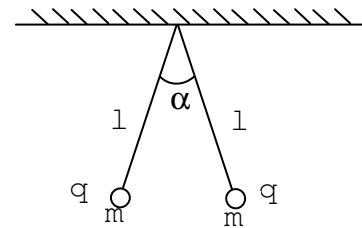
Personligt id-nummer:

(Var vänlig ange den email adress som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda informationen)

1 (Elektrostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) Två kulor med samma massa, m , och samma laddning q , är upphängda med hjälp av snören av längden l i en gemensam punkt. Beräkna vinkelseparationen mellan de två snörena pga. att kulorna repellerar varandra. Beräkna ett numeriskt värde på vinkeln α om $l = 1$ m, $m = 1$ kg och $q = 1 \mu\text{C}$.



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

I grunden bygger fysiken i uppgift a) på exakt ett av Maxwells postulat.

I grunden bygger fysiken i uppgift a) på exakt två av Maxwells postulat.

I grunden bygger fysiken i uppgift a) på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.

I grunden bygger fysiken i uppgift a) på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.

I grunden bygger fysiken i uppgift a) på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.

I grunden bygger fysiken i uppgift a) på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.

ja ? nej

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Postulaten i elektrostatiken följer från Maxwells ekvationer om man antar att källorna inte rör sig.

På stort avstånd från en ändligt lång linjeladdning avtar E-fältet som $1/R^2$.

På litet avstånd från en ändligt lång linjeladdning avtar E-fältet som $1/R^2$.

På stort avstånd utanför en sfärisk rymdladdning avtar fältet som $1/R^2$.

På litet avstånd utanför en sfärisk rymdladdning avtar fältet som $1/R^2$.

Enheten för det elektriska fältet är V/m , (volt/meter).

ja ? nej

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Eftersom rotationen av det elektrostatiska fältet är lika med noll kan en potential definieras.

En perfekt ledare har alltid samma potential i hela sin volym.

Inuti en perfekt ledare är det statiska E-fältet lika med noll.

Lösning av Laplaces ekvation ger upphov till retarderade potentialer.

Dielektriska egenskaper modelleras med elektriska monopoler.

Det elektriska fältet är en skalär.

ja ? nej

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Kirchoffs spänningslag bygger på laddningskonservering.

Kirchoffs strömlag bygger på laddningskonservering.

Källan till förskjutningsfältet är laddningstätheten hos de fria laddningarna.

Fältet utanför en laddad ihålig metallsfär beror på hur håligheten ser ut.

Fältet utanför en laddad ihålig metallsfär är samma som det från en ensam punktladdning med samma laddning placerad på platsen för sfärens centrum.

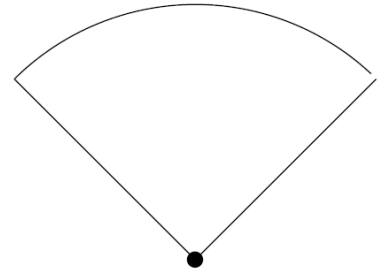
Fältet utanför en oladdad ihålig metallsfär med en punktladdning i håligheten beror på punktladdningens placering i håligheten.

ja ? nej

2 (Magnetostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En likström I flyter i en lång metallstång som klyvts på längden och har ett tvärsnitt som en kvartscirkel enligt figuren. Antag att strömmen är jämt fördelad över hela tvärsnittet. Bestäm magnetfältet till storlek och riktning i centrumaxeln av den ursprungliga stängen. (Vid den svarta pricken.)



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

I grunden bygger fysiken i uppgiften ovan på att magnetfältet är divergensfritt.

ja ? nej

I grunden bygger fysiken i uppgiften ovan på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten.

Om man istället beräknar fältet i centrum av ett cirkulärt tvärsnitt som för strömmen $4I$ blir fältet 4 ggr så stort jämfört med vad det blir i fallet ovan med en kvartscirkels tvärsnitt med strömmen I .

Om kvartscirkeln ovan istället vore en halvcirkel blir fältet på centrumaxeln av den ursprungliga stängen lika med noll.

Om suseptibiliteten för ett magnetisk material är en skalär vars värde är beroende av fältstyrkan betyder det att materialet är linjärt.

Om suseptibiliteten för ett magnetisk material är en tensor vars värden är oberoende av fältstyrkan betyder det att materialet är isotropt.

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

Man kan välja rotationen av den magnetiska vektorpotentialen fritt.

Den magnetiska vektorpotentialen från en strömförande tråd är riktad åt samma håll som B-fältet.

Magnetiska dipolmoment används för att modellera magnetiska materialegenskaper.

Uttrycket för det magnetiska fältet från en magnetisk dipol gäller på mycket stort avstånd.

Den magnetiska vektorpotentialen från en magnetisk dipol avtar som $1/R^3$ på stort avstånd från dipolen.

Fältet från en magnetisk dipol avtar som $1/R^2$ på stort avstånd från dipolen.

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

B-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.

H-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.

H-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.

En bra permanentmagnet ska ha en mycket smal hystereskurva.

Magnetfältet från en cirkulär slinga beräknas lättast med hjälp av Biot-Savarts lag.

På stort avstånd från en cirkulär strömförande slinga har magnetfältet samma matematiska form som fältet från en magnetisk dipol.

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

Lorentz kraften beskriver kraften från enbart B-fält på laddade partiklar.

Laddningar i rörelse som utsätts för ett B-fält påverkas av en kraft.

Ferromagnetiska material har stor relativa permeabilitetstal.

Diamagnetiska material har negativa relativa permeabilitetstal.

Den magnetostatiska energin för en ensam slinga är proportionell mot strömmen i slingan.

Den magnetostatiska energin för en ensam slinga är proportionell mot flödet i slingan.

3

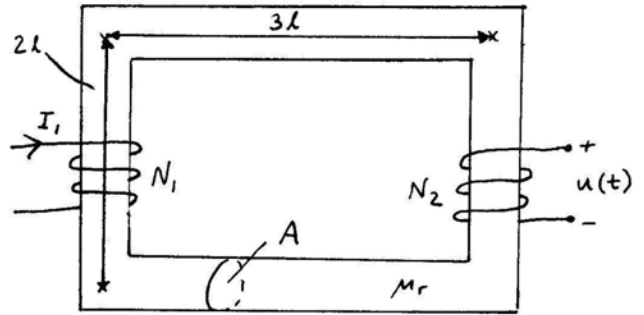
Problemlösningsdel (8 poäng)

Två spolar med N_1 respektive N_2 varv är lindade på en järnkärna enligt figuren. Järnkärnans tvärsnittsarea är A , och järnets relativa permeabilitet är μ_r . Medelväglängden för fältlinjerna i järnkärnan för ett varv är lika med $10l$.

Strömstyrkan i den vänstra spolen är $I_1 = I_0 \sin(\omega t)$.

a) Bestäm spänningen $u(t)$ över den öppna högra spolen. (4 poäng)

b) Bestäm den vänstra spolens självinduktans L . (4 poäng)



Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

I grunden bygger fysiken i uppgiften ovan bland annat på att E-fältet är rotationsfritt.

ja ? nej

I grunden bygger fysiken i uppgiften ovan bland annat på att E-fältet är konservativt.

I grunden bygger fysiken i uppgiften ovan på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.

Om strömmen I_1 är en likström kommer det att induceras en spänning $u(t)$ i lindning 2.

Om strömmen I_1 är en sågand-formad ström kommer det att induceras en spänning $u(t)$ i lindning 2.

Om vi tar bort järnkärnan och i övrigt håller geometrin oförändrad kommer den inducerade spänningen att minska jämfört med problemlösningsdelen ovan.

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

Gauss lag ser likadan ut i elektrostatiken som i elektromagnetismen.

B-fältet är källfritt även för tidsvarierande fält.

Kontinuitetskeqvationen ser likadan ut i elektrostatiken som i elektromagnetismen.

Lenz lag säger att en inducerad spänning förstärker förändringen i det pålagda magnetfältet.

En spolens självinduktans är oberoende av antalet lindningsvarv i spolen.

Den ömsesidiga induktansen mellan två spolar oberoende av antalet lindningsvarv i spolarna.

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

En monokromatisk våg innehåller flera frekvenskomponenter.

För en god ledare är $\sigma/\omega\epsilon \ll 1$.

I en god ledare är $\alpha \approx \beta$.

För en metall är vågimpedansen $Z \approx \sqrt{j\omega\mu/\sigma}$.

För höga frekvenser är inträngningsdjupet mindre än för låga frekvenser.

Normalt gäller för dielektriska material att $\sigma/\omega\epsilon \gg 1$.

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

Vågimpedansen kan bara definieras för plana vågor.

Vågimpedansen hos järn är $Z=377\Omega$.

Vågimpedansen är lika med kvoten mellan E- och H-fältet.

Vågimpedansen är ett reellt tal för material med förluster, dvs för material med $\sigma \neq 0$.

Om den karakteristiska impedansen är reell betyder det att H- och E-fältet ligger i fas med varandra.

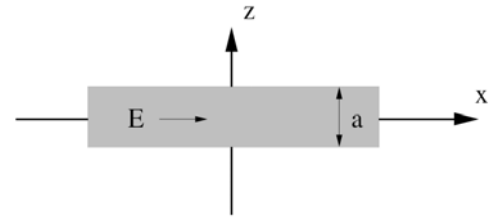
E-fältet ligger 45° före H-fältet i metaller.

4

Problemlösningsdel (8 poäng)

I ett interstellärt skikt med tjockleken a finns en oscillerande strömtäthet. Skiktet, vilket betraktas som plant, befinner sig i området $|z| < a=2$. Mätningar från en rymdsond visar att det elektriska fältet i skiktet ser ut enligt följande:

$$\mathbf{E}(r, t) = E_0 \left[\cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) \sin\left(\omega t - \frac{\omega a}{2c}\right) - \sin \omega t \right] \hat{\mathbf{x}}$$



- a) Bestäm det (tidsvarierande) magnetiska fältet B i skiktet. (4 poäng)
 b) Bestäm (den tidsvarierande) strömtätheten J i skiktet. Ledning: Ohms lag kan ej användas (4 poäng)

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- I grunden bygger fysiken i uppgiften ovan på exakt två av Maxwells postulat. ja ? nej
 I grunden bygger fysiken i uppgiften ovan på exakt fyra av Maxwells postulat ja ? nej
 I grunden bygger fysiken i uppgiften ovan bland annat på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt. ja ? nej
 E-fältet ovan är konstant i y-led. ja ? nej
 E-fältet i problemlösningsdelen ovan är en plan våg. ja ? nej
 E-fältet i problemlösningsdelen ovan propagerar i x-led. ja ? nej

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Snells lag gäller endast i gränssytor där permittiviteten är samma på båda sidor. ja ? nej
 Snells reflektionslag säger att infallande och reflekterande fält har samma vinkel mot ytnormalen. ja ? nej
 Snells brytningslag relaterar infallsvinkel till vinkeln på det transmitterade fältet. ja ? nej
 Snells lag härleds ifrån randvillkoren för E-fälten i en gränssyta. ja ? nej
 Snells lag säger att när infallsvinkeln är större än kritiska vinkeln uppstår totalreflektion. ja ? nej
 Totalreflektion uppstår då fältet går från ett optiskt tunnare till ett optiskt tätare medium. ja ? nej

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- E-fältets tangentialkomponent på en perfekt ledande yta är alltid noll för tidsvarierande fält. ja ? nej
 E-fältets normalkomponent på en perfekt ledande yta är alltid noll för tidsvarierande fält. ja ? nej
 I elektromagnetismen är H-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet. ja ? nej
 I elektromagnetismen är H-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet. ja ? nej
 I elektromagnetismen är D-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. ja ? nej
 I elektromagnetismen är D-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. ja ? nej

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Elektromagnetisk fält som inte uppfyller vågekvationen kan existera. ja ? nej
 En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då linjärpolariserad. ja ? nej
 En linjärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen kan då bli noll. ja ? nej
 En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då elliptiskt polariserad. ja ? nej
 Totalreflektion ger upphov till evanescenta vågor. ja ? nej
 Evanescenta vågor uppfyller inte vågekvationen. ja ? nej

5

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En Hertzdipol med dipolmomentet $\mathbf{p} = \hat{\mathbf{z}}p_0 \sin \omega t$ befinner sig i punkten $(x, y, z) = (0, 0, a)$ över ett stort, perfekt ledande plan. Det ledande planets yta ges av ekvationen $z = 0$. Bestäm ytladdningstätheten, ρ_s , i metallplanet.

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I grunden bygger fysiken i uppgiften ovan på exakt två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger fysiken i uppgiften ovan på exakt fyra av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger fysiken i uppgiften ovan på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger fysiken i uppgiften ovan bara på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger fysiken i uppgiften ovan bara på att rotationen av E-fältet är lika med negativa tidsderivatan på H-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger fysiken i uppgiften ovan bara på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Poyntings teorem uttrycker energikonservering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan vara tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan definieras med komplexa B- och E-fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn har enheten W/m .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan bara definieras för monokromatiska fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn kan definieras som tidsmedelvärde eller som momentanvärde.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En Hertzdipol är en halv våglängd lång.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen i antennen varierar längs en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen hos en halv vågsantenn är beroende av strålningseffekten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen ökar med längden i kvadrat för en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En kvartsvågsantenn är ekvivalent med en halv vågsantenn över ett ledande plan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen antas vara noll i änden av en kvartsvågs monopolantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
För att omvandla ett komplext uttryck till tidsplanet multiplicerar man med $j\omega$ och tar sedan realdelen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vakuüm är dispersionsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om gruppshastigheten är samma som fashastigheten är materialet dispersionsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$j\omega$ -metoden för fältberäkningar fungerar bara för harmoniskt varierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i $j\omega$ -metoden till multiplikation med $j\omega$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett komplext uttryck på E-fältet kan ej innehålla ett tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Tenta 090415

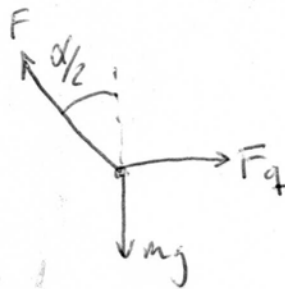
1 Kraften mellan de laddade sfärerna ska balanseras av tyngdkraften



Kraften mellan laddningarna ges av Coulombs lag $F_q = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 x^2}$

där x är avståndet mellan laddningarna

Kraftsituation



Vid jämvikt: $mg \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (2l \sin \frac{\alpha}{2})^2}$

$$mg \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \frac{\sin^3 \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{q^2}{16mg\pi\epsilon_0 l^2}$$

Antag $m = 1 \text{ kg}$ $l = 1 \text{ m}$ $q = 1 \text{ mC}$

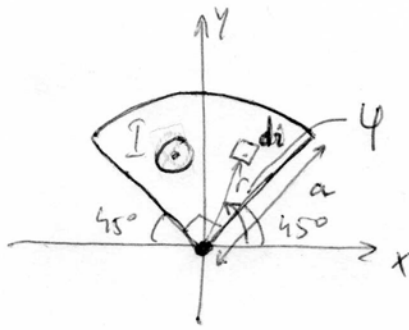
och så antar vi små vinklar: $\sin^3 \frac{\alpha}{2} \approx \left(\frac{\alpha}{2}\right)^3$

$$\cos \frac{\alpha}{2} \approx 1$$

$$\left(\frac{\alpha}{2}\right)^3 = \frac{q^2}{16mg\pi\epsilon_0 l^2} \Rightarrow \alpha \approx 7,0^\circ$$

Således är även små vinklar approximationen helt OK.

2



I stänger flyter strömmen I . Strömstätheten kan då beräknas till $J = \frac{I}{\frac{1}{4}\pi a^2}$

Vi kan skriva strömbidraget di som $di = J dr r d\varphi$
Amperes lag ger $|dB| = \frac{\mu_0 di}{2\pi r}$

Således $dB_x = |dB| \sin\varphi$ $dB_y = |dB| (-\cos\varphi)$

Nu integrerar vi för att få fram fältet i origo.

$$B_x = \int_{r=0}^a \int_{\varphi=\pi/4}^{3\pi/4} dB_x = \int_{r=0}^a \int_{\varphi=\pi/4}^{3\pi/4} \frac{\mu_0}{2\pi r} \frac{4I}{\pi a^2} dr r d\varphi \sin\varphi =$$

$$= \frac{2I\mu_0}{\pi^2 a^2} a \int_{\pi/4}^{3\pi/4} \sin\varphi d\varphi = 2\sqrt{2} \frac{\mu_0 I}{\pi^2 a}$$

$$B_y = \int_{r=0}^a \int_{\varphi=\pi/4}^{3\pi/4} dB_y = \frac{2I\mu_0}{\pi^2 a^2} a \int_{\pi/4}^{3\pi/4} -\cos\varphi d\varphi = 0$$

(Kunde också sett att $B_y = 0$ pga symmetri)

$$\textcircled{3} \quad a) \quad \underline{\underline{v(t)}} = N_2 \frac{d\phi(t)}{dt} = N_2 \frac{d}{dt} \frac{N_1 I_0 \sin(\omega t) \mu_r \mu_0 A}{10L} =$$

$$= \frac{N_1 N_2 I_0 \omega \cos(\omega t) \mu_r \mu_0 A}{10L}$$

$$b) \quad \underline{\underline{L}} = \frac{\lambda}{I} = \frac{N_1 \phi}{I_1} = \frac{N_1}{I_1} \cdot \frac{N_1 I_1 \mu_r \mu_0 A}{10L} =$$

$$= \frac{N_1^2 \mu_r \mu_0 A}{10L}$$

4

$$\text{Givet: } \mathbf{E}(r, t) = E_0 \left[\cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) \sin\left(\omega t - \frac{\omega a}{2c}\right) - \sin(\omega t) \right] \hat{x}$$

- a) Använd Maxwells ekvationer för att bestämma \mathbf{B} -fältet.
Faradays lag ger:

$$\nabla \times \mathbf{E} = \hat{y} \frac{\partial E_x}{\partial z} = -E_0 \frac{\omega}{c} \sin\left(\frac{\omega z}{c}\right) \sin\left(\omega t - \frac{\omega a}{2c}\right) \hat{y} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Integrera med. t. Sätt integrationskonst = 0 \Rightarrow inget statiskt fält

$$\mathbf{B} = -E_0 \frac{1}{c} \sin\left(\frac{\omega z}{c}\right) \cos\left(\omega t - \frac{\omega a}{2c}\right) \hat{y}$$

b)

Med \mathbf{E} och \mathbf{B} händerna förs \mathbf{J} ur Ampères lag:

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B} - \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\frac{\partial B_y}{\partial z} \frac{1}{\mu_0} \hat{x} - \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \hat{x}$$

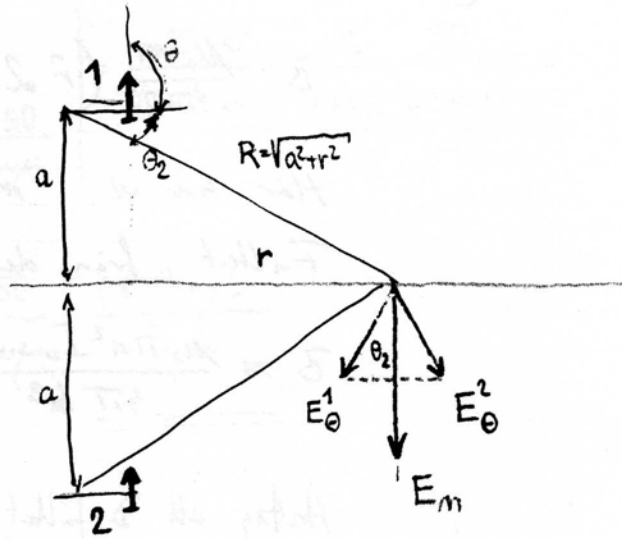
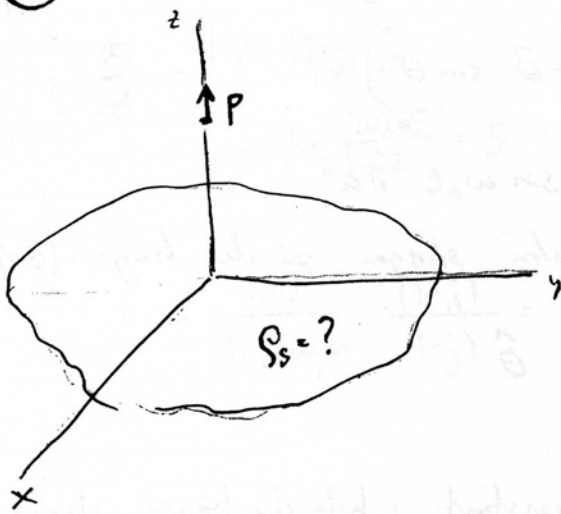
$$= E_0 \frac{\omega_0}{\mu_0 c^2} \cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) \cos\left(\omega t - \frac{\omega a}{2c}\right) \hat{x} -$$

$$\epsilon_0 \omega E_0 \left[\cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) \cos\left(\omega t - \frac{\omega a}{2c}\right) - \cos(\omega t) \right] \hat{x} =$$

$$= \left\{ \frac{1}{\mu_0 c^2} = \epsilon_0 \right\} \epsilon_0 \omega E_0 \cos(\omega t) \hat{x}$$

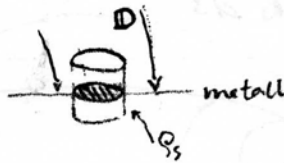
5

Hertzidipol $\mathbf{p} = \hat{z} p_0 \sin \omega t \rightarrow \bar{\mathbf{p}} = -j p_0$



i vågzonen: $\bar{\mathbf{E}}_{\theta} = j \cdot \frac{\bar{I} dl}{4\pi} \left(\frac{e^{-j\beta R}}{R} \right) Z_0 \beta \cdot \sin \theta$

från Gauss lag $\oint \mathbf{D} d\mathbf{s} = Q$
 $\mathbf{D}_m = \rho_s$



$$\bar{\rho}_s = \bar{\mathbf{D}}_m = \epsilon_0 \bar{\mathbf{E}}_m = \epsilon_0 \cdot 2 \cdot \sin \theta_2 \bar{\mathbf{E}}_{\theta} \quad \left| \begin{array}{l} \theta_2 = \pi - \theta \\ \sin \theta_2 = \sin \theta \end{array} \right. = \epsilon_0 \cdot 2 \sin \theta \bar{\mathbf{E}}_{\theta} =$$

$$= \epsilon_0 \cdot 2 \cdot \frac{r}{\sqrt{a^2 + r^2}} \cdot j \frac{\bar{I} dl}{4\pi} Z_0 \beta \cdot \frac{r}{\sqrt{a^2 + r^2}} \cdot \frac{e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{\sqrt{a^2 + r^2}} =$$

$$= j \frac{\epsilon_0 \bar{I} dl}{4\pi} Z_0 \beta \frac{r^2 \cdot e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}} \quad \left| \begin{array}{l} Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot \epsilon_0 \cdot Z_0 = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{1}{c} \\ \beta = \frac{\omega}{c} \end{array} \right.$$

$$= j \frac{\bar{I} dl}{2\pi} \frac{\omega}{c^2} \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}} \quad \left| \bar{\mathbf{p}} = \frac{\bar{I} dl}{j\omega} = -j p_0 \rightarrow \bar{I} dl = \omega \cdot p_0 \right.$$

$$= j \frac{p_0}{2\pi} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}} = j \frac{p_0 \cdot \beta^2}{2\pi} \frac{r^2 e^{-j\beta \sqrt{a^2 + r^2}}}{(a^2 + r^2)^{3/2}} \quad \left[\frac{C}{m^2} \right]$$